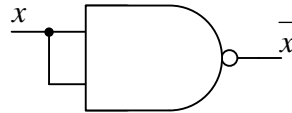


## Ασκήσεις (Λογικές Συναρτήσεις-Λογικές Πύλες)

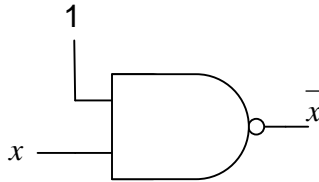
1. Να μετατραπεί σε αντιστροφέα μία πύλη NAND δύο εισόδων

### Υπόδειξη

**Α Τρόπος.** Σύμφωνα με την σχέση  $\overline{x \cdot x} = \bar{x}$  η πύλη NAND δύο εισόδων μπορεί να μετατραπεί σε αντιστροφέα με βραχυκύκλωμα (σύνδεση) των εισόδων τους. Η μετατροπή αυτή δίδεται στην συνέχεια.



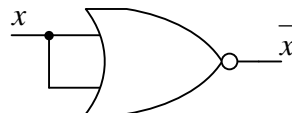
**Β Τρόπος.** Σύμφωνα με την σχέση  $\overline{x \cdot 1} = \bar{x}$  η πύλη NAND δύο εισόδων μπορεί να μετατραπεί σε αντιστροφέα θέτοντας την μία από τις εισόδους της μόνιμα στο λογικό 1. Η μετατροπή αυτή δίδεται στην συνέχεια.



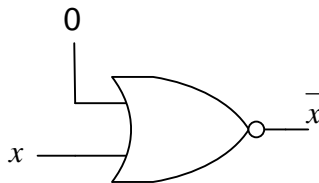
2. Να μετατραπεί σε αντιστροφέα μία πύλη NOR δύο εισόδων

### Υπόδειξη

**Α Τρόπος.** Σύμφωνα με την σχέση  $\overline{x + x} = \bar{x}$  η πύλη NOR δύο εισόδων μπορεί να μετατραπεί σε αντιστροφέα με βραχυκύκλωμα (σύνδεση) των εισόδων τους. Η μετατροπή αυτή δίδεται στην συνέχεια.

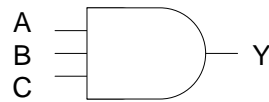


**Β Τρόπος.** Σύμφωνα με την σχέση  $\overline{x + 0} = \bar{x}$  η πύλη NOR δύο εισόδων μπορεί να μετατραπεί σε αντιστροφέα θέτοντας την μία από τις εισόδους της μόνιμα στο λογικό 0. Η μετατροπή αυτή δίδεται στην συνέχεια.



3. Να δοθεί το λογικό σύμβολο, η λογική παράσταση και ο πίνακα αληθείας μιας πύλης AND τριών εισόδων.

**Υπόδειξη**

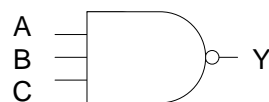


$$Y = A \cdot B \cdot C$$

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

4. Να δοθεί το λογικό σύμβολο, η λογική παράσταση και ο πίνακα αληθείας μιας πύλης NAND τριών εισόδων.

**Υπόδειξη**

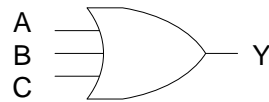


$$Y = \overline{A \cdot B \cdot C}$$

A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

5. Να δοθεί το λογικό σύμβολο, η λογική παράσταση και ο πίνακα αληθείας μιας πύλης OR τριών εισόδων.

**Υπόδειξη**

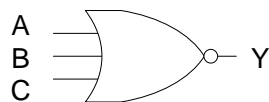


$$Y = A + B + C$$

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

6. Να δοθεί το λογικό σύμβολο, η λογική παράσταση και ο πίνακα αληθείας μιας πύλης NOR τριών εισόδων.

**Υπόδειξη**



$$Y = \overline{A + B + C}$$

A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

7. Να δοθεί υπό μορφή αθροίσματος ελαχιστόρων η λογική συνάρτηση που αντιστοιχεί στον πίνακα αληθείας που δίδεται στην συνέχεια.

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

### Υπόδειξη

Εξάγουμε τους ελαχιστόρους που αντιστοιχούν στις γραμμές που η τιμή της συνάρτησης είναι 1.

A	B	C	Y	
0	0	0	0	
0	0	1	1	$\rightarrow \bar{A}\bar{B}C$
0	1	0	0	
0	1	1	0	
1	0	0	1	$\rightarrow A\bar{B}\bar{C}$
1	0	1	0	
1	1	0	1	$\rightarrow ABC\bar{C}$
1	1	1	0	

Σχηματίζουμε το άθροισμα των ελαχιστόρων

$$Y = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC\bar{C} + ABC\bar{C}$$

8. Να δοθεί υπό μορφή γινομένου μεγιστόρων η λογική συνάρτηση ο πίνακας αληθείας της οποίας δίδεται στην συνέχεια

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

#### Υπόδειξη

Εξάγουμε τους μεγιστόρους που αντιστοιχούν στις γραμμές που η τιμή της συνάρτησης έχει την τιμή 0.

A	B	C	Y	
0	0	0	0	$A+B+C$
0	0	1	1	
0	1	0	1	
0	1	1	0	$A+\bar{B}+\bar{C}$
1	0	0	1	
1	0	1	0	$\bar{A}+B+\bar{C}$
1	1	0	1	
1	1	1	1	

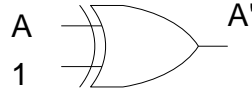
Σχηματίζουμε το γινόμενο των μεγιστόρων

$$Y = (A + B + C)(A + \bar{B} + \bar{C})(\bar{A} + B + \bar{C})$$

9. Να μετατραπεί σε αντιστροφέα μία πύλη XOR δύο εισόδων.

**Υπόδειξη**

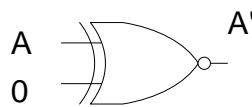
Σύμφωνα με την σχέση  $A \oplus 1 = \bar{A}$  η μετατροπή μπορεί να επιτευχθεί τοποθετώντας μία είσοδο της σταθερά στην τιμή 1.



10. Να μετατραπεί σε αντιστροφέα μία πύλη XNOR δύο εισόδων.

**Υπόδειξη**

Σύμφωνα με την σχέση  $(A \oplus 0) = A$  η μετατροπή μπορεί να επιτευχθεί τοποθετώντας μία είσοδο της σταθερά στην τιμή 0.

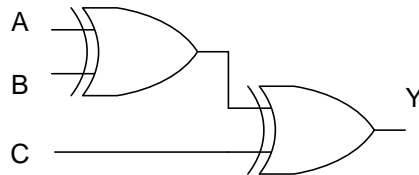


11. Να υλοποιηθεί με πύλες XOR δύο εισόδων η λογική συνάρτηση  $Y = A \oplus B \oplus C$ . Να δοθεί επίσης και ο πίνακας αληθείας.

**Υπόδειξη**

Σύμφωνα με τον ορισμό της συνάρτησης XOR  $Y = A \oplus B \oplus C = (A \oplus B) \oplus C$ .

Από την πιο πάνω σχέση προκύπτει εύκολα ή υλοποίηση με πύλες XOR και ο πίνακας αληθείας που δίδονται στην συνέχεια.



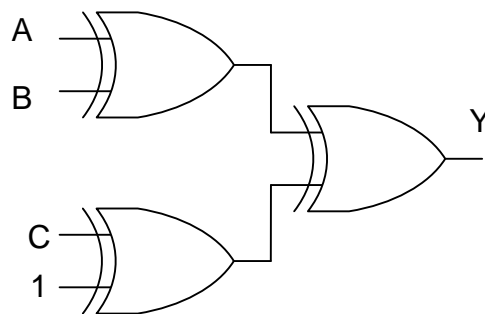
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

12. Να υλοποιηθεί με πύλες XOR δύο εισόδων η λογική συνάρτηση  $Y = \overline{A \oplus B \oplus C}$ .  
 Να δοθεί επίσης και ο πίνακας αληθείας.

**Υπόδειξη**

Σύμφωνα με τον ορισμό της συνάρτησης XOR,  $Y = \overline{A \oplus B \oplus C} = \overline{(A \oplus B) \oplus C} = \overline{(A \oplus B) \oplus \overline{1}} = \overline{(A \oplus B) \oplus \overline{C}}$ .

Από την πιο πάνω σχέση προκύπτει εύκολα η υλοποίηση με πύλες XOR και ο πίνακας αληθείας που δίδονται στην συνέχεια. Η αντιστροφή του C επιτυγχάνεται με μια πύλη XOR της οποίας η μία είσοδος έχει τεθεί στο 1.



A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

13. Να δοθεί ο πίνακας αληθείας που αντιστοιχεί στην λογική συνάρτηση που δίδεται στην συνέχεια.

$$Y = AB + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC$$

**Υπόδειξη**

Μετατρέπουμε την συνάρτηση στην κανονική της μορφή ή οποία όπως είναι γνωστό αντιστοιχεί στον πίνακα αληθείας.

$$\begin{aligned} Y &= AB + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC = AB(C + \bar{C}) + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC = \\ &= ABC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}BC = m_7 + m_6 + m_4 + m_3 = \Sigma(3, 4, 6, 7) \end{aligned}$$

Τοποθετούμε 1 στις γραμμές 3, 4, 6,7 και 0 στις υπόλοιπες.

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

14. Να απλοποιηθεί με χρήση κανόνων της Άλγεβρας Boole η συνάρτηση λογική  $(A \oplus B) + B$  ώστε να υλοποιείται με μία λογική πύλη.

**Υπόδειξη**

$$\begin{aligned} (A \oplus B) + B &= \bar{A}B + A\bar{B} + B = \\ &= \bar{A}B + B + A\bar{B} = \\ &= (\bar{A} + 1)B + A\bar{B} = \\ &= 1 \cdot B + A\bar{B} = \\ &= (B + A)(B + \bar{B}) = \\ &= (B + A) \cdot 1 = \\ &= B + A \end{aligned}$$

Η συνάρτηση  $B+A$  υλοποιείται με μία πύλη OR δύο εισόδων.

15. Να μετατραπεί η επόμενη λογική παράσταση σε άθροισμα ελαχιστόρων.

$$Y = (A + \bar{B}) \cdot (\bar{A} + B)$$

**Υπόδειξη**

Χρησιμοποιώντας διαδοχικά το θεώρημα De Morgan έχουμε

$$Y = (A + \bar{B}) \cdot (\bar{A} + B) = (A + \bar{B}) + (\bar{A} + B) = \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{B}$$

Με βάση την σχέση  $X = \bar{\bar{X}}$  ισχύει

$$Y = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$$