



**ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ
ΘΕΩΡΙΑΣ ΓΡΑΦΙΚΩΝ
ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΟ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ II ΦΥΣΙΚΗΣ**

ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ, ΠΑΔΑ

ΔΡ. ΠΑΝΑΓΙΩΤΑ
ΧΡΥΣΙΚΟΠΟΥΛΟΥ



ΣΚΟΠΟΣ

Η ΠΕΡΙΛΗΠΤΙΚΗ ΑΝΑΦΟΡΑ ΣΤΗΝ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ
ΓΡΑΦΙΚΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ
ΤΟΥΣ ΜΕ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΤΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ ΜΕΛΕΤΑΤΑΙ **ΕΝΑ ΦΥΣΙΚΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ** ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΚΑΤΑΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΤΙΜΗΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΠΟΣΟΤΗΤΩΝ ΠΟΥ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ **ΘΕΜΕΛΙΩΔΕΙΣ Η ΠΑΡΑΓΩΓΕΣ**

ΤΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ ΤΟΥ ΦΥΣΙΚΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ ΕΙΝΑΙ ΣΥΝΗΘΩΣ ΜΙΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ Η ΕΜΠΕΙΡΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΣΧΕΣΗ ΠΟΥ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ **y** (**ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ-Η ΑΙΤΙΑΤΟ**) ΜΙΑΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΜΕ ΜΙΑ Η ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΕΣ **ΑΙΤΙΕΣ-ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ x_1, \dots, x_N**)

$$y = f(x_1, \dots, x_N)$$

ΣΥΝΗΘΩΣ ΜΕΛΕΤΑΜΕ ΤΗΝ ΕΞΑΡΤΗΣΗ ΤΟΥ **y** ΑΠΟ ΜΙΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ ΚΑΙ ΤΙΣ ΑΛΛΕΣ ΤΙΣ ΘΕΩΡΟΥΜΕ ΣΤΑΘΕΡΕΣ.

Η ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΣΧΕΣΗ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΓΝΩΣΤΗ Η ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΑΓΝΩΣΤΗ ΚΑΙ ΝΑ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΤΕΙ ΑΠΟ ΤΗ ΓΡΑΦΙΚΗ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΤΩΝ ΖΕΥΓΑΡΙΩΝ ΣΕ ΚΑΠΟΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ ΔΗΛΑΔΗ ΑΠΟ ΤΗ ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ $y=f(x)$.

ΣΥΝΟΠΤΙΚΑ

Η **ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΓΡΑΦΙΚΗΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ** ΕΓΚΕΙΤΑΙ ΣΤΟ ΟΤΙ :

Α) ΣΥΝΘΕΤΕΙ ΜΙΑ **ΕΙΚΟΝΑ** ΓΙΑ ΤΗΝ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ **ΤΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ** ΠΟΥ ΜΕΛΕΤΑΜΕ ΚΑΙ ΤΟΝ ΤΡΟΠΟ ΠΟΥ ΑΛΛΗΛΟΕΞΑΡΤΩΝΤΑΙ ΟΙ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

Β) ΕΠΙΤΡΕΠΕΙ ΜΙΑ **ΓΡΗΓΟΡΗ ΕΚΤΙΜΗΣΗ** ΤΗΣ **ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ** ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

Γ) ΠΑΡΕΧΕΙ **ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΣΧΕΣΗ** ΠΟΥ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΗΝ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΗ ΜΕ ΤΗΝ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ-(Η ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ)

ΜΙΑ ΣΩΣΤΗ ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΤΗΡΙΖΕΤΑΙ ΣΤΗ ΣΩΣΤΗ ΛΗΨΗ ΚΑΙ ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΤΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

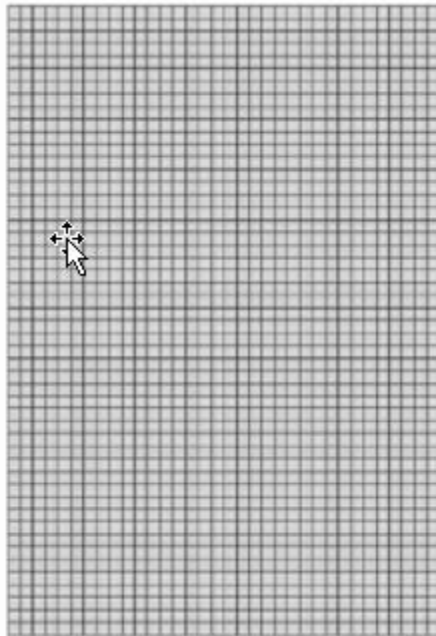
ΠΡΟΗΓΟΥΝΤΑΙ ΤΑ ΕΞΗΣ ΣΤΑΔΙΑ:

- 1) ΑΝΑΓΝΩΡΙΖΟΥΜΕ ΠΟΙΑ ΕΙΝΑΙ Η **ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΗ** ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ ΚΑΙ ΠΟΙΑ **ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΗ**
- 2) ΑΝΑΓΝΩΡΙΖΟΥΜΕ ΠΟΙΕΣ ΦΥΣΙΚΕΣ ΠΟΣΟΤΗΤΕΣ ΠΑΡΑΜΕΝΟΥΝ **ΣΤΑΘΕΡΕΣ** ΚΑΙ ΠΟΙΕΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΝΤΑΙ
- 3) ΚΑΤΑΓΡΑΦΟΥΜΕ ΤΙΣ **ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ** ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΚΑΙ ΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΑ ΜΕΓΕΘΗ ΑΝ ΤΙΣ ΓΝΩΡΙΖΟΥΜΕ
- 4) ΑΠΟΦΑΣΙΖΟΥΜΕ **ΠΟΣΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΘΑ ΚΑΝΟΥΜΕ** ΚΑΙ ΠΟΙΑ ΘΑ ΕΙΝΑΙ ΤΑ **ΟΡΙΑ** ΤΩΝ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (ΑΝ ΕΙΝΑΙ ΠΑΝΩ ΑΠΟ ΜΙΑ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ)
- 5) ΚΑΤΑΧΩΡΟΥΜΕ ΤΙΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΣΕ ΚΑΤΑΛΛΗΛΟ **ΠΙΝΑΚΑ** ΜΕ ΤΙΣ ΚΑΤΑΛΛΗΛΕΣ **ΜΟΝΑΔΕΣ**
- 6) ΑΝ ΤΑ ΜΕΓΕΘΗ ΕΧΟΥΝ ΠΟΛΛΑ ΔΕΚΑΔΙΚΑ Η ΜΗΔΕΝΙΚΑ ΒΓΑΖΟΥΜΕ ΩΣ **ΚΟΙΝΟΥΣ ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ** ΘΕΤΙΚΕΣ Η ΑΡΝΗΤΙΚΕΣ **ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΤΟΥ 10** ΠΟΥ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΖΟΥΝ ΤΙΣ ΜΟΝΑΔΕΣ ΣΤΟΝ ΤΙΤΛΟ ΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΗΣ ΣΤΗΛΗΣ

ΤΕΧΝΙΚΗ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑΣ ΓΡΑΦΙΚΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ

1) ΑΠΟΦΑΣΙΖΟΥΜΕ **ΤΙ ΕΙΔΟΥΣ ΧΑΡΤΙ** ΘΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΟΥΜΕ

-ΤΑ ΠΙΟ ΚΟΙΝΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΚΑΝΟΥΝ ΧΡΗΣΗ **ΧΙΛΙΟΣΤΟΜΕΤΡΙΚΟΥ** ΧΑΡΤΙΟΥ
ΜΕ **ΟΡΘΟΚΑΝΟΝΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ** ΑΞΟΝΩΝ.



- ΑΝ ΟΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ y Η ΚΑΙ x ΚΑΛΥΠΤΟΥΝ ΠΟΛΛΕΣ ΤΑΞΕΙΣ ΜΕΓΕΘΟΥΣ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΧΡΕΙΑΣΤΕΙ ΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΟΥΜΕ **ΗΜΙΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΟ** ΧΑΡΤΙ (ΔΗΛΑΔΗ ΧΑΡΤΙ ΜΕ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΧΑΡΑΞΗ ΣΤΟΝ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟ ΑΞΟΝΑ ΚΑΙ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗ ΧΑΡΑΞΗ ΣΤΟΝ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟ)

Π.χ. $y = a \cdot e^{bx}$ $\ln y = \ln a + bx$

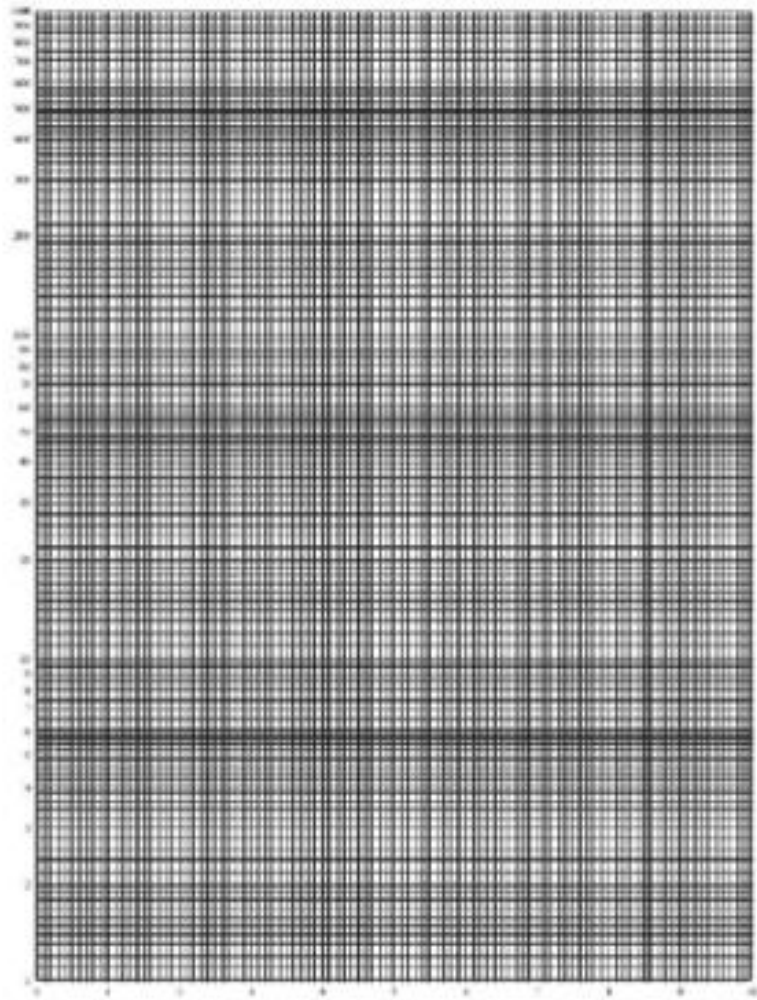
-Η **ΠΛΗΡΕΣ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΟ** ΧΑΡΤΙ (ΔΗΛΑΔΗ ΧΑΡΤΙ ΜΕ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗ ΧΑΡΑΞΗ ΚΑΙ ΣΤΟΥΣ ΔΥΟ ΑΞΟΝΕΣ).

ΣΕ ΑΥΤΟ ΤΟ ΧΑΡΤΙ ΓΙΝΟΝΤΑΙ ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΤΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΜΟΡΦΗΣ: $y = a \cdot x^b$ ΠΟΥ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΖΟΝΤΑΣ ΚΑΙ ΤΑ ΔΥΟ ΜΕΛΗ ΜΕΤΑΤΡΕΠΟΝΤΑΙ ΣΕ

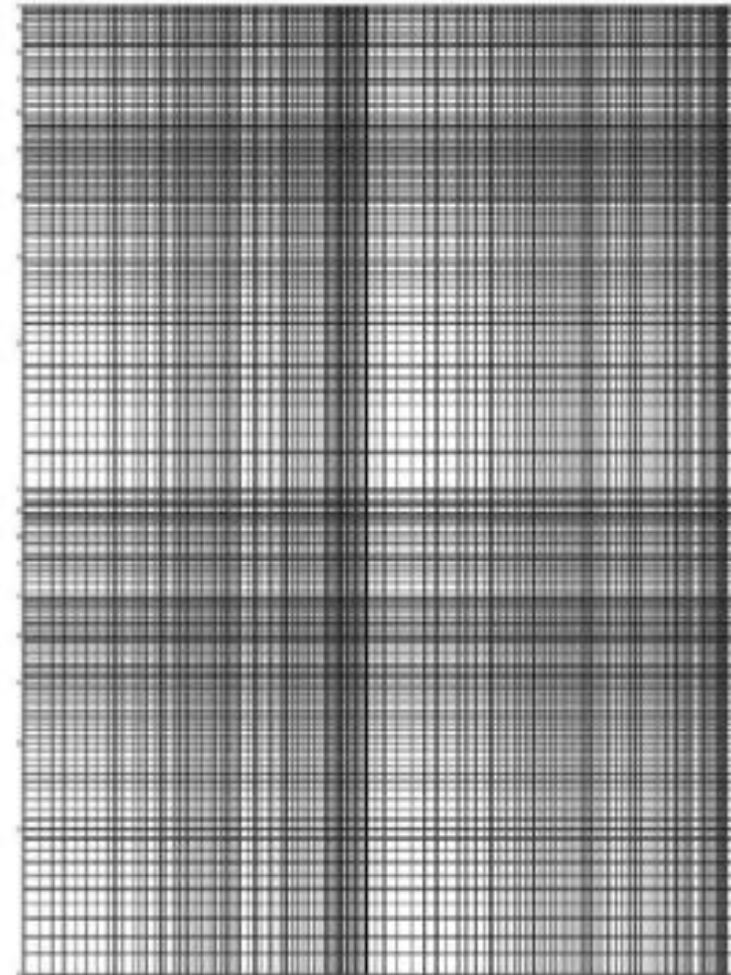
$$\log y = \log a + b \cdot \log x$$

ΣΕ ΑΥΤΑ ΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ Η ΚΛΙΣΗ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΕΙΝΑΙ **ΚΑΘΑΡΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ**

ΗΜΙΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΟ ΚΑΙ



ΠΛΗΡΕΣ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΟ ΧΑΡΤΙ



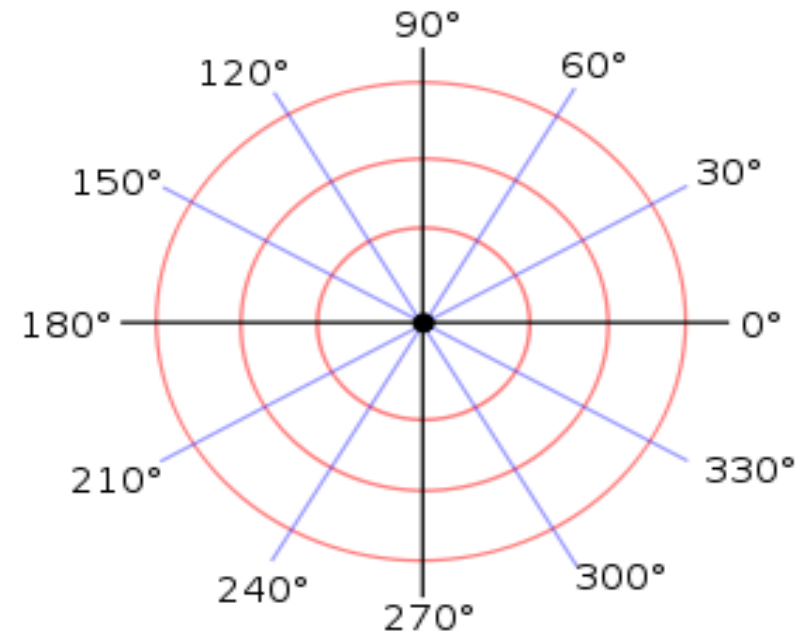
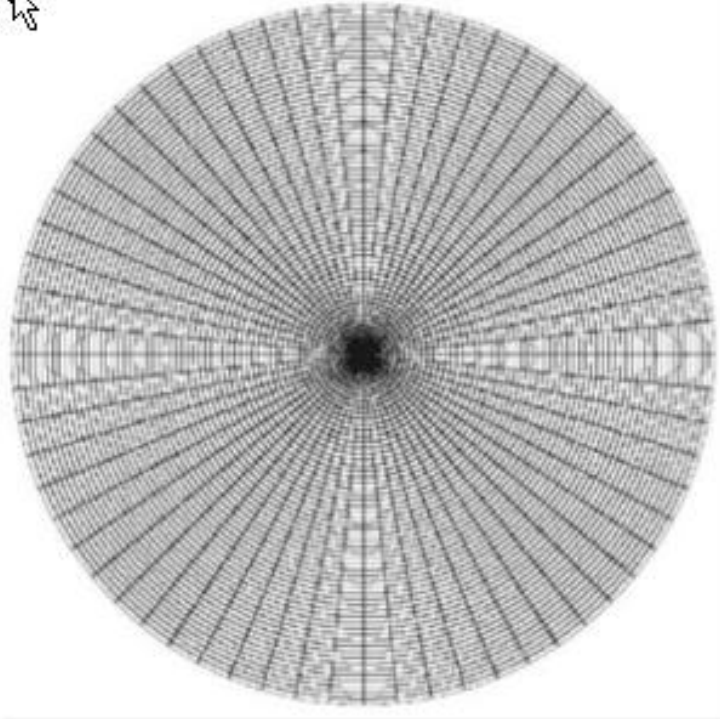
- Η ΚΑΙ **ΧΑΡΤΙ ΜΕ ΠΟΛΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ**

ΟΠΟΥ Η ΘΕΣΗ ΟΠΟΙΟΥΔΗΠΟΤΕ ΣΗΜΕΙΟΥ ΣΕ ΕΝΑ ΕΠΙΠΕΔΟ ΚΑΘΟΡΙΖΕΤΑΙ ΑΠΟ:

- ΤΗΝ ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ ΑΥΤΟΥ ΑΠΟ ΕΝΑ ΑΥΘΑΙΡΕΤΑ ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΟ ΣΗΜΕΙΟ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΣΥΝΗΘΩΣ ΤΗΝ ΑΡΧΗ ΤΩΝ ΑΞΟΝΩΝ (**ΑΚΤΙΝΙΚΗ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΗ r**) ΚΑΙ
- ΤΗ ΓΩΝΙΑ ΑΠΟ ΜΙΑ ΑΥΘΑΙΡΕΤΑ ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ (**ΓΩΝΙΑΚΗ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΗ- Η ΑΖΙΜΟΥΘΙΟ θ**)

ΣΥΝΗΘΩΣ ΑΠΟ ΤΟΝ ΘΕΤΙΚΟ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟ ΑΞΟΝΑ ΜΕ ΦΟΡΑ ΑΝΤΙΘΕΤΗ ΑΠΟ ΑΥΤΗ ΤΩΝ ΔΕΙΚΤΩΝ ΤΟΥ ΡΟΛΟΓΙΟΥ.

ΚΑΘΕ ΣΗΜΕΙΟ ΣΤΟ ΠΟΛΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΚΑΘΟΡΙΖΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΟ ΖΕΥΓΑΡΙ (r,θ) .



ΑΡΑΒΑΝΤΙΝΟΣ ΣΕΛ 17

ΕΜΕΙΣ ΣΥΝΗΘΩΣ ΣΤΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΜΕ ΑΠΛΟ ΧΑΡΤΙ ΜΙΛΙΜΕΤΡΕ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΟΡΘΟΚΑΝΟΝΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΑΞΟΝΩΝ

ΑΝ ΤΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΓΙΝΕΤΑΙ **ΜΕ ΤΟ ΧΕΡΙ** ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΠΡΟΣΕΞΟΥΜΕ:

- ΠΟΥ ΘΑ ΤΟΠΟΘΕΤΗΘΕΙ ΣΤΟ ΧΑΡΤΙ **Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ** ΤΩΝ ΑΞΟΝΩΝ ΑΝΑΛΟΓΑ ΜΕ ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ x,y
ΚΑΙ
- ΠΟΙΟΣ **ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ** ΜΑΣ ΣΥΜΦΕΡΕΙ (ΑΝ ΘΑ ΕΙΝΑΙ PORTRAIT Η LANDSCAPE)



ΠΙΘΑΝΟΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΙ
ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΑΞΟΝΩΝ
ΑΝΑΛΟΓΑ ΜΕ ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΤΙΜΩΝ
ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΩΣΤΕ ΝΑ ΥΠΑΡΧΕΙ
ΟΣΟ ΓΙΝΕΤΑΙ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΟΣ ΧΩΡΟΣ
ΔΙΑΘΕΣΙΜΟΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡ.

- ΠΡΕΠΕΙ **ΝΑ ΔΙΑΜΟΡΦΩΘΟΥΝ ΟΙ ΚΛΙΜΑΚΕΣ** ΣΤΟΥΣ ΑΞΟΝΕΣ (ΣΥΝΗΘΩΣ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΣΕ ΚΑΘΕ ΑΞΟΝΑ)

ΔΗΛ **ΝΑ ΕΠΙΛΕΓΕΙ Η ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΗΣΗ ΤΩΝ ΕΚΑΤΟΣΤΩΝ ΤΟΥ ΧΑΡΤΙΟΥ ΜΕ ΤΙΣ ΤΙΜΕΣ ΤΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ** ΠΟΥ ΑΠΕΙΚΟΝΙΖΕΤΑΙ ΣΕ ΑΥΤΟ ΤΟΝ ΑΞΟΝΑ.

- ΤΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΚΑΤΑΛΑΜΒΑΝΕΙ ΧΩΡΟ ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ ΜΙΣΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ.
- ΦΡΟΝΤΙΖΟΥΜΕ **Η ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΤΙΜΗ ΤΗΣ ΚΑΘΕ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΚΟΝΤΑ ΣΤΗΝ ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΑΞΟΝΑ ΚΑΙ Η ΜΕΓΙΣΤΗ ΤΙΜΗ ΚΟΝΤΑ ΣΤΟ ΤΕΛΟΣ ΤΟΥ ΑΞΟΝΑ**

(**ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΥΠΟΧΡΕΩΤΙΚΟ Η ΤΙΜΗ ΤΩΝ ΑΞΟΝΩΝ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΤΟ (0,0)**).

ΕΤΣΙ ΦΡΟΝΤΙΖΟΥΜΕ ΝΑ «ΑΠΛΩΝΕΙ» Η ΓΡΑΦΙΚΗ ΜΑΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΚΑΙ **ΝΑ ΑΞΙΟΠΟΙΕΙ ΜΕΓΑΛΟ ΜΕΡΟΣ ΤΟΥ ΧΑΡΤΙΟΥ** ΑΛΛΙΩΣ ΘΑ ΧΑΘΟΥΝ ΠΟΛΥΤΙΜΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ

- ΤΟ **ΒΗΜΑ** (ΔΗΛ Ο ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΕ ΜΟΝΑΔΕΣ ΠΟΥ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΕΙ ΣΕ ΚΑΘΕ ΑΞΟΝΑ ΣΤΟ 1 ΕΚΑΤΟΣΤΟ) ΒΡΙΣΚΕΤΑΙ ΓΙΑ ΤΟΝ ΑΞΟΝΑ y ΔΙΑΙΡΩΝΤΑΣ ΤΟ ΕΥΡΟΣ ($y_{\max} - y_{\min}$) ΜΕ ΤΟ ΠΛΗΘΟΣ ΤΩΝ ΕΚΑΤΟΣΤΩΝ ΣΤΟΝ ΑΞΟΝΑ ΠΟΥ ΕΠΙΛΕΓΕΤΑΙ ΩΣ ΛΟΓΙΚΟ ΜΕ ΤΗΝ ΑΝΑΛΟΓΗ ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗ (ΤΟ ΙΔΙΟ ΚΑΝΟΥΜΕ ΓΙΑ ΤΟΝ x ΑΞΟΝΑ)

ΚΑΛΟ ΒΗΜΑ Ε ΕΙΝΑΙ ΒΗΜΑ ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ **ΙΣΟ Η ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΟ ΤΟΥ 1 ΤΟΥ 2 ΤΟΥ 4 Η ΤΟΥ 5 Η ΤΟΥ 10** (ΟΧΙ ΤΟΥ 3 Η ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΟ ΤΟΥ)

- **ΔΕΝ ΣΗΜΕΙΩΝΟΥΜΕ ΤΙΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΣΤΟΥΣ ΑΞΟΝΕΣ, ΜΟΝΟ ΤΑ ΒΗΜΑΤΑ.**

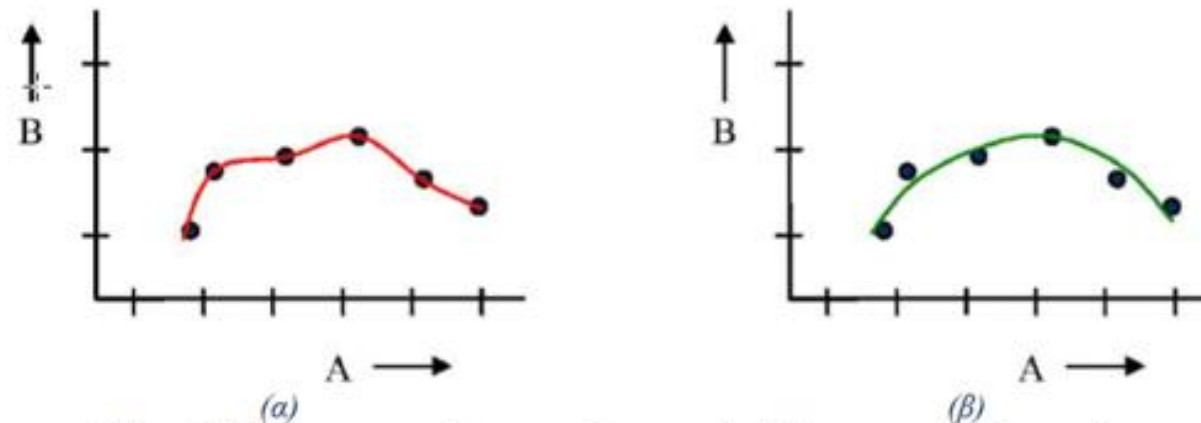
-

ΑΝ ΟΙ ΤΙΜΕΣ ΜΑΣ ΕΧΟΥΝ ΠΟΛΛΑ ΜΗΔΕΝΙΚΑ ΒΓΑΖΟΥΜΕ ΕΝΑ **ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΙΚΟ ΠΑΡΑΓΟΝΤΑ** ΔΥΝΑΜΗ ΤΟΥ 10 ΠΟΥ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΖΕΙ ΤΙΣ ΜΟΝΑΔΕΣ ΤΟΥ ΑΞΟΝΑ ΚΑΙ ΟΙ ΤΙΜΕΣ ΣΤΟΥΣ ΑΞΟΝΕΣ ΕΤΣΙ ΑΝΑΓΡΑΦΟΝΤΑΙ ΜΕ ΟΣΟ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΔΥΝΑΤΟ ΛΙΓΟΤΕΡΑ ΣΗΜΕΙΑ.
ΣΤΟ ΤΕΛΟΣ

ΟΙ ΑΞΟΝΕΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΧΟΥΝ ΤΟΝ ΒΗΜΑ ΤΟΥΣ, ΤΟΝ ΤΙΤΛΟ ΤΟΥΣ (ΣΥΜΒΟΛΟ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ, ΜΟΝΑΔΕΣ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΗ ΤΟΥ 10 ΑΝ ΧΡΕΙΑΖΕΤΑΙ)

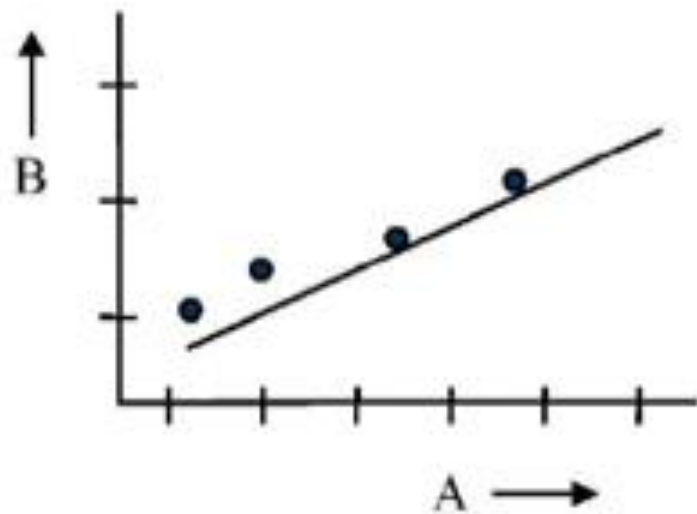
- ΣΗΜΕΙΩΝΟΝΤΑΙ ΤΑ **ΖΕΥΓΑΡΙΑ (x,y)** ΣΤΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ
- ΧΑΡΑΣΣΕΤΑΙ Η **ΚΑΛΥΤΕΡΗ ΔΥΝΑΤΗ ΟΜΑΛΗ ΚΑΜΠΥΛΗ** ΠΟΥ ΠΡΟΣΕΓΓΙΖΕΙ ΚΑΛΥΤΕΡΑ ΤΙΣ ΣΥΝΤΑΓΜΕΝΕΣ ΤΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ ΑΠΟ ΤΑ ΟΠΟΙΑ **ΔΕΝ ΠΕΡΝΑ ΥΠΟΧΡΕΩΤΙΚΑ**.

ΑΥΤΟ ΣΗΜΑΙΝΕΙ ΟΤΙ **ΔΕΝ ΕΝΩΝΟΥΜΕ ΤΕΛΙΤΣΕΣ**

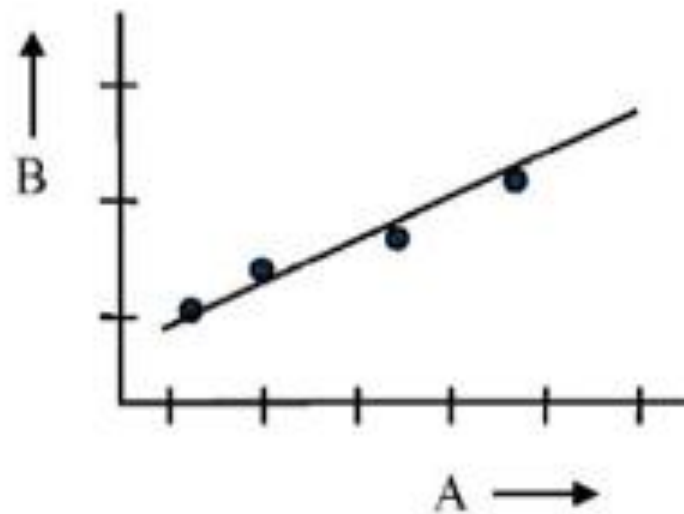


Σχήμα 4. Σχεδίαση γραφικών παραστάσεων από πλήθος πειραματικών σημείων.

ΑΝ ΠΡΟΚΕΙΤΑΙ ΓΙΑ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΣΧΕΣΗ ΔΕΝ ΥΠΟΧΡΕΩΝΟΥΜΕ ΤΗΝ ΕΥΘΕΙΑ ΝΑ ΠΕΡΑΣΕΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΡΧΗ ΤΩΝ ΑΞΟΝΩΝ



(α)



(β)

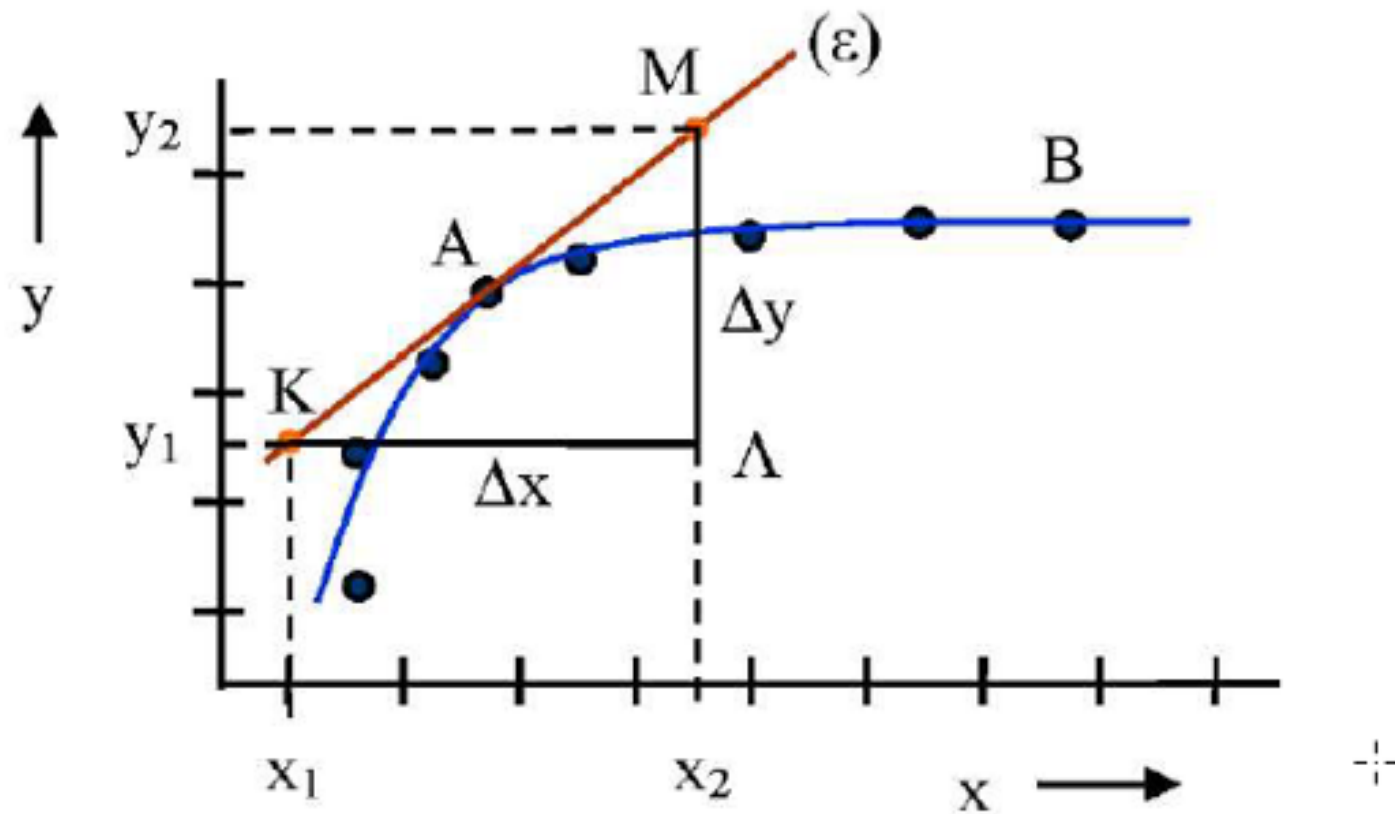
Σχήμα 5. Χάραξη ευθείας διά μέσου πειραματικών σημείων.

ΣΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ **Η ΚΛΙΣΗ** ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ, Η Η ΚΛΙΣΗ ΣΕ ΕΝΑ ΟΡΙΣΜΕΝΟ ΣΗΜΕΙΟ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΕΙΝΑΙ ΕΝΑ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟ ΜΕΓΕΘΟΣ , **ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΤΟΝ ΤΡΟΠΟ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ Δy ΤΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ y ΣΕ ΜΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΗ ΜΕΤΑΒΟΛΗ Δx ΤΗΣ x ΚΑΙ ΕΧΕΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΚΑΙ ΓΕΝΙΚΩΣ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗ ΜΙΑΣ ΓΩΝΙΑΣ.**

$$\text{ΟΡΙΣΜΟΣ: } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ΣΤΟ ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΣΧΗΜΑ ΑΝ ΘΕΛΟΥΜΕ ΤΗΝ **ΚΛΙΣΗ ΣΤΟ ΣΗΜΕΙΟ x_A** , ΦΕΡΝΟΥΜΕ ΤΗΝ **ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗ** ΣΤΗΝ ΚΑΜΠΥΛΗ ΣΤΟ ΣΗΜΕΙΟ Α ΚΑΙ ΜΕ ΤΗΝ ΒΟΗΘΕΙΑ ΣΧΗΜΑΤΙΖΟΥΜΕ ΤΟ **ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΤΡΙΓΩΝΟ** ΚΜΛ ΔΙΑΛΕΓΟΝΤΑΣ 2 ΛΙΓΟ ΠΟΛΥ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ Α ΣΗΜΕΙΑ Κ ΚΑΙ Λ. ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ ΤΙΣ **ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΤΟΥΣ** ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ ΤΗΝ ΚΛΙΣΗ ΑΠΟ ΤΟΝ ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΤΥΠΟ

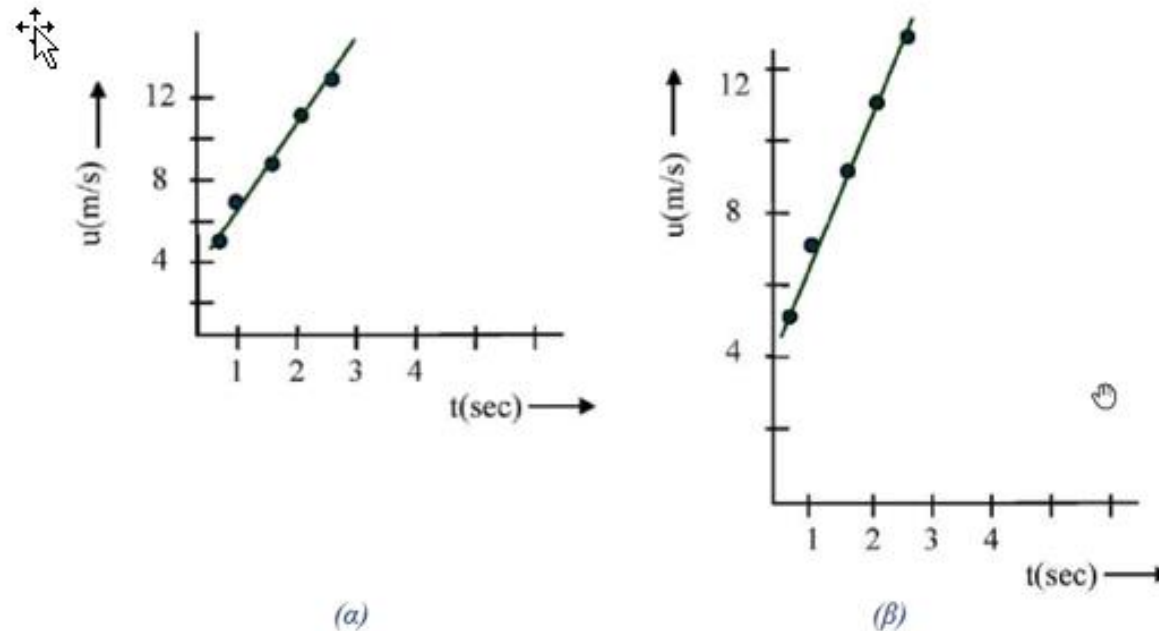
ΠΡΟΣΟΧΗ $y_2 - y_1, x_2 - x_1$ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΜΗΚΗ ΤΩΝ ΠΛΕΥΡΩΝ ΤΟΥ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ΑΛΛΑ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ Κ ΚΑΙ Λ



Σχήμα 6. Υπολογισμός κλίσης καμπύλης γραμμής.

ΠΡΟΦΑΝΩΣ Η **ΚΛΙΣΗ** ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΣΗΜΕΙΑ ΜΙΑΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΕΙΝΑΙ ΣΤΑΘΕΡΗ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΣΗΜΕΙΑ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΑΛΛΑ ΟΧΙ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΣΗΜΕΙΑ ΜΙΑΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ.

ΔΕΝ ΕΞΑΡΤΑΤΑΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΒΑΘΜΟΛΟΓΗΣΗ ΤΩΝ ΑΞΟΝΩΝ ΚΑΙ ΑΝ ΠΡΟΚΕΙΤΑΙ ΓΙΑ ΕΥΘΕΙΑ ΕΧΕΙ ΤΗΝ ΙΔΙΑ ΤΙΜΗ ΤΗΣ ΤΕΤΑΓΜΕΝΗΣ ΕΠΙ ΤΗΝ ΑΡΧΗ ΑΝ ΚΑΙ ΟΙ ΕΥΘΕΙΕΣ ΜΕ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΚΛΙΜΑΚΕΣ ΔΕΝ ΔΕΙΧΝΟΥΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΟΠΩΣ ΣΤΟ ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΣΧΗΜΑ



(α) (β)
Σχήμα 7 Χάραξη ευθείας με διαφορετικές επιλογές κλίμακας κατακόρυφων άξονα.

ΟΙ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΕΣ ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΠΟΥ ΠΡΟΚΥΠΤΟΥΝ ΓΕΝΙΚΩΣ ΑΠΟ ΤΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ **ΚΑΜΠΥΛΕΣ** ΣΥΧΝΑ ΟΜΩΣ ΜΕ **ΤΟΝ ΚΑΤΑΛΛΗΛΟ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ** ΜΠΟΡΟΥΝ ΝΑ ΓΙΝΟΥΝ **ΕΥΘΕΙΑ**.

Π.Χ,

ΣΕ ΠΕΙΡΑΜΑ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΠΤΩΣΗΣ ΙΣΧΥΕΙ Ο ΤΥΠΟΣ:

$$s = \frac{1}{2} gt^2$$

ΜΗ ΕΥΧΡΗΣΤΗ **ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΗ** ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

ΘΕΩΡΟΝΤΑΣ ΤΗΝ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ ΤΗΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ g ΓΝΩΣΤΗ ΜΠΟΡΕΙΤΕ **ΝΑ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΕΤΕ** ΤΟΝ ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΤΥΠΟ **ΣΕ ΜΙΑ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΔΥΟ ΜΑΛΙΣΤΑ ΤΡΟΠΟΥΣ**

1) ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΖΩ ΤΟ

$$S = (0,5g)t^2$$

ΜΕ

$$X = t^2, \quad k = 0,5g, \quad Y = S \quad \square$$

ΣΕ **$Y = k \cdot X$**

ΚΑΙ Η ΚΛΙΣΗ ΕΙΝΑΙ $k=0,5 g$

ΑΡΑ **$g=2 \cdot k$**

2) ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΖΩ ΔΕΞΙΑ ΚΑΙ ΑΡΙΣΤΕΡΑ
ΤΗΝ ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΑΙ ΑΝ ΟΝΟΜΑΣΩ

$$b = \ln(0.5g), \quad a=2, \quad Y = \ln S \quad X \\ = \ln t$$

$$Y = b + ax$$

ΑΝ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΩ ΤΑ a, b ΜΕ
ΚΑΠΟΙΑ ΜΕΘΟΔΟ

$$b = \ln(0.5g) \rightarrow g = 2 \cdot e^b$$

ΑΣ ΕΠΙΚΕΝΤΡΩΘΟΥΜΕ ΣΕ ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΑΡΑ ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΕΥΘΕΙΩΝ
ΟΠΩΣ ΘΑ ΠΡΟΚΥΠΤΟΥΝ ΣΤΙΣ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΑΣ.

ΑΠΟ Α ΕΞΑΜΗΝΟ ΜΑΘΑΜΕ ΟΤΙ ΓΙΑ ΝΑ ΒΡΟΥΜΕ ΤΗΝ ΚΑΛΥΤΕΡΗ ΔΥΝΑΤΗ ΕΥΘΕΙΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΜΕ
ΤΗΝ **ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ** Η ΟΠΟΙΑ ΧΑΡΑΣΣΕΙ ΤΗΝ ΚΑΛΥΤΕΡΗ ΔΥΝΑΤΗ ΕΥΘΕΙΑ
ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΗ ΚΑΤΑΝΑΝΟΜΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ **ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΤΟ**
ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ ΤΩΝ ΑΠΟΚΛΙΣΕΩΝ ΤΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ ΑΠΟ ΑΥΤΗ.

(ΒΛ. ΑΡΑΒΑΝΤΙΝΟΣ ΣΕΛ 18, Ν.ΣΓΟΥΡΟΣ [Εισαγωγικές Εργαστηριακές Ασκήσεις - Θεωρία Σφαλμάτων - Γραφήματα](#), , e-class ΕΡΓ ΦΥΣ Ι >ΕΓΓΡΑΦΑ)

ΚΑΙ ΜΑΘΑΜΕ ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ ΤΟΥΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ ΜΕ
ΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΤΟΥΣ ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΥΠΟΥΣ ΠΟΥ ΤΑ ΣΥΝΔΕΟΥΝ ΜΕ ΤΙΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΤΩΝ
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ

- ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΠΡΑΓΜΑΤΟΠΟΙΗΣΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ ,
- ΜΕ ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΣΕ ΠΙΝΑΚΑ
- ΜΕ ΣΩΣΤΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ ΚΑΙ
- ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΤΟΥ ΔΕΚΑ ΓΙΑ ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΨΗΦΙΩΝ

ΓΙΑ ΝΑ ΓΙΝΕΙ Η ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΕΧΟΥΜΕ ΤΙΣ ΕΞΗΣ ΕΠΙΛΟΓΕΣ

1) Η ΕΜΠΕΙΡΙΚΗ

- ΧΑΡΑΖΟΥΜΕ ΣΕ ΜΙΛΙΜΕΤΡΕ ΧΑΡΤΙ , ΤΟ ΚΑΤΑΛΛΗΛΟ ΟΡΘΟΚΑΝΟΝΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΞΟΝΩΝ, ΜΕ ΤΟ ΒΗΜΑ ΚΑΙ ΤΟΥΣ ΤΙΤΛΟΥΣ ΤΟΥΣ,

-ΕΝΤΟΠΙΖΟΥΜΕ ΤΑ ΣΗΜΕΙΑ (x,y)

-ΜΕ ΤΟ ΜΑΤΙ (ΚΑΙ ΜΕΤΑ ΑΠΟ ΑΡΚΕΤΕΣ ΙΣΩΣ ΠΡΟΣΠΑΘΕΙΕΣ) ΧΑΡΑΖΟΥΜΕ ΜΙΑ ΕΥΘΕΙΑ ΠΟΥ ΚΑΤΑ ΤΟ ΔΥΝΑΤΟΝ ΑΠΕΧΕΙ ΙΣΕΣ ΑΠΟΣΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΑ ΣΗΜΕΙΑ ΠΟΥ ΒΡΙΣΚΟΝΤΑΙ ΣΤΙΣ ΔΥΟ ΠΛΕΥΡΕΣ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ (ΙΔΙΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΣΗΜΕΙΩΝ ΕΚΑΤΕΡΩΘΕΝ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ, ΟΣΟ ΕΙΝΑΙ ΔΥΝΑΤΟ)

Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ $Y = AX+B$ ΒΡΙΣΚΕΤΑΙ ΩΣ ΕΞΗΣ

ΤΟ Β ΒΡΙΣΚΕΤΑΙ ΠΡΟΕΚΤΕΙΝΟΝΤΑΣ ΤΗΝ ΕΥΘΕΙΑ ΚΑΙ ΒΡΙΣΚΟΝΤΑΣ ΤΗΝ **ΤΕΤΑΓΜΕΝΗ ΕΠΙ ΤΗΝ ΑΡΧΗ**

Η **ΚΛΙΣΗ** ΘΑ ΒΡΕΘΕΙ ΔΙΑΛΕΓΟΝΤΑΣ 2 ΣΗΜΕΙΑ ΠΑΝΩ ΣΤΗΝ ΕΥΘΕΙΑ Α (x_1, y_1) ΚΑΙ Β (x_2, y_2) ΑΠΟ ΤΟΝ

ΤΥΠΟ:

$$A = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΤΩΝ Α,Β Η ΑΛΛΕΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΕΣ ΕΝΔΙΑΦΕΡΟΥΣΕΣ ΠΟΣΟΤΗΤΗΤΕΣ ΔΕΝ ΜΠΟΡΟΥΝ ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΟΥΝ

2) ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΤΩΝ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ ΜΕ ΠΡΑΞΕΙΣ ΑΠΟ ΤΑ x_i, y_i

ΑΡΑΒΑΝΤΙΝΟΣ ΣΕΛ. 19-20

i	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
1					
2					
3					
4					
5					
	$\sum x_i$	$\sum y_i$	$\sum x_i^2$	$\sum y_i^2$	$\sum x_i y_i$

$$m = \frac{\sum x_i y_i - N \bar{x} \bar{y}}{\sum x_i^2 - N \bar{x}^2} \text{ και } b = \frac{y \sum x_i^2 - x \sum x_i y_i}{\sum x_i - N \bar{x}^2}$$

$$\text{με: } \bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} \text{ και } \bar{y} = \frac{\sum y_i}{N}$$

ΚΑΙ ΤΑ **ΣΦΑΛΜΑΤΑ** ΤΟΥΣ ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΝΤΑΙ ΑΠΟ ΤΟΥΣ ΤΥΠΟΥΣ

$$(\delta m)^2 = \frac{S_x S_y - S_{xy}^2}{(N-2)S_x^2} \quad \text{και} \quad (\delta b)^2 = \frac{(S_x S_y - S_{xy}^2)(S_x + N\bar{x}^2)}{N(N-2)S_x^2}$$

$$\text{όπου: } S_x = \sum x_i^2 - N\bar{x}^2, \quad S_y = \sum y_i^2 - N\bar{y}^2 \quad \text{και} \quad S_{xy} = \sum x_i y_i - N\bar{x}\bar{y}$$

ΑΠΟ ΤΑ ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΕΧΕΤΕ ΤΗΝ **ΕΥΘΕΙΑ** $Y=mx+b$ ΔΙΑΛΕΓΟΝΤΑΣ 2 ΤΙΜΕΣ ΤΟΥ Χ ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΤΕ 2 ΤΙΜΕΣ Υ

ΑΠΟ ΤΑ ΔΥΟ ΖΕΥΓΑΡΙΑ (Χ,Υ) ΜΠΟΡΕΙΤΕ ΝΑ ΣΧΕΔΙΑΣΕΤΕ ΤΗΝ ΕΥΘΕΙΑ.

3) ΜΕ ΤΗΝ ΒΟΗΘΕΙΑ ΤΟΥ ΕΞΕΛ ΚΑΙ ΤΟΥ TRENDLINE

ΜΠΟΡΕΙΤΕ ΝΑ ΚΑΝΕΤΕ ΤΗΝ ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΚΑΙ ΝΑ ΕΧΕΤΕ ΤΗΝ ΕΥΘΕΙΑ, ΤΗΝ ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ, ΤΟ R^2 ΑΛΛΑ ΟΧΙ ΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΣΤΙΣ 2 ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ

R^2 Η r^2

Ο συντελεστής προσδιορισμού. Συγκρίνει τις εκτιμώμενες και τις πραγματικές τιμές y και η τιμή του κυμαίνεται από 0 έως 1. Εάν ο συντελεστής προσδιορισμού είναι 1, υπάρχει πλήρης γραμμική συσχέτιση στο δείγμα — δηλαδή δεν υπάρχει διαφορά ανάμεσα στην υπολογισμένη τιμή y και την πραγματική τιμή y . Αντίθετα, αν ο συντελεστής προσδιορισμού είναι 0, η εξίσωση παλινδρόμησης δεν είναι χρήσιμη για την πρόβλεψη τιμών του y . Για πληροφορίες σχετικά με τον τρόπο υπολογισμού του r^2 ανατρέξτε στις "Παρατηρήσεις", στη συνέχεια αυτού του θέματος.

- 2) ΜΕ ΤΗΝ ΒΟΗΘΕΙΑ ΤΟΥ **EXCEL** , ΤΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ **LINEST** ΠΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΙ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ ΟΧΙ ΜΟΝΟ ΤΙΣ **ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΜΕ ΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΤΟΥΣ** ΑΛΛΑ ΚΑΙ **ΣΗΜΑΝΤΙΚΕΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ** ΥΠΟ ΤΗΝ ΜΟΡΦΗ ΕΝΟΣ **ΠΙΝΑΚΑ** 2Χ5 ΤΗΣ ΜΟΡΦΗΣ ΑΝ ΕΧΕΤΕ n ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ $x_1 \dots x_n$

	A	B	C	D	E	F
1	m_n	m_{n-1}	...	m_2	m_1	b
2	se_n	se_{n-1}	...	se_2	se_1	se_b
3	r^2	se_y				
4	F	df				
5	SSreg	SSresid				

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

ΕΧΕΤΕ ΜΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕ ΜΙΑ ΜΟΝΟ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ Π.Χ. ΤΗΝ ΠΡΟΑΝΑΦΕΡΘΕΙΣΑ

$$S = 1/2 g t^2 \quad \text{Η} \quad 2S = (g)t^2$$

ΜΕ ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

ΜΕΣΩ ΤΩΝ

$$X = t^2, \quad k = g, \quad Y = 2S$$

ΠΡΟΚΥΠΤΕΙ Η

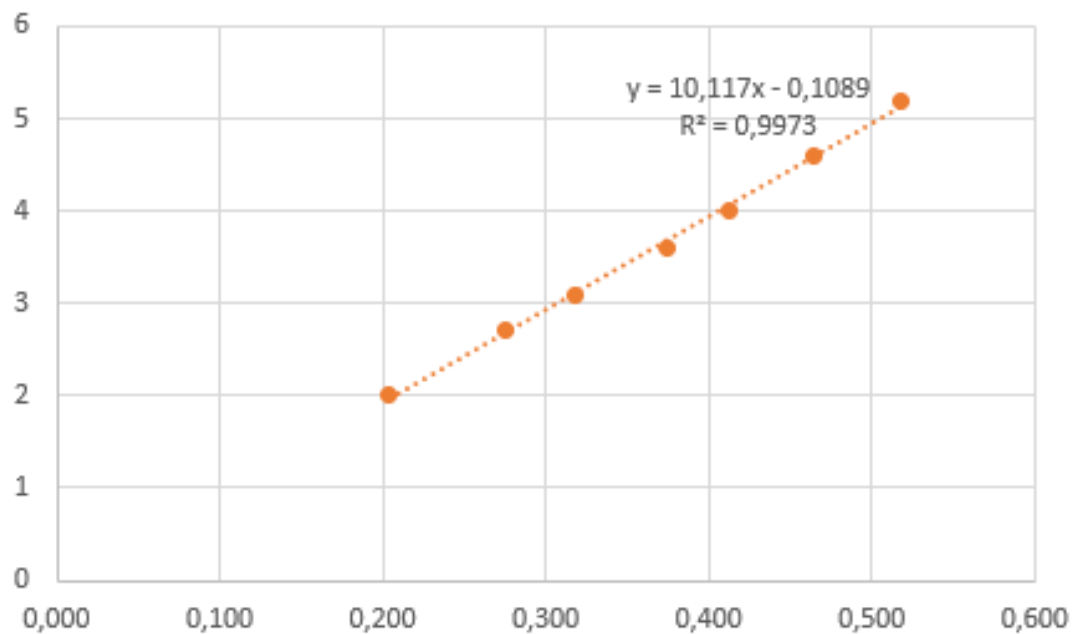
ΕΥΘΕΙΑ $Y = k \cdot X$

ΕΣΤΩ ΟΤΙ ΣΧΕΔΙΑΖΕΤΕ ΜΕ ΤΟ TRENDLINE ΤΗΝ ΕΥΘΕΙΑ ΚΑΙ ΜΕ ΤΟ LINEST ΕΧΕΤΕ ΒΡΕΙ ΤΙΣ ΠΙΟ ΚΑΤΩ ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΜΕ ΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΤΟΥΣ

(ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΑΤΑΧΩΡΗΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ LINEST ΔΕΝ ΠΑΤΑΜΕ ENTER ΑΛΛΑ ΚΡΑΤΩΝΤΑΣ ΠΑΤΗΜΕΝΑ ΤΑ ΠΛΗΚΤΡΑ CTRL+SHIFT ΠΑΤΑΜΕ ΤΟ ENTER)

(ΜΕ FORMAT π.χ.. `LINEST(C2:C8;B2:B8;TRUE;TRUE)`)

ΠΡΙΝ ΤΙΣ ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΕΙΣ ΣΤΟ LINEST



g 10,11715	-0,10893 τεταγμένη
δg 0,235632	0,089605 σφάλμα ΤΕΤ
0,997395	0,063014
1843,525	5
7,320146	0,019854

ΣΗΜΑΝΤΙΚΟ:

ΓΙΑ ΤΑ ΔΙΚΑ ΜΑΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΜΕ ΤΙΣ ΣΧΕΤΙΚΑ ΛΙΓΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ $N < 20$

ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΟΥΜΕ ΠΡΩΤΑ ΤΟ ΣΦΑΛΜΑ ΤΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΣΕ 1 (Η 2 ΑΝ ΧΡΕΙΑΖΕΤΑΙ) ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ ΚΑΙ ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΤΙΜΗ ΣΤΗΝ ΟΠΟΙΑ ΑΝΑΦΕΡΕΤΑΙ ΩΣΤΕ ΝΑ ΕΧΟΥΝ ΤΑ ΙΔΙΑ ΔΕΚΑΔΙΚΑ.

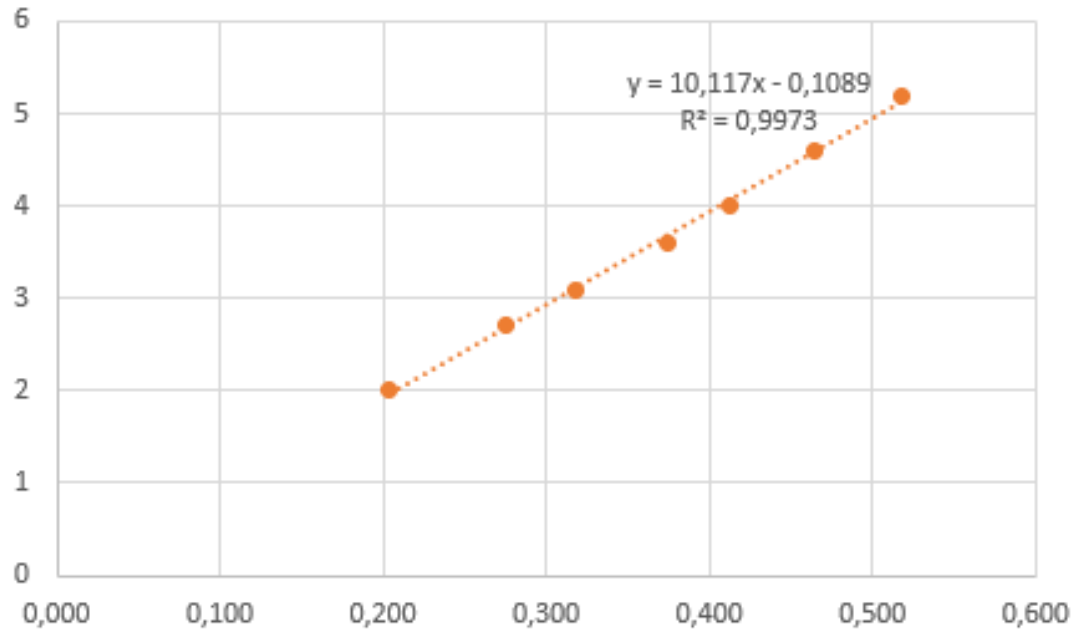
$$\delta g = 0,24 \text{ m/sec}^2 \quad \text{ΚΑΙ} \quad g = 10,12 \text{ m/sec}^2 \quad g \pm \delta g = 10,12 \pm 0,24 \text{ m/sec}^2$$

$$\delta b = 0,09 \text{ m}, \quad b = -0,11 \text{ m} \quad b \pm \delta b = -0,11 \pm 0,09 \text{ m}$$

ΠΡΟΣΟΧΗ ΤΟ LINEST ΔΙΝΕΙ ΤΙΣ ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΜΕ ΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΤΟΥΣ ΑΛΛΑ ΔΕΝ ΧΑΡΑΖΕΙ ΕΥΘΕΙΑ

ΤΗΝ ΕΥΘΕΙΑ ΘΑ ΤΗΝ ΚΑΝΕΤΕ ΜΕ ΤΟ TRENDLINE ΚΑΙ ΘΑ ΕΙΝΑΙ **ΠΟΛΥ ΧΡΗΣΙΜΟ ΝΑ ΣΥΓΚΡΙΝΕΤΕ ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΟ LINEST** ΜΕ ΤΗΝ ΕΙΣΩΣΗ ΤΟΥ TRENDLINE ,

ΑΝ ΔΕΙΤΕ ΤΑ ΙΔΙΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΧΕΤΕ ΚΑΝΕΙ ΚΑΙ ΤΑ ΔΥΟ ΣΩΣΤΑ, ΑΝ ΟΧΙ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΞΑΝΑΠΡΟΣΠΑΘΗΣΕΤΕ.



ΜΕΤΑ ΤΙΣ ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΕΙΣ ΣΤΟ LINEST

$\delta g = 0,24 \text{ m/sec}^2$ ΚΑΙ $g = 10,12 \text{ m/sec}^2$

$$g \pm \delta g = 10,12 \pm 0,24 \text{ m/sec}^2$$

$\delta b = 0,09 \text{ m}$, $b = 0,11 \text{ m}$

$$b \pm \delta b = -0,11 \pm 0,09 \text{ m}$$

ΓΙΑ ΟΣΟΥΣ ΔΥΣΚΟΛΕΥΟΝΤΑΙ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ EXCEL ΘΑ ΗΤΑΝ ΧΡΗΣΙΜΟ ΝΑ ΔΙΑΒΑΣΟΥΝ ΤΗΝ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΥΣΙΚΗ Ι, ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ Ν. ΣΓΟΥΡΟΣ

Ν.ΣΓΟΥΡΟΣ [Εισαγωγικές Εργαστηριακές Ασκήσεις - Θεωρία Σφαλμάτων - Γραφήματα](#), , e-class ΕΡΓ ΦΥΣ Ι >ΕΓΓΡΑΦΑ

ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΓΙΑ ΑΝΑΦΟΡΑ Ο ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ LINEST

(<https://support.microsoft.com/el-gr/office/linest-%CF%83%CF%85%CE%BD%CE%AC%CF%81%CF%84%CE%B7%CF%83%CE%B7-linest-84d7d0d9-6e50-4101-977a-fa7abf772b6d>)

LINEST (Συνάρτηση LINEST)

Excel για Microsoft 365 Excel για Microsoft 365 για Mac Excel για το web [Περισσότερα...](#)

Σε αυτό το άρθρο περιγράφονται η σύνταξη τύπου και η χρήση της συνάρτησης **LINEST** στο Microsoft Excel. Βρείτε συνδέσεις σε περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τη δημιουργία γραφημάτων και την πραγματοποίηση ανάλυσης παλινδρόμησης στην ενότητα **Δείτε επίσης**.

Περιγραφή

Η συνάρτηση **LINEST** υπολογίζει τα στατιστικά στοιχεία για μια ευθεία χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των "ελαχίστων τετραγώνων" για τον υπολογισμό μιας ευθείας γραμμής που εφαρμόζει καλύτερα στα δεδομένα σας και, στη συνέχεια, επιστρέφει έναν πίνακα που περιγράφει τη γραμμή. Επίσης, μπορείτε να συνδυάσετε τη συνάρτηση **LINEST** με άλλες συναρτήσεις για να υπολογίσετε στατιστικά στοιχεία για άλλους τύπους μοντέλων τα οποία έχουν γραμμική σχέση με τις άγνωστες παραμέτρους, όπως πολυωνυμική, λογαριθμική, εκθετική σειρά και δυναμοσειρά. Επειδή η συνάρτηση αυτή επιστρέφει έναν πίνακα τιμών, πρέπει να εισάγεται ως τύπος πίνακα. Σε αυτό το άρθρο, τα παραδείγματα ακολουθούνται από οδηγίες.

Η εξίσωση της ευθείας είναι:

$$y = mx + b$$

–ή–

$$y = m_1x_1 + m_2x_2 + \dots + b$$

εάν υπάρχουν πολλές περιοχές τιμών x , όπου οι εξαρτημένες τιμές y είναι συνάρτηση των ανεξάρτητων τιμών x . Οι τιμές m είναι συντελεστές που αντιστοιχούν σε κάθε τιμή x , ενώ b είναι μια σταθερά. Σημειώνεται ότι τα x , y και m μπορεί να είναι ανύσματα. Ο πίνακας που επιστρέφει η συνάρτηση **LINEST** είναι της μορφής $\{m_n \setminus m_{n-1} \setminus \dots \setminus m_1 \setminus b\}$. Η συνάρτηση **LINEST** μπορεί επίσης να επιστρέψει πρόσθετα στατιστικά στοιχεία παλινδρόμησης.

Σύνταξη

LINEST(γνωστά_y; [γνωστά_x]; [σταθερά]; [στατιστικές])

Η σύνταξη της συνάρτησης LINEST περιλαμβάνει τα παρακάτω ορίσματα:

Σύνταξη

- **γνωστά_y** Υποχρεωτικό. Το σύνολο των γνωστών τιμών του y, στη σχέση $y = mx + b$.
 - Εάν η περιοχή του ορίσματος **γνωστά_y** έχει μία μόνο στήλη, κάθε στήλη του ορίσματος **γνωστά_x** θεωρείται ως ξεχωριστή μεταβλητή.
 - Εάν η περιοχή του ορίσματος **γνωστά_y** περιέχεται σε μία μόνο γραμμή, κάθε γραμμή του ορίσματος **γνωστά_x** θεωρείται ως ξεχωριστή μεταβλητή.
- **γνωστά_x** Προαιρετικό. Ένα σύνολο γνωστών τιμών του x, στη σχέση $y = mx + b$.
 - Η περιοχή του ορίσματος **γνωστά_x** μπορεί να περιλαμβάνει ένα ή περισσότερα σύνολα μεταβλητών. Εάν χρησιμοποιείτε μόνο μία μεταβλητή, τα ορίσματα **γνωστά_y** και **γνωστά_x** μπορούν να είναι περιοχές οποιουδήποτε σχήματος, αρκεί να έχουν ίσες διαστάσεις. Εάν χρησιμοποιούνται περισσότερες από μία μεταβλητές, το όρισμα **γνωστά_y** πρέπει να είναι άνυσμα (δηλαδή, μια περιοχή με ύψος μίας μόνο γραμμής ή πλάτος μίας μόνο στήλης).
 - Εάν παραλειφθεί το όρισμα **γνωστά_x**, θεωρείται ίσο με έναν πίνακα $\{1\ 2\ 3\ \dots\}$ με μέγεθος ίδιο με του πίνακα **γνωστά_y**.
- **σταθερά** Προαιρετικό. Μια λογική τιμή που καθορίζει εάν η σταθερά b θα θεωρηθεί ίση με το μηδέν.

- Εάν το όρισμα **σταθερά** είναι TRUE ή παραλείπεται, η σταθερά b υπολογίζεται κανονικά.
- Εάν το όρισμα **σταθερά** είναι FALSE, η σταθερά b θεωρείται ίση με το 0 και οι τιμές m αναπροσαρμόζονται, ώστε $y = mx$.
- **στατιστικές** Προαιρετικό. Μια λογική τιμή που καθορίζει αν θα επιστραφούν πρόσθετα στατιστικά στοιχεία παλινδρόμησης.
 - Εάν **το όρισμα** στατιστικές είναι TRUE, **η συνάρτηση LINEST** επιστρέφει πρόσθετα στατιστικά στοιχεία παλινδρόμησης. ως αποτέλεσμα, ο πίνακας που επιστρέφεται είναι **$\{mn, mn-1, \dots, m1, b; sen, sen-1, \dots, se1, seb; r^2, sey; F, df; ssreg, ssresid\}$** .
 - Εάν το όρισμα **στατιστικές** είναι FALSE ή παραλείπεται, η συνάρτηση **LINEST** επιστρέφει μόνο τους συντελεστές m και τη σταθερά b .

Στατιστική τιμή	Περιγραφή
se_1, se_2, \dots, se_n	Οι τιμές τυπικού σφάλματος για τους συντελεστές m_1, m_2, \dots, m_n .
seb	Η τιμή τυπικού σφάλματος για τη σταθερά b ($seb = \#Δ/Υ$, όταν το όρισμα σταθερά είναι FALSE).
r^2	Ο συντελεστής προσδιορισμού. Συγκρίνει τις εκτιμώμενες και τις πραγματικές τιμές y και η τιμή του κυμαίνεται από 0 έως 1. Εάν ο συντελεστής προσδιορισμού είναι 1, υπάρχει πλήρης γραμμική συσχέτιση στο δείγμα — δηλαδή δεν υπάρχει διαφορά ανάμεσα στην υπολογισμένη τιμή y και την πραγματική τιμή y . Αντίθετα, αν ο συντελεστής προσδιορισμού είναι 0, η εξίσωση παλινδρόμησης δεν είναι χρήσιμη για την πρόβλεψη τιμών του y . Για πληροφορίες σχετικά με τον τρόπο υπολογισμού του ² , ανατρέξτε στις "Παρατηρήσεις", στη συνέχεια αυτού του θέματος.
sey	Το τυπικό σφάλμα εκτίμησης της τιμής του y .
F	Η στατιστική τιμή F ή παρατηρούμενη τιμή F . Χρησιμοποιήστε τη στατιστική τιμή F για να καθορίσετε αν είναι τυχαία η παρατηρούμενη σχέση μεταξύ των εξαρτημένων και των ανεξάρτητων μεταβλητών.

df	Οι βαθμοί ελευθερίας. Χρησιμοποιήστε τους βαθμούς ελευθερίας για να βρείτε κρίσιμες τιμές F σε κάποιον στατιστικό πίνακα. Συγκρίνετε τις τιμές που θα βρείτε στον πίνακα, με τη στατιστική τιμή F που επιστρέφει η συνάρτηση LINEST για να καθορίσετε ένα επίπεδο εμπιστοσύνης για το μοντέλο. Για πληροφορίες σχετικά με τη μέθοδο υπολογισμού των βαθμών ελευθερίας df, δείτε τις "Παρατηρήσεις", στη συνέχεια του θέματος. Το παράδειγμα 4 δείχνει τον τρόπο χρήσης των τιμών F και df.
ssreg	Το παλινδρομικό άθροισμα των τετραγώνων.
ssresid	Το υπολειπόμενο άθροισμα των τετραγώνων. Για πληροφορίες σχετικά με τον τρόπο υπολογισμού των τιμών ssreg και ssresid, δείτε τις "Παρατηρήσεις", στη συνέχεια του θέματος.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

(<https://support.microsoft.com/el-gr/office/linest-%CF%83%CF%85%CE%BD%CE%AC%CF%81%CF%84%CE%B7%CF%83%CE%B7-linest-84d7d0d9-6e50-4101-977a-fa7abf772b6d>)

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΦΥΣΙΚΗΣ Ι ΑΣΠΑΙΤΕ 2010

ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ, ΚΛΙΣΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ, ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ
ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ ΑΡΑΒΑΝΤΙΝΟΣ Α. ΠΑΔΑ

http://physics.teiath.gr/physics/opto_lab/pdf%20files/THE.pdf

https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A0%CE%BF%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CF%8C_%CF%83%CF%8D%CF%83%CF%84%CE%B7%CE%BC%CE%B1_%CF%83%CF%85%CE%BD%CF%84%CE%B5%CF%84%CE%B1%CE%B3%CE%BC%CE%AD%CE%BD%CF%89%CE%BD

Ν.ΣΓΟΥΡΟΣ [Εισαγωγικές Εργαστηριακές Ασκήσεις - Θεωρία Σφαλμάτων - Γραφήματα](#), , e-class ΕΡΓ ΦΥΣ Ι >ΕΓΓΡΑΦΑ

