**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ**
**(Τ.Ε.Ι.) ΑΘΗΝΑΣ**
**ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ**
**ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.**
**ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δρ Α. Μπράτσος**
**E-mail:** bratsos@teiath.gr **URL:** http://users.teiath.gr/bratsos/

ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ **ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

ΠΕΡΙΟΔΟΥ **ΙΟΥΝΙΟΥ 2014**

ΤΜΗΜΑΤΟΣ **ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.**

## $1^o$

Να λυθεί με τη μέθοδο Runge Kutta 4ης τάξης το πρόβλημα αρχικής τιμής

$$y' = y + t, \quad \text{όταν} \quad t \in [0,\, 0.1], \quad \ell = 0.1, \quad \text{η θεωρητική λύση είναι } y(t) = -1 + 2e^t - t$$

και η αρχική τιμή $y_0$ ισούται με την αντίστοιχη θεωρητική.

*Υπόδειξη*: Αν $y' = f(t, y)$, τότε $y_{i+1} = y_i + \dfrac{\ell}{6}\left(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right)$, όταν

$$k_1 = f\left(t_i, y_i\right), \quad k_2 = f\left(t_i + \frac{\ell}{2}, y_i + \frac{\ell}{2} k_1\right), k_3 = f\left(t_i + \frac{\ell}{2}, y_i + \frac{\ell}{2} k_2\right), \quad k_4 = f\left(t_i + \ell, y_i + \ell k_3\right).$$

## $2^o$

i) Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = \ln\left(1 + x^2\right).$$

Με τον τύπο παρεμβολής του Newton να υπολογιστεί το πολυώνυμο που διέρχεται από τα σημεία $\left(x_i, f\left(x_i\right)\right)$, όταν $x_0 = 1.0$, $x_1 = 1.2$ και $x_2 = 1.7$.

ii) Να υπολογιστεί με το σύνθετο κανόνα του τραπεζίου το ολοκλήρωμα

$$\int_0^{0.4} \frac{x^2\, dx}{\sqrt{1 + x^2}}, \quad \text{όταν} \quad h = 0.1$$

και τα αποτελέσματα να συγκριθούν με τη θεωρητική τιμή 0.020 389.

*Υπόδειξη*: $I(f) \approx \frac{h}{2}\left\{f\left(x_0\right) + 2\left[f\left(x_1\right) + \ldots + f\left(x_{N-1}\right)\right] + f\left(x_N\right)\right\}$

## $3^o$

i) Δώστε τους ορισμούς της spline και της φυσικής spline. Αιτιολογείστε γιατί μια κυβική φυσική spline πρέπει να είναι 1ου βαθμού στα άκρα διαστήματα.

ii) Με τη μέθοδο του Newton να υπολογιστεί μια ρίζα της εξίσωσης

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 1 = 0,$$

όταν η αρχική τιμή είναι $x_0 = 0.4$. Η διαδικασία να σταματήσει στην 4η επανάληψη. Τι παρατηρείτε;
*Θεωρητική λύση*: $x^* = 0.532\,088\,9$.

Αθήνα 3 Ιουλίου 2014

Α. Μπράτσος