ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ
(Τ.Ε.Ι.) ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δρ Α. Μπράτσος
E-mail: bratsos@teiath.gr **URL:** http://users.teiath.gr/bratsos/

ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ **ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

ΠΕΡΙΟΔΟΥ *ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2015*

ΤΜΗΜΑΤΟΣ **ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.**

1^o

Να λυθεί με τη μέθοδο Runge-Kutta 4ης τάξης το πρόβλημα αρχικής τιμής

$$y' = y + t, \quad \text{όταν} \quad t \in [0,\, 0.1], \quad \ell = 0.1, \quad \text{η θεωρητική λύση είναι} \quad y(t) = -1 + e^t - t$$

και η αρχική τιμή y_0 ισούται με την αντίστοιχη θεωρητική.

Υπόδειξη: Αν $y' = f(t,y)$, τότε $y_{i+1} = y_i + \dfrac{\ell}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$, όταν

$$k_1 = f(t_i, y_i), \quad k_2 = f\left(t_i + \frac{\ell}{2}, y_i + \frac{\ell}{2}k_1\right), k_3 = f\left(t_i + \frac{\ell}{2}, y_i + \frac{\ell}{2}k_2\right), \quad k_4 = f(t_i + \ell, y_i + \ell k_3).$$

2^o

i) Να περιγραφεί η λύση ενός γραμμικού συστήματος 3-εξισώσεων με 3-αγνώστους με τη μέθοδο των Gauss-Seidel και να διατυπωθεί το θεώρημα σύγκλισης της μεθόδου.

ii) Με το σύνθετο κανόνα του Simpson να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$I = \int_0^{0.6} \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}, \quad \text{όταν} \quad h = 0.1.$$

Υπόδειξη:

$$I(f) \approx \frac{h}{3}\left\{f(x_0) + 4\left[f(x_1) + f(x_3) + \ldots + f(x_{2N-1})\right] + 2\left[f(x_2) + f(x_4) + \ldots + f(x_{2N-2})\right] + f(x_{2N})\right\}$$

3^o

i) Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = \ln\left(1 + x^4\right).$$

Με τον τύπο παρεμβολής του Newton να υπολογιστεί το πολυώνυμο που διέρχεται από τα σημεία $(x_i, f(x_i))$, όταν $x_0 = 1.0$, $x_1 = 1.5$ και $x_2 = 2.0$.

ii) Με τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων να υπολογιστεί το πολυώνυμο 2ου βαθμού που προσεγγίζει τα δεδομένα

$$(1.0, 2.0), \quad (1.5, 2.5), \quad (2.0, -1.5) \quad \text{και} \quad (3.0, 1.0).$$

Αθήνα 18 Σεπτεμβρίου 2015

Α. Μπράτσος

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ
(Τ.Ε.Ι.) ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δρ Α. Μπράτσος
E-mail: bratsos@teiath.gr **URL:** http://users.teiath.gr/bratsos/

ΘΕΜΑΤΑ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟΥ **ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**
ΠΕΡΙΟΔΟΥ *ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2015*
ΤΜΗΜΑΤΟΣ **ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.**

1^o

Με τη μέθοδο του Newton να υπολογιστεί μια ρίζα της εξίσωσης

$$f(x) = x^3 - 5 = 0,$$

όταν η αρχική τιμή είναι $x_0 = 1.5$. Η διαδικασία να σταματήσει στην 3η επανάληψη. Τι παρατηρείτε;
Θεωρητική λύση: $x^* = 1.709\,976$.

2^o

Με το σύνθετο κανόνα του τραπεζίου να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^1 \sqrt{1+x^2}\,dx, \quad \text{όταν} \quad h = 0.1$$

και τα αποτελέσματα να συγκριθούν με τη θεωρητική τιμή *1.147 794*.
Υπόδειξη: $I(f) \approx \frac{h}{2}\left\{f(x_0) + 2\left[f(x_1) + \ldots + f(x_{N-1})\right] + f(x_N)\right\}$

3^o

Να λυθεί με τη μέθοδο Runge-Kutta 3ης τάξης το πρόβλημα αρχικής τιμής

$$y' = y + t, \quad \text{όταν} \quad t \in [0,\, 0.1], \quad \ell = 0.1, \quad \text{η θεωρητική λύση είναι} \quad y(t) = -1 + e^t - t$$

και η αρχική τιμή y_0 ισούται με την αντίστοιχη θεωρητική.
Υπόδειξη: Αν $y = y(t)$ και $y' = f(t, y)$, τότε $\quad y_{i+1} = y_i + \dfrac{\ell}{6}\left(k_1 + 4k_2 + k_3\right), \quad$ όταν

$$k_1 = f\left(t_i, y_i\right); \quad k_2 = f\left(t_i + \frac{\ell}{2},\, y_i + \frac{\ell}{2}\,k_1\right); \quad k_3 = f\left(t_i + \ell,\, y_i - \ell k_1 + 2\ell k_2\right).$$

Αθήνα 18 Σεπτεμβρίου 2015

Α. Μπράτσος