ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ
(Τ.Ε.Ι.) ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δρ Α. Μπράτσος
E-mail: bratsos@teiath.gr **URL:** http://users.teiath.gr/bratsos/

ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ **ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

ΠΕΡΙΟΔΟΥ *ΙΟΥΝΙΟΥ 2016*

ΤΜΗΜΑΤΟΣ **ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.**

1^o (βαθμός 3.5)

Να λυθεί με τη μέθοδο Runge Kutta 4ης τάξης και ακρίβεια 6 δεκαδικών ψηφίων το πρόβλημα αρχικής τιμής

$$y' = 1 - y + t, \quad \text{όταν} \quad t \in [1,\, 1.1], \quad \ell = 0.1, \quad \text{θεωρητική λύση:} \quad y(t) = t + e^{-t}$$

και η αρχική τιμή y_0 ισούται με την αντίστοιχη θεωρητική.

Υπόδειξη: Αν $y' = f(t, y)$, τότε

$$y_{i+1} = y_i + \frac{\ell}{6}\left(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right),$$

όπου

$$k_1 = f\left(t_i, y_i\right), \quad k_2 = f\left(t_i + \frac{\ell}{2},\, y_i + \frac{\ell}{2} k_1\right), \quad k_3 = f\left(t_i + \frac{\ell}{2},\, y_i + \frac{\ell}{2} k_2\right), \quad k_4 = f\left(t_i + \ell, y_i + \ell\, k_3\right).$$

2^o (βαθμός 4)

Έστω το ολοκλήρωμα

$$\mathrm{I} = \int_0^{0.4} \sqrt{1 + x^2}\, dx. \tag{1}$$

Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα (1):

- Προσεγγίζοντας την ολοκληρωτέα συνάρτηση με το πολυώνυμο παρεμβολής του Newton στους κόμβους: $x_0 = 0$, $x_1 = 0.2$ και $x_2 = 0.4$.
- Με το σύνθετο κανόνα του τραπεζίου, όταν $h = 0.1$.

  Υπόδειξη:

$$\mathrm{I} \approx \frac{h}{2}\left\{f\left(x_0\right) + 2\left[f\left(x_1\right) + f\left(x_2\right) + \ldots + f\left(x_{N-1}\right)\right] + f\left(x_N\right)\right\}$$

Να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων με τη θεωρητική τιμή $\mathrm{I} = \mathit{0.410\,424}$.

3^o

i) Δώστε τον ορισμό της spline.

ii) Με τη μέθοδο του Newton να υπολογιστεί η θετική ρίζα της εξίσωσης

$$f(x) = x^3 - 2 = 0,$$

όταν η αρχική τιμή είναι $x_0 = 1.2$. Η διαδικασία να σταματήσει στην 3η επανάληψη. Τι παρατηρείτε; Να γίνει σύγκριση του αποτελέσματος με τη θεωρητική τιμή $x^* = \mathit{1.259\,921}$.

Αθήνα 17 Ιουνίου 2016

Α. Μπράτσος