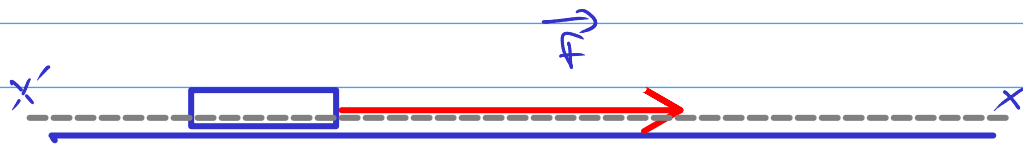


- 1) Σώμα μάζας 3 kg κινείται ευθύγραμμα στον άξονα x υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης $F = 50t + 10$ (N). Αν για $t = 0$ s είναι $x_0 = 5$ m και $v_0 = 3$ m/s, να βρεθεί η θέση του σώματος μετά από 3 s.

Λύση



$$F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{F}{m} \Rightarrow$$

$$dv = \frac{F}{m} dt \Rightarrow \int_{v_0}^v dv = \int_0^t \frac{F}{m} dt \Rightarrow$$

$$v - v_0 = \frac{1}{m} \int_0^t (50t + 10) dt \Rightarrow$$

$$v - v_0 = \frac{1}{m} \left[50 \frac{t^2}{2} + 10t \right]_0^t \Rightarrow v = \frac{1}{m} (25t^2 + 10t) + v_0$$

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v \cdot dt \Rightarrow \int_{x_0}^x dx = \int_0^t v dt \Rightarrow$$

$$x - x_0 = \int_0^t \left[\frac{1}{m} (25t^2 + 10t) + v_0 \right] dt \Rightarrow$$

$$x - x_0 = \frac{1}{m} \int_0^t (25t^2 + 10t) dt + v_0 \int_0^t dt \Rightarrow$$

$$x - x_0 = \frac{1}{m} \left(\frac{25}{3} t^3 + 5t^2 \right) + v_0 \cdot t$$

$$x = \frac{1}{m} \frac{25}{3} t^3 + \frac{1}{m} 5 t^2 + v_0 t + x_0$$

είναι $x_0 = 5 \text{ m}$ και $v_0 = 3 \text{ m/s}$ με $m = 3 \text{ kg}$

από για $t = 3 \text{ s}$

$$x = \frac{1}{3} \cdot \frac{25}{3} \cdot 3^3 + \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 + 5 \quad (\text{m})$$

$$x = 75 + 15 + 9 + 5 \quad (\text{m}) \Rightarrow x = 104 \text{ m}$$

2) Το δίδυμο δέμα ενός σώματος μάζας 100g δίνεται από την εξίσωση $\vec{r} = (t^2+2)\hat{i} + t^3\hat{j} - \hat{k}$.
 Να υπολογιστεί η ορμή του σώματος ως προς την αρχή των αξόνων τη χρονική στιγμή $t=2s$.

Λύση

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{v} = \frac{d}{dt} \left((t^2+2)\hat{i} + t^3\hat{j} - \hat{k} \right)$$

$$\Rightarrow \vec{v} = 2t\hat{i} + 3t^2\hat{j} - 0\hat{k}$$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$\vec{L} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ r_1 & r_2 & r_3 \\ p_1 & p_2 & p_3 \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{L} = m \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ r_1 & r_2 & r_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{L} = m \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ t^2+2 & t^3 & -1 \\ 2t & 3t^2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{L} = m \left[\left(t \cdot 0 - 3t^2(-1) \right) \hat{i} - \left((t^2+2) \cdot 0 - 2t(-1) \right) \hat{j} + \left((t^2+2) \cdot 3t^2 - 2t \cdot t^3 \right) \hat{k} \right]$$

$$\vec{L} = m \left[t^3 \hat{i} - 2t \hat{j} + (-t^4 + 6t^2) \hat{k} \right]$$

Για $t=2s$ $\vec{L} = \dots$