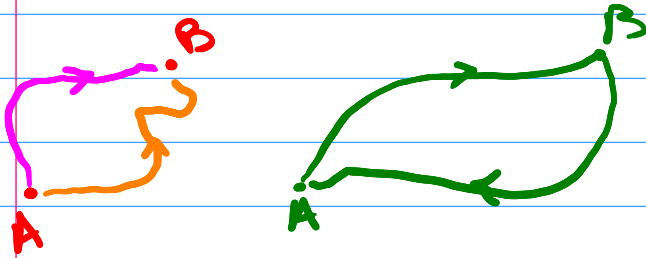


Συντηρητικές ή μη συντηρητικές δυνάμεις



1^{ος} $W_{A \rightarrow B \rightarrow A} = 0$
 συντηρητική

2^{ος} $W_{A \rightarrow B} = W_{A \rightarrow B}$

1^{ος} Το συνολικό έργο που συντελείται από μια συντηρητική δύναμη σε ένα σωματίδιο που κινείται κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής είναι μηδέν.

2^{ος} Το έργο που εκτελείται από μια συντηρητική δύναμη σε ένα σωματίδιο που κινείται ανάμεσα σε δύο σημεία δεν εξαρτάται από την τροχιά που ακολουθεί το σωματίδιο.

Βαρυστική
 δυναμική ενέργεια

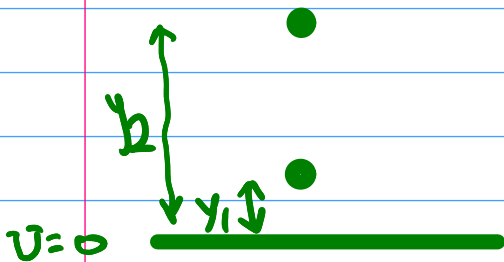
$$W = \int F(x) dx$$

$$W = -\Delta U \Rightarrow \Delta U = -\int F(x) dx$$

$$\Delta U = -\int_{y_1}^{y_2} (-mg) \cdot dy \Rightarrow$$

$$\Delta U = mg \int_{y_1}^{y_2} dy \Rightarrow$$

$$\Delta U = mg (y_2 - y_1)$$



$$U_2 - U_1 = mgy_2 - mgy_1$$

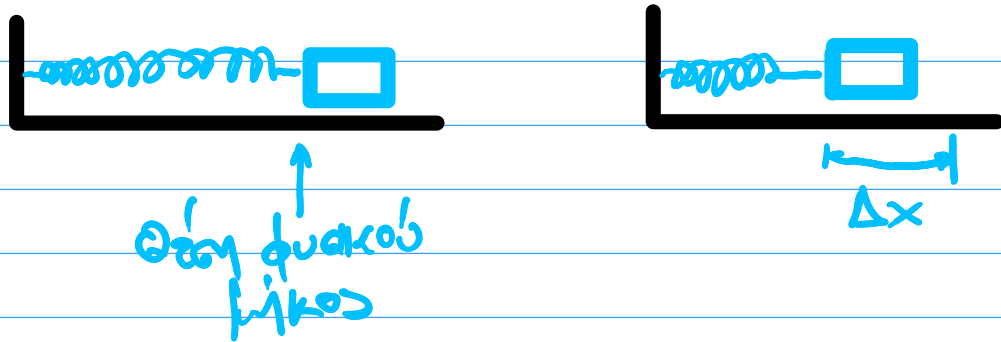
$$\text{αν } y_1 = 0 \rightarrow U_1 = 0$$

$$\int_{x_1}^{x_2} dx = x \Big|_{x_1}^{x_2}$$

$$= x_2 - x_1$$

$$U = mgy$$

Δυναμική ενέργεια Ελαστικότητας



$F = -kx$ η δύναμη του ελατηρίου που εκτελεί έργο στο σώμα

$$\Delta U = - \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx \Rightarrow \Delta U = - \int_{x_1}^{x_2} (-kx) dx \Rightarrow$$

$$\Delta U = k \int_{x_1}^{x_2} x dx \Rightarrow \Delta U = k \frac{x^2}{2} \Big|_{x_1}^{x_2} \Rightarrow$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} k x_2^2 - \frac{1}{2} k x_1^2$$

Έστω $x_1 = 0 \Rightarrow U(x) = \frac{1}{2} k x^2$

Διατήρηση της Μηχανικής Ενέργειας

$$W = \Delta K \quad W = -\Delta U \quad \Rightarrow \quad \Delta K = -\Delta U$$

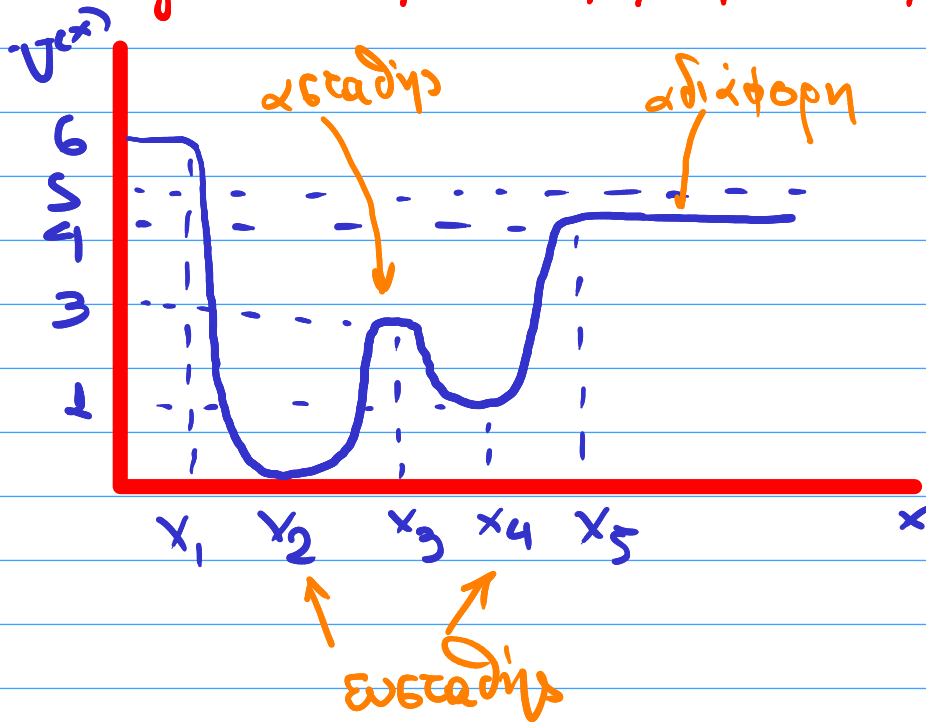
$$K_2 - K_1 = - (U_2 - U_1) \Rightarrow$$

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1 \Rightarrow$$

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U = 0 \quad (\text{ΑΔΜΕ})$$

μόνο [✓] συντηρητικές εσωτερικές δυνάμεις
(όχι τριβές, όχι εξωτερικές)

"Διαβάσεις" για καμπύλη δυναμικής Ενέργειας



$$-\Delta U(x) = W$$

$$-\Delta U(x) = f(x) \Delta x$$

$$f(x) = \frac{-\Delta U(x)}{\Delta x}$$

$$\text{ή } f(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$$

$$E_{\text{μηχ}} = 4 \text{ J}$$

$$E_{\text{μηχ}} = 3 \text{ J}$$

$$E_{\text{μηχ}} = 1 \text{ J}$$

Έργο που εκτελείται από εξωτερική δύναμη σε σύστημα.

$$\text{Έργο: } W = \vec{F} \cdot \vec{x} \quad \rightarrow \quad W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r}) d\vec{r}$$

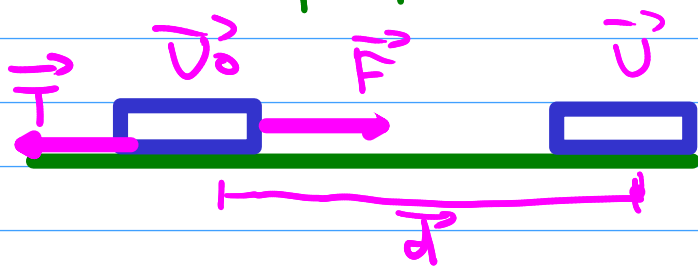
Ορισμός έργου: Έργο είναι το ποσό της ενέργειας που μεταφέρεται από ή προς ένα σύστημα από μια εξωτερική δύναμη που δρά πάνω στο σύστημα.

1^ο Χωρίς τριβή

$$W = \Delta K + \Delta U \quad \Rightarrow \quad W = \Delta E_{\text{μηχ}}$$

↑ έργο εξωτερικών δυνάμεων

2^ο Με τριβή



$$F \cdot d = \Delta K + T \cdot d$$

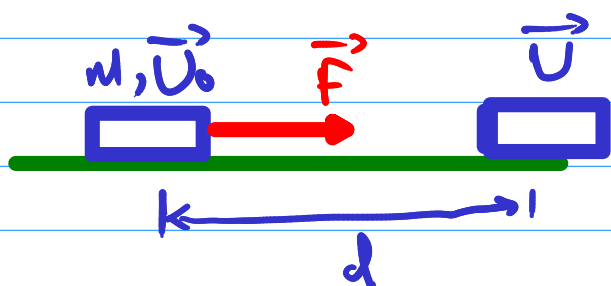
$$F \cdot d - T \cdot d = \Delta K$$

$$W_{\text{ολ}} = \Delta K \quad (\text{ΘΜΚΕ})$$

$$F \cdot d = \Delta E_{\text{μηχ}} + \Delta E_0$$

$$\Delta E_0 = T \cdot d \quad \uparrow \text{Δεφύοτα}$$

51x



$$F = 40 \text{ N}$$

$$m = 14 \text{ kg}$$

$$d = 0,50 \text{ m}$$

$$U_0 = 0,60 \text{ m/s}$$

$$U = 0,20 \text{ m/s}$$

a) $W_F = ?$

$$W = F \cdot d \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$W = F \cdot d \Rightarrow W = 40 \cdot 0,50 \Rightarrow$$

$$W = 20 \text{ Joule.}$$

b) $\Delta K = ?$

$$\Delta K = K_2 - K_1 \Rightarrow$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} m U_2^2 - \frac{1}{2} m U_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot (0,20)^2 - \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot (0,60)^2 \Rightarrow$$

$$\Delta K = 7 \cdot 0,040 - 7 \cdot 0,36 \Rightarrow$$

$$\Delta K = 0,28 - 2,52 \Rightarrow \Delta K = -2,24 \text{ Joule}$$

$$\Delta E_{\text{th}} = W_F - \Delta E_{\text{mech}} \Rightarrow \Delta E_{\text{th}} = 20 - (-2,24)$$

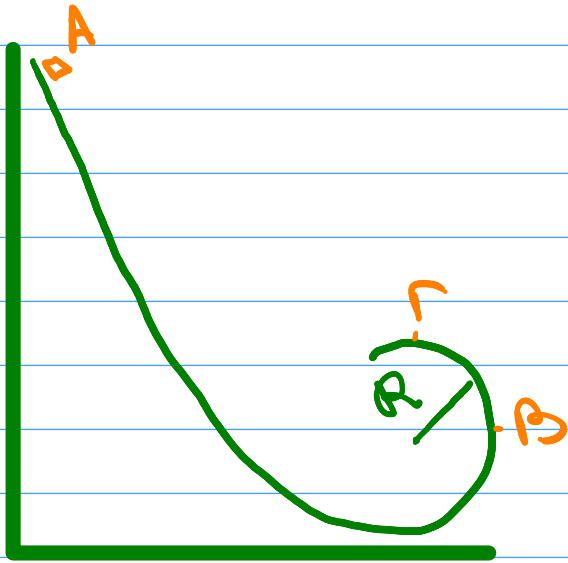
$$\Rightarrow \Delta E_{\text{th}} = 22,24 \text{ Joule.}$$

Δικτύωση της ενέργειας

Η ολική ενέργεια ενός συστήματος μπορεί να μεταβληθεί μόνο κατά ποσό ίσο με την ενέργεια που μεταφέρεται προς ή από το σύστημα.

$$\omega = \Delta E = \Delta E_{μηχ} + \Delta E_{\theta} + \Delta E_{εε}.$$

Μονωμένο σύστημα \rightarrow κανένα ποσό ενέργειας δεν μπορεί να μεταφερθεί στο σύστημα ή από αυτό.
δηλαδή η ολική ενέργεια E δεν αλλάζει.



$$m = 0,032 \text{ kg}$$

$$h = 5,00 R$$

$$R = 12 \text{ cm}$$

οχι επιβίη

$$g = 9,80 \text{ m/s}^2$$

αφήνω το σώμα στο A

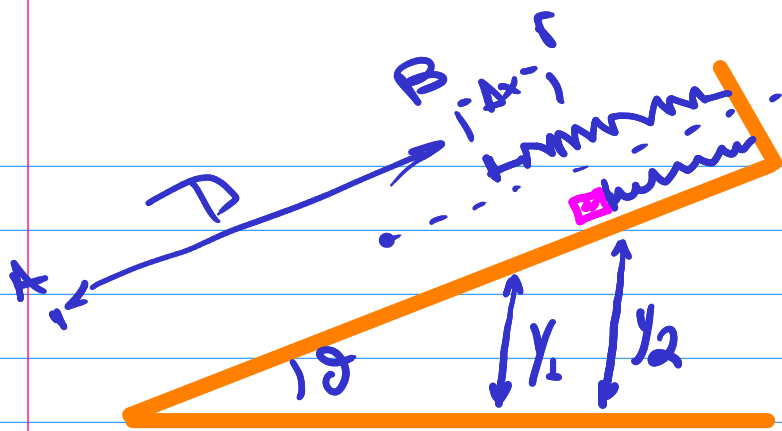
$$α) W_w (A \rightarrow B) = ;$$

$$β) W_w (A \rightarrow \Gamma) = ;$$

$$γ) U_A = ; \quad δ) U_B = ;$$

$$ε) U_r = ;$$

ζ) Σε αλληλεξέλιξη οι ηδονοματω, εφέες εν
 πίζουφε το σώμα προς τα κάτω με \vec{U}_0 (από
 το σημείο A)

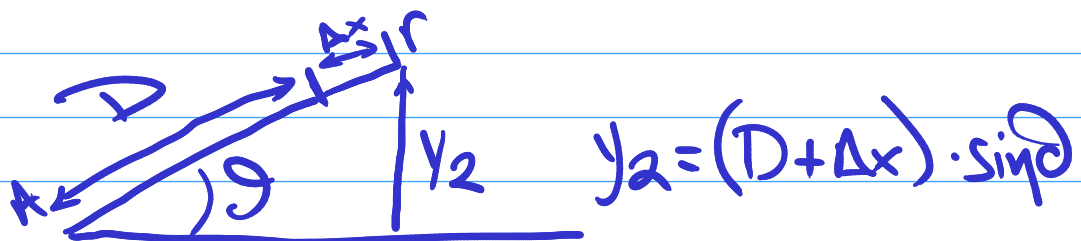
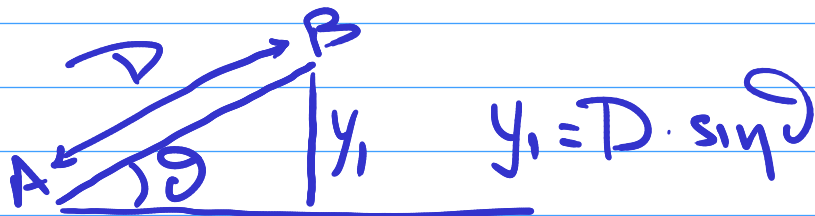


$$\begin{aligned} T_{p1} B_{\text{el}} &= 0 \\ k &= 170 \text{ N/m} \\ \vartheta &= 37^\circ \\ D &= 1,00 \text{ m} \\ m &= 200 \text{ kg} \\ \Delta x &= 0,200 \text{ m} \\ v_A &= ; \quad v_B = ; \end{aligned}$$

$$A: K+U = \frac{1}{2} m v_A^2 + 0$$

$$B: K+U = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g y_1 = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g D \sin \vartheta$$

$$\Gamma: K+U = 0 + m g y_2 + \frac{1}{2} k (\Delta x)^2 \quad *$$



$$\Gamma: K+U = m g (D + \Delta x) \cdot \sin \vartheta + \frac{1}{2} k (\Delta x)^2$$

$$A, \Gamma \rightarrow v_A = \dots$$

$$B, \Gamma \rightarrow v_B = \dots$$

Π.Χ.

Διαμορφικό μόριο (Π.Χ. H_2 ή O_2)

Δυναμική ενέργεια $U = \frac{A}{r^{12}} - \frac{B}{r^6}$

α) $r = r_1$; $\vec{F} = 0$ ($r_1 \equiv r_{16}$)

$$F = - \frac{dU}{dr}$$

$$F = 0 \rightarrow - \frac{dU}{dr} = 0$$

$$\frac{dU}{dr} = \frac{d}{dr} \left(\frac{A}{r^{12}} - \frac{B}{r^6} \right) \Rightarrow - \frac{12A}{r^{13}} + \frac{6B}{r^7} = 0^*$$

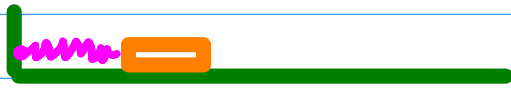
$$(x^n)' = n x^{n-1}$$

$$\frac{1}{r^{12}} = r^{-12} \quad (r^{-12})' = -12r^{-12-1}$$

$$- \frac{12A}{r^{13}} = - \frac{6B}{r^7} \Rightarrow \frac{r^6}{12} = \frac{6B}{12A} \Rightarrow r^6 = 2 \frac{A}{B}$$
$$r = \left(2 \frac{A}{B} \right)^{1/6}$$

β) $r < r_1$; $F > 0$, απωστική

γ) $r > r_1$; $F < 0$, ελκτική



$\leftarrow \Delta x \rightarrow$

$\leftarrow D \rightarrow$

$$D = 75 \text{ cm}$$

$$m = 2,0 \text{ kg}$$

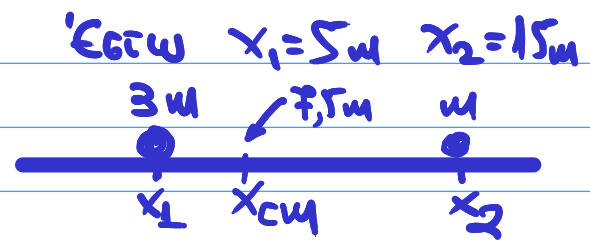
$$\Delta x = 15 \text{ cm}$$

$$k = 200 \text{ N/m}$$

$$\mu_{01} = j$$

Κέντρο μάζας

$$x_{cm} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2}{m_1 + m_2}$$



$$x_{cm} = \frac{3m \cdot x_1 + m \cdot x_2}{3m + m}$$

$$x_{cm} = \frac{(3x_1 + x_2)m}{4m}$$

$$x_{cm} = 7,5m$$

$$x_{cm} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n x_i \cdot m_i \quad \text{με} \quad M = \sum_{i=1}^n m_i$$

Γενικό ισχύει για τις τρεις διαστάσεις

Στερεά σώματα

$$x_{cm} = \frac{1}{m} \int x dm \quad y_{cm} = \frac{1}{m} \int y dm \quad z_{cm} = \frac{1}{m} \int z dm$$

Πυκνότητα $\rightarrow \rho = \frac{m}{V}$ ή $\rho = \frac{dm}{dV}$

$$dm = \frac{m}{V} dV$$

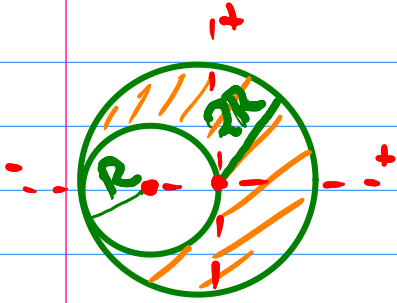
$$x_{cm} = \frac{1}{m} \int x dm \Rightarrow x_{cm} = \frac{1}{m} \int x \frac{m}{V} dV \Rightarrow$$

$$x_{cm} = \frac{1}{V} \int x dV$$

$$y_{cm} = \frac{1}{V} \int y dV$$

$$z_{cm} = \frac{1}{V} \int z dV$$

Π.Χ



στέρω $x_{cm}^s = j$ $y_{cm}^s = j$

Όλος ο δίσκος

$$x_{cm}^{\delta} = 0, y_{cm}^{\delta} = 0$$

Μικρή ηλιακή (που λείπει)

$$x_{cm}^{s'} = -R, y_{cm}^{s'} = 0$$

$$x_{cm}^{\delta} = \frac{x_{cm}^s \cdot m_s + x_{cm}^{s'} \cdot m_{s'}}{m_s + m_{s'}}$$

↓

$$0 = x_{cm}^s \cdot m_s + x_{cm}^{s'} \cdot m_{s'} \Rightarrow x_{cm}^s = -x_{cm}^{s'} \cdot \frac{m_{s'}}{m_s}$$

$$\left. \begin{array}{l} m_{s'} = \rho V_{s'} \Rightarrow m_{s'} = \rho \cdot E_{s'} \cdot \eta \alpha \chi \omega > \\ m_s = \rho V_s \Rightarrow m_s = \rho \cdot E_s \cdot \eta \alpha \chi \omega > \end{array} \right\} \frac{m_{s'}}{m_s} = \frac{E_{s'}}{E_s}$$

$$E_{s'} = \pi R^2 \quad E_s = \pi (2R)^2$$