

Μεταφορική κίνηση: ένα αντικείμενο εκτολύνει
μία ευθεία ή μία καμπύλη τροχιά

Περιστροφική κίνηση: ένα αντικείμενο περιστρέφεται
γύρω από κάποιον άξονα.

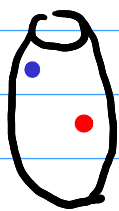
Στερεό σώμα, σταθερός άξονας (περιστροφή)

Αβίαση περιστροφή: (γωνιακή κίνηση)



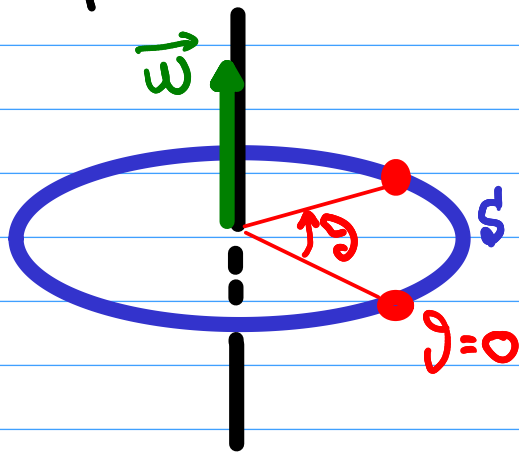
ίδια γωνία σε συγκεκριμένο χρονικό
διάστημα
για όλα τα
σημεία

Αβίαση μεταφορά: (γραμμική κίνηση)



ίδια γραμμική απόσταση σε συγκεκριμένο χρονικό
διάστημα
για όλα τα σημεία

Γωνιακή Δύση:



μήκος κυκλικού τόξου
 $\theta = \frac{s}{r}$
 ακτίνα
 γωνία σε ακτίνες

Μονάδες: 1 rev \rightarrow 1 πλήρη περιστροφή
 1 rev \rightarrow $360^\circ \rightarrow \frac{2\pi r}{r} = 2\pi$ (rad)
 1 rad \rightarrow $57,3^\circ \rightarrow 0,159$ rev

360°	2π rad		1 rev	2π rad
μ°	θ rad		x rev	θ rad

Γωνιακή μετατόπιση: $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$

(+) ανάδραση από τη φορά των δεικτών του ρολογιού ή δεξιόστροφη

Το ρολόγια είναι αρνητικά

Γωνιακή ταχύτητα: μέση : $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$

στιγμιαία : $\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$

Μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ονομάζεται γωνιακή αριθμητική ταχύτητα (ω)

$\vec{\omega}(t)$

Γωνιακή επιτάχυνση: μέση : $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1}$

στιγμιαία : $\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$

$\Delta\theta$
rad $\rightarrow \omega = \frac{d\theta}{dt} \rightarrow \alpha = \frac{d\omega}{dt}$
 $\frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$

$\Delta\theta$
rev $\rightarrow \omega = \frac{d\theta}{dt}$
 $\frac{\text{rev}}{\text{s}}$

$$\text{Πα} \quad \vartheta = -1,00 - 0,600t + 0,250t^2$$

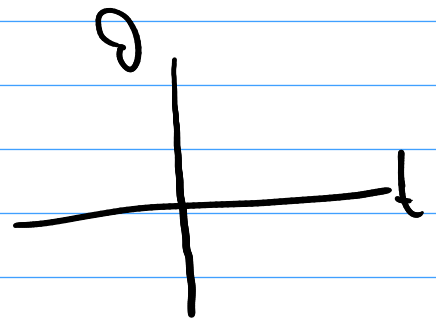
α) γραφική παράσταση $\vartheta(t)$ για $t \in [-3,0, 5,4]$

β) ϑ_{min}

γ) ω για $t \in [-3,0, 6,0]$

$$\alpha) \vartheta = -1,00 - 0,600t + 0,250t^2$$

$$\vartheta \mid -2,0 \mid 0,0 \mid 4,0$$



Που βλέπει τους άξονες

$$t=0 \quad \vartheta = -1,00$$

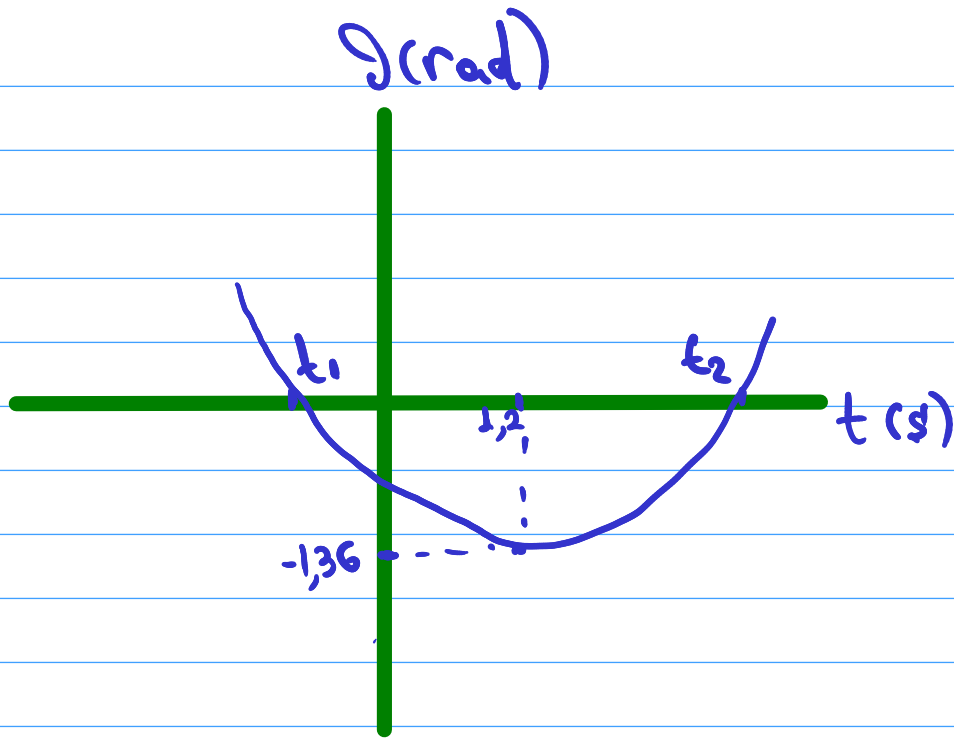
$$\vartheta=0 \quad 0 = -1,00 - 0,600t + 0,250t^2$$

$$\Delta = ; \quad \Delta = 0,36 + 1 \Rightarrow \Delta = 1,36$$

$$t_{1,2} = \frac{0,6 \pm \sqrt{1,36}}{2 \cdot 0,250} \Rightarrow t_{1,2} = \begin{cases} \frac{0,6 + 1,17}{0,5} \\ \frac{0,6 - 1,17}{0,5} \end{cases}$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = 0 \Rightarrow -0,600 + 0,500t \Rightarrow t = 1,20 \text{ s}$$

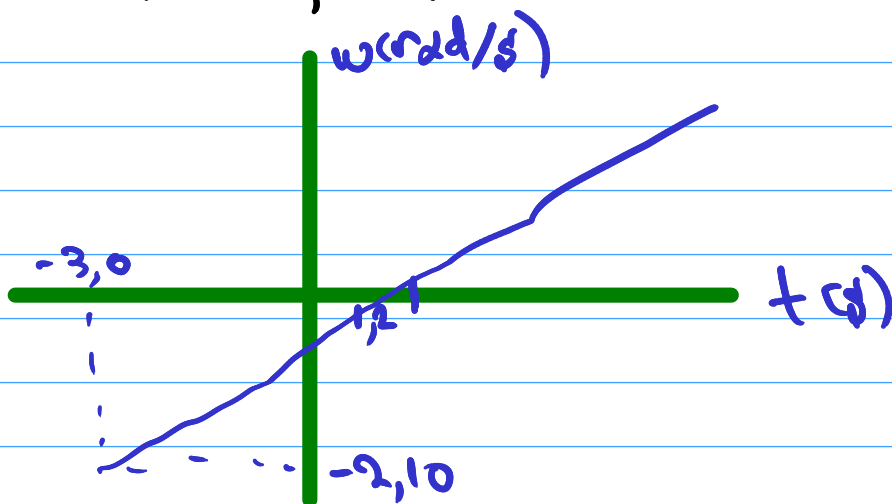
$$\vartheta_{\text{min}} = -1,00 - 0,600 \cdot 1,20 + 0,250 \cdot (1,20)^2 = -1,36 \text{ rad}$$



$$g) \omega = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \omega = -0,600 + 0,500 t$$

t	$-3,0$	$6,0$
ω	$-2,10$	$+2,40$

$$\omega = 0 \Rightarrow t = 1,20 \text{ s}$$



$$\text{D1X. } \alpha = 5t^3 - 4t \quad \text{για } t=0 \text{ } \omega_0 = 5 \text{ rad/s}$$

$$\vartheta_0 = 2 \text{ rad}$$

$$\omega(t) = ; \quad \vartheta(t) = ;$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow d\omega = \alpha dt \Rightarrow \int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \int_0^t \alpha dt \Rightarrow$$

$$\omega - \omega_0 = \int_0^t (5t^3 - 4t) dt \Rightarrow$$

$$\omega - \omega_0 = \int_0^t 5t^3 dt - \int_0^t 4t dt \Rightarrow$$

$$\omega - \omega_0 = 5 \frac{t^4}{4} \Big|_0^t - 4 \frac{t^2}{2} \Big|_0^t \Rightarrow$$

$$\omega - \omega_0 = \frac{5}{4} t^4 - 2t^2$$

$$\omega = \frac{5}{4} t^4 - 2t^2 + \omega_0 \Rightarrow$$

$$\omega = \left(\frac{5}{4} t^4 - 2t^2 + 5 \right) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega = \frac{d\vartheta}{dt} \Rightarrow d\vartheta = \omega dt \Rightarrow \int d\vartheta = \int \omega dt \Rightarrow$$

$$\vartheta + C_1 = \int \left(\frac{5}{4} t^4 - 2t^2 + 5 \right) dt \Rightarrow$$

$$\vartheta + C_1 = \frac{5}{4} \frac{t^5}{5} - 2 \frac{t^3}{3} + 5t + C_2 \Rightarrow$$

$$\vartheta = \frac{1}{4} t^5 - \frac{2}{3} t^3 + 5t + C$$

$$\int dx = x + C$$

$$\text{At } t=0 \quad \theta = \dot{\theta} = 2 \text{ rad}$$

$$2 \text{ rad} = \frac{1}{4} \cdot 0 - \frac{2}{3} \cdot 0 + 5 \cdot 0 + C$$

$$\text{At } \theta = \frac{1}{4}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t + 2 \quad \text{in rad}$$

Γωνιακή ταχύτητα: $\vec{\alpha}$ διάνυσμα

$\vec{\omega}$ διάνυσμα

Δθ δεν ανεξαρτητοποιείται ως διάνυσμα
(εκτός αν είναι ηολύ μικρές)

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

Σταθερή Επιτάχυνση

$$v = v_0 + \alpha t$$
$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha(x - x_0)$$

$$x - x_0 = \frac{1}{2} (v_0 + v) t$$

$$x - x_0 = v t - \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$
$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

$$\theta - \theta_0 = \frac{1}{2} (\omega_0 + \omega) t$$

$$\theta - \theta_0 = \omega t - \frac{1}{2} \alpha t^2$$

Π.Χ. $\alpha = 0,35 \text{ rad/s}^2$
 $t=0 \rightarrow \omega_0 = -4,6 \text{ rad/s}, \theta_0 = 0$

α) $t=;$ $\theta = 10\pi \text{ rad}$

β) Περιγραφή της κίνησης από $t=0\text{s} \rightarrow t=32\text{s}$

γ) $t=;$ $\omega = 0$

α) $\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
 $10\pi - 0 = -4,6t + \frac{1}{2} 0,35 \cdot t^2 \Rightarrow$
 $\leadsto t = 32\text{s}$

$$\int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \int_0^t \alpha dt \Rightarrow$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \int_0^t \omega dt$$

β) Επειδή $\omega_0 < 0$ αρχικά περιστρέφεται
 προς σταθερά στη συνέχεια δεξιόστροφα ($\omega > 0$) μέχρι $t = 32\text{s}$

α) $\omega = \omega_0 + \alpha t$
 για $\omega = 0 \Rightarrow t = \frac{-\omega_0}{\alpha} \Rightarrow t = \frac{4,6}{0,35} \Rightarrow$
 $\Rightarrow t = 13\text{s}$

Συσχέτιση γραμμικών ή τμηματικών μεταβολών

$$\rightarrow \text{θέση: } s = \vartheta \cdot r \quad (\vartheta \text{ σε rad}) \quad \vartheta = \frac{s}{r}$$

$$\rightarrow \text{θέση ως συνάρτηση: } \frac{ds}{dt} = \frac{d(\vartheta \cdot r)}{dt} \Rightarrow$$

$$\frac{ds}{dt} = r \frac{d\vartheta}{dt} \Rightarrow \frac{ds}{dt} = r \cdot \omega$$

\downarrow
 $v = \omega \cdot r$

$$\rightarrow \text{Περίοδος: } s = 2\pi r, \quad s = v \cdot T \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} \text{ ή}$$

$$T = \frac{2\pi r}{\omega \cdot r} \Rightarrow$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\rightarrow \text{επιτάχυνση: } \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega \cdot r)}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow$$

$$a_T = a \cdot r$$

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r$$

a, α, \ddot{a}

Προσοχή: α : γωνιακή επιτάχυνση σε rad/s^2

a_T : εφαπτομενική συνιστώσα της γραμμικής επιτ.

a_r : ακτινική συνιστώσα της γραμμικής επιτ.

Προσοχή:

$$\alpha_r \neq 0 \quad \text{όταν} \quad \omega \neq 0$$

$$\alpha_T \neq 0 \quad \text{όταν} \quad \alpha \neq 0$$