Εμπειρικοί τύποι σε μόνιμη ομοιόμορφη ροή σε ανοικτούς αγωγούς

Τύποι των Chezy, Bazin, Kutter, Manning- Strickler: μελέτες υδραυλικών έργων

Chezy: ομοιόμορφη ροή σε ανοικτούς αγωγούς

Ανάλογα με το κριτήριο που χρησιμοποιείται κάθε φορά για το χαρακτηρισμό της, η ροή σε ανοιχτά κανάλια μπορεί να ταξινομηθεί σε μόνιμη ή μη μόνιμη, ομοιόμορφη ή ανομοιόμορφη, στρωτή ή τυρβώδη και υποκρίσιμη ή υπερκρίσιμη.

Μόνιμη ροή είναι η ροή στην οποία το βάθος, h, του υγρού σε δεδομένη θέση, x, είναι ανεξάρτητο του χρόνου, ενώ ***μη μόνιμη ροή*** είναι εκείνη στην οποία ο χρόνος θεωρείται ως ανεξάρτητη μεταβλητή.

Ομοιόμορφη ροή είναι η ροή στην οποία το βάθος του υγρού δε μεταβάλλεται κατά μήκος του καναλιού ($dh/dx = 0$), ενώ ***ανομοιόμορφη ροή*** είναι εκείνη στην οποία το βάθος h δεν παραμένει σταθερό κατά τη διεύθυνση της ροής ($dh/dx \neq 0$). Η ανομοιόμορφη ροή υποδιαιρείται περαιτέρω σε ***βαθμιαία ανομοιόμορφη ροή***, στην οποία ο ρυθμός μεταβολής του βάθους h με την απόσταση x κατά μήκος του καναλιού είναι μικρός ($dh/dx \ll 1$), και ***ταχεία ανομοιόμορφη ροή***, στην οποία ο ρυθμός μεταβολής του h δεν είναι μικρός ($dh/dx \sim 1$). Στο Σχήμα 7-2 φαίνονται οι διάφοροι τύποι ροής σε ανοιχτό κανάλι. Προφανώς, ένα απλό κανάλι μπορεί να περιέχει περιοχές ροής όλων των τύπων, αν και η ροή σε κάθε θέση είναι ενός συγκεκριμένου είδους.

Chezy: ομοιόμορφη ροή σε ανοικτούς αγωγούς

Ο τύπος του Chezy: υπολογισμός μέσης ταχύτητας σε αγωγούς:

$$U = C\,(R \cdot J)^{1/2}$$

όπου

U = μέση ταχύτητα (m/s)

C = συντελεστής τραχύτητας και υλικού του Chezy

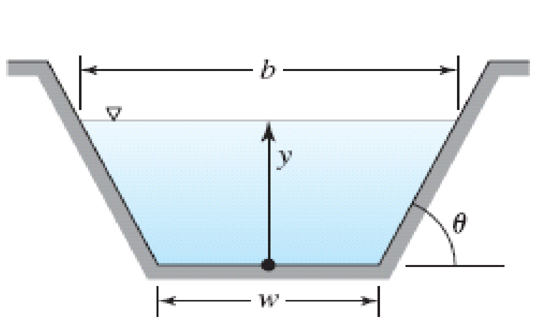
R = υδραυλική ακτίνα (m)

J ή S = κλίση μηκοτομής αγωγού (m/m)

Το C εξαρτάται από το Re και την σχετική τραχύτητα του αγωγού

$$R_H = \frac{\beta\rho\epsilon\chi\acute{o}\mu\epsilon\nu\eta\_\epsilon\pi\iota\phi\acute{\alpha}\nu\epsilon\iota\alpha}{\beta\rho\epsilon\chi\acute{o}\mu\epsilon\nu\eta\_\pi\epsilon\rho\acute{\iota}\mu\epsilon\tau\rho\text{ο}}$$

Υδραυλική ακτίνα για διάφορες διατομές



(A) Trapezoidal

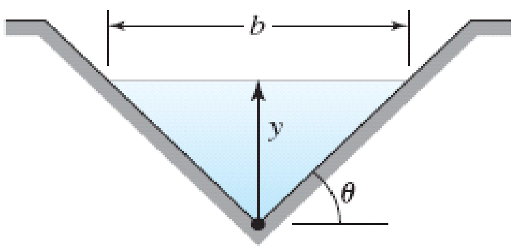
$$A(y) = y(w + y\cot\theta)$$

$$P(y) = w + \frac{2y}{\sin\theta}$$

$$R_H(y) = \frac{y(w + y\cot\theta)}{\left(w + \frac{2y}{\sin\theta}\right)}$$

$$y_H(y) = \frac{y(w + y\cot\theta)}{\left(w + \frac{2y}{\tan\theta}\right)}$$

$$b(y) = w + \frac{2y}{\tan\theta}$$



(B) Triangular

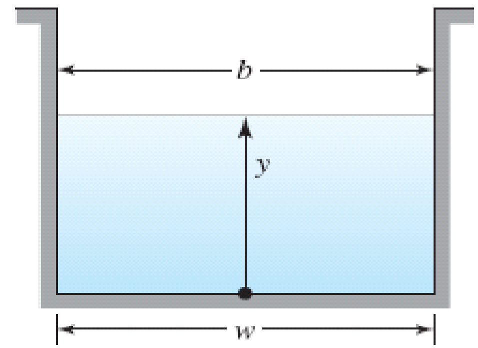
$$A(y) = \frac{y^2}{\tan\theta}$$

$$P(y) = \frac{2y}{\sin\theta}$$

$$R_H(y) = \frac{y\cos\theta}{2}$$

$$y_H(y) = \frac{y}{2}$$

$$b(y) = \frac{2y}{\tan\theta}$$



(C) Rectangular

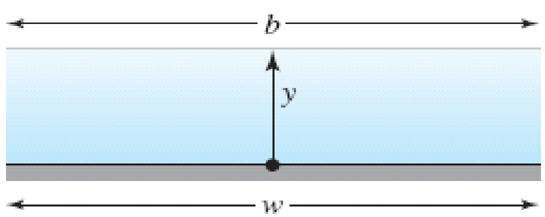
$$A(y) = wy$$

$$P(y) = w + 2y$$

$$R_H(y) = \frac{wy}{w + 2y}$$

$$y_H(y) = y$$

$$b(y) = w$$



(D) Two dimensional

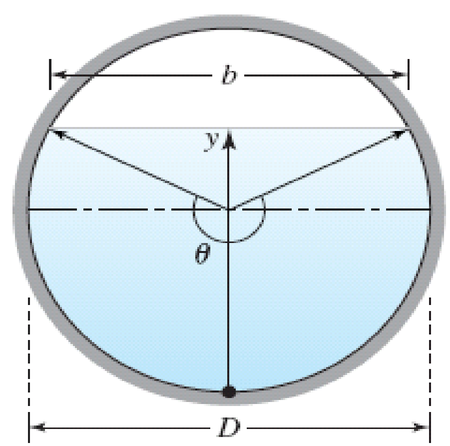
$$A(y) = wy$$

$$P(y) = w$$

$$R_H(y) = y$$

$$y_H(y) = y$$

$$b(y) = w$$



(E) Circular

$$\theta = 2\cos^{-1}\left(1 - \frac{2y}{D}\right)$$

$$A(y) = \frac{D^2}{8}(\theta - \sin\theta)$$

$$P(y) = \frac{D\theta}{2}$$

$$R_H(y) = \frac{D}{4\theta}(\theta - \sin\theta)$$

$$y_H(y) = \frac{D(\theta - \sin\theta)}{8\sin\theta/2}$$

$$b(y) = D\sin\frac{\theta}{2}$$

Chezy

C: υπολογισμός από
δύο τύπους:

Bazin:

$$C = \frac{87 \cdot \sqrt{R}}{\gamma + \sqrt{R}}$$

Kutter:

$$C = \frac{100 \cdot \sqrt{R}}{n + \sqrt{R}}$$

Τα γ και n δίνονται από πίνακες, ανάλογα με την φύση του υλικού και την συντήρησή του. Αναλυτικά σελ. 97-101 σημειώσεων κ. Ιωαννίδη.
Εϊναι σε διαστάσεις $m^{1/2}$

Manning - Strickler

R και J η υδραυλική ακτίνα
Και η κλίση αντίστοιχα,
K_s συντελεστής τραχύτητας

$$\mathbf{U} = \mathbf{K_S} \cdot \mathbf{R}^{2/3} \cdot \mathbf{J}^{1/2}$$

Σχέση K_s με τον
συντελεστή τριβής:

$$\mathbf{f} = \frac{124.6}{\mathbf{K_S^2}} \cdot \mathbf{D}^{-1/3}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{K_s} \cdot \mathbf{R}^{1/6}$$

Σχέση K_s με τον συντελεστή
του Chezy:

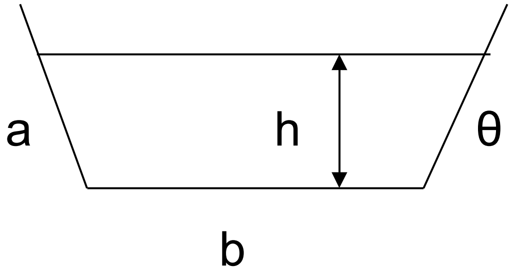
$$\mathbf{U} = \mathbf{K_S} \cdot \mathbf{R}^{2/3} \cdot \mathbf{J}^{1/2} = \mathbf{C_{chezy}} \cdot \mathbf{R}^{1/2} \cdot \mathbf{J}^{1/2} \Rightarrow \mathbf{C_{chezy}} = \mathbf{K_s} \cdot \mathbf{R}^{2/3-1/2} = \mathbf{K_S} \cdot \mathbf{R}^{1/6}$$

Πίνακας 7-1 *Πειραματικές τιμές του συντελεστή Manning*

Φύση της Επιφάνειας του Καναλιού	n
Τεχνητά Ευθύγραμμα Κανάλια	
Άσφαλτος	0,016 ± 0,003
Γυαλί	0,010 ± 0,002
Μέταλλο, αυλακωτό	0,022 ± 0,005
Ξύλο, απλάνιστο	0,013 ± 0,002
Ξύλο, πλανισμένο	0,012 ± 0,002
Ορείχαλκος	0,011 ± 0,002
Πέτρα, λεία	0,018 ± 0,002
Πέτρα, τραχεία	0,024 ± 0,003
Πλάκες από πηλό	0,014 ± 0,003
Σκυρόδεμα, λείο	0,012 ± 0,002
Σκυρόδεμα, τραχύ	0,014 ± 0,002
Τούβλα	0,015 ± 0,002
Χάλυβας, μαλακός	0,012 ± 0,002
Χάλυβας, βαμμένος	0,014 ± 0,003
Χυτοσίδηρος	0,013 ± 0,003
Υπόνομοι	0,014 ± 0,002
Κανάλια Σκαμμένα στο Έδαφος	
Καθαρό και πρόσφατης εκσκαφής	0,018 ± 0,002
Καθαρό και παλαιής εκσκαφής	0,022 ± 0,003
Με ομοιόμορφα χαλίκια	0,026 ± 0,004
Βραχώδες	0,035 ± 0,010
Φυσικά Κανάλια	
Λεία και ευθύγραμμα, χωρίς βλάστηση	0,030 ± 0,005
Τραχέα, καλλυμένα με μικρή βλάστηση	0,050 ± 0,010
Τραχέα, καλλυμένα με πυκνή βλάστηση	0,100 ± 0,025

$n=1/K_s$

Βέλτιστη διατομή σε τραπεζοειδή αγωγό



Ομοιόμορφη ροή, η παροχή Q:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{K_S} \cdot \mathbf{R}^{2/3} \cdot \mathbf{J}^{1/2} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{K_S} \cdot \left(\frac{\mathbf{A}}{\mathbf{P}} \right)^{2/3} \cdot \mathbf{J}^{1/2} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{K_S} \cdot \frac{\mathbf{A}^{5/3}}{\mathbf{P}^{2/3}} \cdot \mathbf{J}^{1/2}$$

Για δεδομένα εμβαδό, κλίση και τραχύτητα, η παροχή είμαι μέγιστη, όταν η P είναι ελάχιστη. Η βρεχόμενη διατομή που έχει την ελάχιστη περίμετρο, ονομάζεται βέλτιστη. Για τραπεζοειδή διατομή:

$$\mathbf{A} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{h} + \mathbf{m} \cdot \mathbf{h}^2 \qquad \mathbf{m} = \mathbf{cot}\,\theta$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{b} + 2\mathbf{a} = \mathbf{b} + 2\mathbf{h} \cdot \left(1 + \mathbf{m}^2\right)^{1/2}$$

Απαλοίφοντας το b:

$$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{A}}{\mathbf{h}} - \mathbf{m} \cdot \mathbf{h} + 2\mathbf{h} \cdot \left(1 + \mathbf{m}^2\right)^{1/2}$$

Για ελάχιστη περίμετρο:

$$\frac{\mathbf{dP}}{\mathbf{dh}} = 0 \Rightarrow -\mathbf{A} \cdot \frac{\mathbf{h}^{-2}}{2} - \mathbf{m} + 2\left(1 + \mathbf{m}^2\right)^{1/2} = 0 \Rightarrow \mathbf{A} = \left[2\left(1 + \mathbf{m}^2\right)^{1/2} - \mathbf{m}\right] \cdot \mathbf{h}^2$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{h}/2$$

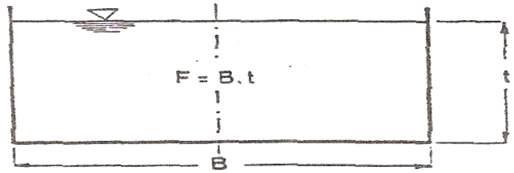
Αρα, για κάθε θ, η βέλτιστη διατομή συμβαίνει όταν R=h/2:

Σε ορθογώνιο η βέλτιστη συμβαίνει όταν το βάθος είναι το μισό του πλάτους του πυθμένα:

$$\mathbf{m} = 0 \Rightarrow \mathbf{A} = 2\mathbf{h}^2 \,\_\_\, \mathbf{P} = 4\mathbf{h} \,\_\_\, \mathbf{R} = \mathbf{h}/2 \,\_\_\, \mathbf{b} = 2\mathbf{h}$$

Ασκηση 1/3

Αγωγός ορθογωνικής διατομής με παροχή 10 m^3/sec έχει πλάτος 4 m και κλίση 0.1%.Εαν ο συντελεστής τραχύτητας κατά CHEZY είναι C=100 , να υπολογιστεί το βάθος ροής και η ταχύτητα ροής .



σχήμα 1

Ο τύπος του CHEZY έχει τη μορφή :

$$u = C * \sqrt{R * J} \qquad (1)$$

όπου:
R.........Υδραυλική ακτίνα [m]
J.........Κατά μήκος κλίση
C.........Συντελεστής τραχύτητας κατά CHEZY

Απο τη σχέση Q= A*u ⇒ u=Q/A ⇒

$$C * \sqrt{R * J} = Q/A \qquad (2)$$

Αντικατάσταση όλων των δεδομένων στη σχέση (2)

$$100 * \sqrt{\frac{4*t}{2*t+4} * 0.001} = 10/4*t \qquad (3)$$

Απο τη σχέση (3) προκύπτει η τελική εξίσωση ,όπου με διαδοχικές προσεγγίσεις βρήσκουμε τη λύση ,που είναι :

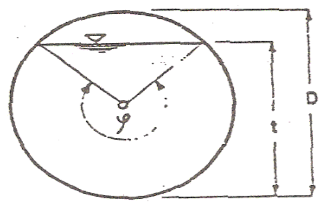
t= 0.9761 m

Απο τη στιγμή που το βάθος ροής είναι γνωστό ,μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα απο τη σχέση (1) :

$$u = 100 * \sqrt{\frac{4*t}{2*t+4} * 0.001} = 2.56 \text{ m/sec}$$

Ασκηση 2/3

Ποιά πρέπει να είναι η κατά μήκος κλίση του αποχετευτικού σωλήνα απο πηλό, διαμέτρου Ø =60 cm , παροχή 170 lit/sec, έτσι ώστε να είναι γεμάτος μέχρι τη μέση;. Να γίνει σύγκριση της κλίσης , όταν ο αγωγός θα είναι πλήρως γεμάτος. Συντελεστής κατά MANNING n=0.013.



σχήμα 2

Ο τύπος του Manning έχει τη μορφή :

$$u=\frac{1}{n}*R^{\frac{2}{3}}*J^{\frac{1}{2}}$$

όπου :

n..........Συντελεστής κατά manning
R..........Υδραυλική ακτίνα
J..........Κλίση του πυθμένα

ΜΕΧΡΙ ΤΗ ΜΕΣΗ ΓΕΜΑΤΟΣ
****

Απο τη σχέση u=Q/A αλλά και απο την (1) ⇒

$$\frac{1}{n}*R^{\frac{2}{3}}*J^{\frac{1}{2}}=Q/A \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{0.013}*\left(\frac{\frac{\pi*R^2}{2}}{\frac{2*\pi*R}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}*J^{\frac{1}{2}}=Q/A \quad \Rightarrow$$

$$\frac{1}{0.013}*\left(\frac{1.57*R^2}{3.14*R}\right)^{\frac{2}{3}}*J^{\frac{1}{2}}=0.170/0.141=1.20 \quad \Rightarrow$$

$$21.70*J^{\frac{1}{2}}=1.21 \quad \Rightarrow \quad J=3.109 ‰$$

ΑΓΩΓΟΣ ΠΛΗΡΩΣ ΓΕΜΑΤΟΣ
****

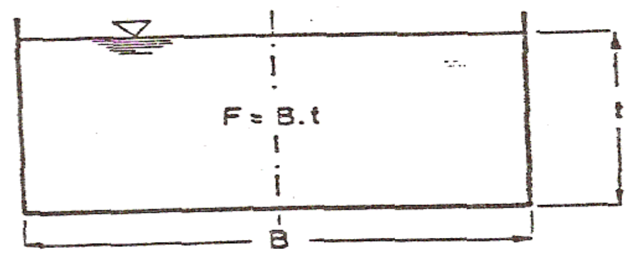
Για την περίπτωση αυτή ισχύουν όλα τα προηγούμενα αρκεί να αντικαταστήσουμε τα αντίστοιχα A και R.

R=A/Π =π*R^2 /2*Π*R =π*R/2 =0.47m

$$\frac{1}{0.013}*0.47^{\frac{2}{3}}*J^{\frac{1}{2}}=0.170/0.28=0.607 \quad \Rightarrow \quad J=0.17 ‰$$

Ασκηση 3/3

Να υπολογιστούν οι οικονομικές διαστάσεις που πρέπει να έχει ένας ορθογωνικής διατομής αγωγός, για να παροχετεύει με ομοιόμορφη ροή 10 m^3/sec .Ο αγωγός είναι επενδυμένος με σκυρόδεμα,του οποίου ο συντελεστής τραχύτητας είναι n=0.019,ενώ η κλίση του υπολογίστηκε σε 0,01%.



σχήμα 3

'Αριστη υδραυλική διατομή για ορθογωνικό αγωγό έχουμε όταν :

$R=t/2$, $B=2*t$, $F=B*t=2*t^2$

Απο τον τύπο του Manning προκύπτει :

$$u=\frac{1}{n}*R^{\frac{2}{3}}*J^{\frac{1}{2}}=Q/A \qquad (1)$$

Αντικατάσταση στη σχέση (1) των δεδομένων ⇒

$$\frac{1}{0.019}*(\frac{t}{2})^{\frac{2}{3}}*0.0001^{\frac{1}{2}}=10/2*t^2 \quad \Rightarrow \quad t=2.668\ m$$