

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

## ΣΥΝΤΟΜΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ 89

### A. ΑΡΧΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΗ ΠΡΟΕΝΤΕΤΑΜΕΝΩΝ ΦΟΡΕΩΝ

1. Οι περιορισμοί των Συνήθων Φορέων από Ο.Σ 99
2. Η Λύση του Προεντεταμένου Σκυροδέματος- Οι τρεις Οπτικές 100
3. Η Τεχνική της Προέντασης 103
4. Τύποι Προέντασης και Τεχνολογική Σύγκριση 105
5. Μειονεκτήματα Προεντεταμένων Φορέων 110
6. Υπομνήσεις από την Μηχανική 113

### B. ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΠΡΟΕΝΤΕΤΑΜΕΝΩΝ ΦΟΡΕΩΝ

1. Η Ενότητα της Συμπεριφοράς Οπλισμένων και Προεντεταμένων Φορέων  
Οι δύο Ισοδύναμες θεωρήσεις 114
2. Συμπεριφορά Φορέων με την Αύξηση του Φορτίου 117
3. Διαφοροποιήσεις στην Δύναμη του Οπλισμού – Η Έννοια των Απωλειών και Μειώσεων 120

### Γ. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

1. Οι Αυξημένες Απαιτήσεις Ακρίβειας - Τα δύο Στάδια Σχεδιασμού 123
2. Σχεδιασμός σε κατάσταση Λειτουργίας και Έλεγχος σε Κατάσταση Αστοχίας 125
3. Οι Δύο Μέθοδοι Σχεδιασμού 126
4. Διαδοχικά Βήματα Σχεδιασμού 127

### Δ. ΔΙΑΔΟΧΙΚΑ ΒΗΜΑΤΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

1. Επιλογή Διατομής Φορέα 128
2. Επιλογή Χάραξης 130
3. Τιμές Δράσεων από τα Φορτία της Κατασκευής και την Προένταση 132
4. Επιλογή Χρόνου Προέντασης 136
5. Σχεδιασμός για Ορθή Ένταση σε Κατάσταση Λειτουργίας 137
6. Η Αλληλοεξάρτηση Μεγεθών και Διατομών 142
7. Σχεδιασμός για Λοξή Ένταση σε Κατάσταση Λειτουργίας 143
8. Έλεγχος Ορθών Τάσεων σε Κατάσταση Αστοχίας 147
9. Οι διαφορετικές Οπτικές που Εκλαμβάνονται ως Διαφορετικά Αντικείμενα 151
10. Έλεγχος Τέμνουσας σε Κατάσταση Αστοχίας 153
11. Οι Πολυπλοκότητες και οι Λανθασμένες Ερμηνείες Πειραμάτων 157
12. Σήμανση, Χαρακτηριστικά και Διαστασιολόγηση Τενόντων- Υπολογισμός Μειώσεων 158
13. Διάταξη τενόντων και Πλακών Αγκύρωσης 165
14. Οριστική Μελέτη 167
15. Σχεδιασμός Περιοχών Αγκύρωσης 169
16. Κατασκευαστικά Σχέδια 173
17. Οπλισμός Ρηγμάτωσης 174
18. Μεθοδολογία Επίλυσης προβλημάτων Σχεδιασμού 175
19. Αριθμητικές Εφαρμογές
  - 1: Σχεδιασμός σε Κατάσταση Λειτουργίας 177
  - 2: Διαστασιολόγηση Προεντεταμένης Δοκού 180
  - 3: Έλεγχος Ορθών Τάσεων σε Κατάσταση Αστοχίας 182
  - 4 και 5: Έλεγχος Λοξού Εφελκυσμού – Έλεγχος Τέμνουσας 184
  - 6 και 7: Υπολογισμός Μειώσεων και Απωλειών Προέντασης 188
  7. Συνθετική Εφαρμογή 192

**ΕΠΙΛΟΓΟΣ:** Το Προεντεταμένο Σκυρόδεμα και η Κατάσταση του Κόσμου Σήμερα

# ΕΠΙΣΚΟΠΙΣΗ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΜΕΡΟΥΣ

## ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΠΡΟΕΝΤΕΤΑΜΕΝΩΝ ΦΟΡΕΩΝ

Στην ενότητα αυτή επιχειρείται να ειδωθούν οι προεντεταμένοι φορείς ως υποπερίπτωση των οπλισμένων φορέων. Μολονότι στους σύγχρονους κανονισμούς έχει υιοθετηθεί αυτή η οπτική, στα κλασικά συγγράμματα η συμπεριφορά και ο σχεδιασμός των προεντεταμένων φορέων αντιμετωπίζεται εξ' αρχής ως άλλη τεχνολογία.

### 1 Η Προένταση ως Μέσον Αύξησης των Εσωτερικών Δυνάμεων του Φορέα

Για φορείς με μεγάλο άνοιγμα  $l$  το μέγεθος της δρώσας καμπτικής αντοχής (ανάλογης του  $l^2$ ) είναι ιδιαίτερα μεγάλο και απαιτείται σχεδιασμός τους για μεγάλη καμπτική αντοχή.

Στους φορείς από οπλισμένο σκυρόδεμα η καμπτική αντοχή  $M_{Rdu}$  αναλαμβάνεται από ζεύγος εσωτερικών δυνάμεων και προκύπτει από την παρακάτω σχέση:

$$M_{Rdu} = F_{sd} \cdot z = A_s \cdot f_{sd} \cdot z \cong A_s \cdot f_{sd} \cdot 0,9 \cdot d \quad (1)$$

Για την αύξηση της καμπτικής αντοχής ενός φορέα υπάρχουν τρεις δυνατότητες:

- Να αυξηθεί το ύψος του φορέα ώστε να αυξηθεί ο μοχλοβραχίονας  $z$  των εσωτερικών δυνάμεων.
- Να αυξηθεί ο εφελκόμενος οπλισμός ώστε να αυξηθούν οι εσωτερικές δυνάμεις.
- Να αυξηθεί ο μοχλοβραχίονας  $z$  και οι εσωτερικές δυνάμεις.

Η πρώτη λύση της αύξησης του ύψους των φορέων δεν είναι εφικτή για φορείς με σημαντικά μεγάλο άνοιγμα.

Παράδειγμα:

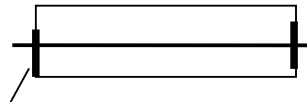
Η δρώσα ροπή για φορέα με 5πλάσιο άνοιγμα από το σύνηθες, π.χ. για φορέα με άνοιγμα 25 m, είναι  $5^2 = 25$  φορές μεγαλύτερη (η δρώσα ροπή είναι ανάλογη του  $l^2$ ) και για να 25πλασιαστεί η καμπτική αντοχή του απαιτείται, όπως προκύπτει από τη σχέση (1) 25πλασιασμός του ύψους του.

Ομοίως και η δεύτερη λύση δεν μπορεί να επεκταθεί σε φορείς με άνοιγμα πέραν από ορισμένο όριο. Ο εφελκόμενος οπλισμός δεν επιτρέπεται να αυξηθεί πέραν από μια μέγιστη τιμή.

- ❖ Με τη λύση της προέντασης γίνεται εφικτή η λύση της αύξησης των εσωτερικών δυνάμεων.

Επιτυγχάνεται με τις παρακάτω αλλαγές:

1. Αυξάνεται η διάμετρος και η αντοχή των ράβδων του χάλυβα.
2. Οι ράβδοι αγκυρώνονται εξωτερικά με παρεμβολή χαλύβδινης πλάκας στα άκρα του φορέα, όπως στο Σχ. 1.



πλάκα αγκύρωσης

Σχ. 1 Εξωτερική αγκύρωση ράβδων-τενόντων

3. Οι ράβδοι προεντείνονται (εντείνονται πριν την δράση των φορτίων της κατάσκευής) στο 65% περίπου της αντοχής τους.

Έτσι η παραμόρφωση των ράβδων είναι διττή: η προπαραμόρφωση και η παραμόρφωση λόγω της ρηγμάτωσης του φορέα από τη δράση των φορτίων.

4. Αυξάνεται η αντοχή του σκυροδέματος.

Με τις παραπάνω αλλαγές αντιμετωπίζονται τα προβλήματα της δεύτερης λύσης ως εξής:

- Με την εξωτερική αγκύρωση των ράβδων αντιμετωπίζεται το απαγορευτικά μεγάλο μήκος αγκύρωσης των ράβδων που προκύπτει λόγω της μεγάλης διαμέτρου και αντοχής των ράβδων ( $l_b = \Phi/4 \cdot f_{sd}/f_{bd}$ ).

Λόγω της μεγάλης δύναμης του εφελκόμενου χάλυβα το πάχος  $x$  της θλιβόμενης ζώνης θα προέκυπτε ιδιαίτερα μεγάλο ( $x=A_s \cdot \sigma_s / 0,68 \cdot b \cdot f_{cd}$ ) και κατά συνέπεια η παραμόρφωση των ράβδων  $\epsilon_s$  θα ήταν ιδιαίτερα μικρή (η  $\epsilon_s$  είναι αντίστροφα ανάλογη του  $x$ ) και δεν θα αξιοποιείτο η υψηλή αντοχή των ράβδων.

Η αδυναμία αυτή αίρεται:

1. με την αύξηση της θλιπτικής αντοχής του σκυροδέματος (μειώνεται το  $x$ ),
2. με την προσθήκη στην παραμόρφωση  $\epsilon$  που προκύπτει λόγω της ρηγμάτωσης του φορέα (από τη δράση των φορτίων) της προπαραμόρφωσης  $\epsilon_{po}$ .

Με τον τρόπο αυτό αυξάνεται η συνολική παραμόρφωση και, γι αυτό, και η συνολική τάση και δύναμη των ράβδων.

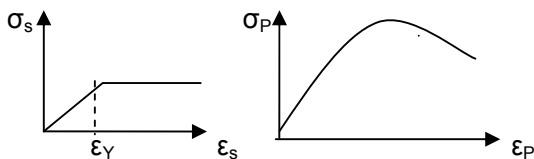
## 2. Διαφοροποιήσεις στον Υπολογισμό της Καμπτικής Αντοχής

Ο υπολογισμός της καμπτικής αντοχής διαφοροποιείται, μόνον, ως προς τον υπολογισμό της τάσης του τένοντα κατά την αστοχία, ως εξής:

### ➤ Διαφοροποιήσεις στον Υπολογισμό της Τάσεως $\sigma_{pd}$

1. Το διάγραμμα  $[\sigma_s - \epsilon_s]$  των ράβδων στους φορείς από οπλισμένο σκυρόδεμα είναι διγραμμικό (προσεγγιστικά).

Γι' αυτό, η τάση τους θεωρείται σταθερή ίση με τη μέγιστη τιμή της  $f_{sd}$  για παραμόρφωση των ράβδων μεγαλύτερη από την παραμόρφωση διαρροής τους.



(α)

(β)

Σχ. 2 Διάγραμμα  $\sigma$ - $\epsilon$  ράβδων φορέων από (α) οπλισμένο και (β) προεντεταμένο σκυρ/μα

Το διάγραμμα  $[\sigma_p - \epsilon_p]$  των ράβδων στους προεντεταμένους φορείς είναι, λόγω της

υψηλής ποιότητας των χάλυβων προέντασης, καμπύλο.

Η τάση των ράβδων προκύπτει διαφορετική για διαφορετική παραμόρφωσή τους.

Η τάση των ράβδων στους οπλισμένους φορείς προκύπτει για την παραμόρφωση του φορέα στη στάθμη των ράβδων την οφειλόμενη στα φορτία αστοχίας.

- ❖ Η τάση των ράβδων στους προεντεταμένους φορείς προκύπτει για τη **συνολική παραμόρφωση των τενόντων** η οποία είναι το άθροισμα της παραμόρφωσης  $\epsilon$  του φορέα στη στάθμη των τενόντων την οφειλόμενη στα φορτία αστοχίας και της προπαραμόρφωσής τους  $\epsilon_{po}$ . Είναι:

$$\epsilon_p = \epsilon_{po} + \epsilon \quad (\alpha)$$

### ➤ Διαδικασία Υπολογισμού της Ροπής Αστοχίας

Ακολουθείται ακριβώς η ίδια διαδικασία μ' αυτήν στην περίπτωση των φορέων από οπλισμένο σκυρόδεμα με:

#### ❖ μόνη διαφοροποίηση τον υπολογισμό της τάσης των ράβδων-τενόντων.

Από την ισοδυναμία εσωτερικών και εξωτερικών αξονικών προκύπτει η σχέση (1):

$$N_{sd} = 0 = N_{rd} = F_{cd} - F_{pd} \quad (1)$$

$$\Rightarrow 0.8x \cdot b \cdot 0.85f_{cd} = A_p \cdot \sigma_{pd} \quad (1a)$$

$$\Rightarrow x = 0.8 \cdot b \cdot 0.85f_{cd} / (A_p \cdot \sigma_{pd}) \quad (1\beta)$$

Από την παραδοχή περί επιπεδότητας της διατομής κατά την αστοχία προκύπτει η σχέση (3):

$$x = \epsilon_c / (\epsilon_c + \epsilon) = 3.5 / (3.5 + \epsilon) \quad (3)$$

Με βάση τις σχέσεις (1β) και (3) η ροπή αστοχίας προκύπτει ως συνάρτηση της τάσεως  $\sigma_{pd}$  από τη σχέση (2):

$$M_{rd,u} = F_{pd} \cdot z = A_p \cdot \sigma_{pd} \cdot (d - 0.4x) \quad (2)$$

Όπως και στην περίπτωση των φορέων από οπλισμένο σκυρόδεμα, εντοπίζεται με δοκιμές η παραμόρφωση  $\epsilon$  του φορέα στη στάθμη των τενόντων ως εξής:

#### 1<sup>η</sup> δοκιμή:

$\epsilon_c = 3,5\%$  και  $\epsilon = 0\%$ .  $\Rightarrow x_1 = 0,25d$ ,  $\epsilon_p = \epsilon_{po} + \epsilon = \dots$

Από το διάγραμμα  $[\sigma_p - \varepsilon_p]$  υπολογίζεται η  $\sigma_p$  και αντικαθίσταται στη σχέση (1) της ισοδυναμίας των αξονικών.

Από τη σχέση αυτή προκύπτει η τιμή του  $x$ .

Αν δεν είναι πολύ διαφορετική από την τιμή  $x_1$ , αντικαθίσταται στη σχέση (2) και προκύπτει η τιμή της  $M_{Rdu}$ .

Αν η τιμή του  $x$  είναι διαφορετική από την  $x_1$  τότε γίνεται δεύτερη δοκιμή με διαφορετικό  $\varepsilon$  και επαναλαμβάνεται η διαδικασία έως ότου υπάρξει σύμπτωση των τιμών του  $x$ .

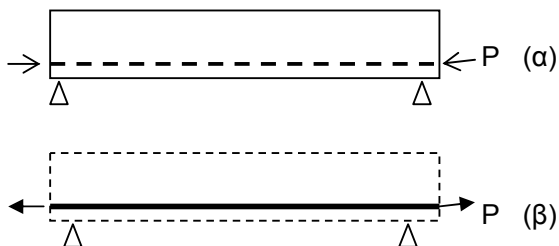
### 3. Τεχνική Επιβολής της Προέντασης

Η επιβολή της προπαραμόρφωσης επιτυγχάνεται με τάνυση (εφελκυσμό) των ράβδων στα άκρα του φορέα μέσω γρύλων.

Οι ράβδοι τοποθετούνται στον ξυλότυπο πριν τη σκυροδέτηση περιβαλλόμενες από σωλήνα (από σχετικά εύκαμπτο υλικό) ώστε να παρεμποδιστεί η συνάφειά τους με το σκυρόδεμα. Ονομάζονται **τένοντες ή καλώδια**.

Καταλήγουν σε χαλύβδινες πλάκες, τις **πλάκες αγκύρωσης**, τοποθετημένες στις ακραίες διατομές του φορέα, όπως φαίνεται στο Σχ. 1.

Κρατούνται στη θέση τους μέσω ειδικών στηριγμάτων τοποθετημένων ανά 1.0 m περίπου.



Σχ. 3 (α) θλιπτική P στο σκυρόδεμα και (β) εφελκυστική P στο τένοντα

Η τάνυση των καλωδίων μέσω των γρύλων γίνεται μετά την ανάπτυξη ικανής θλιπτικής αντοχής του σκυροδέματος (συνήθως σε ένα μήνα).

Οι γρύλοι εδράζονται στις χαλύβδινες πλάκες στις οποίες ασκούν δύναμη ίση και αντίθετη με τη δύναμη τάνυσης.

❖ Έτσι, στις ακραίες διατομές του φορέα ασκείται, όπως φαίνεται στο Σχ. 3, μια **εφελκυστική δύναμη  $F_p$  στους τένοντες** και μια **ίση και αντίθετη θλιπτική δύναμη P στο σκυρόδεμα**, η δύναμη προέντασης.

Μετά την τάνυση, το κενό μεταξύ χάλυβα και σωλήνα γεμίζει με **τσιμεντένεμα** (μίγμα νερού, τσιμέντου και διογκωτικού πρόσθετου διοχετευόμενο υπό πίεση) ώστε να αποκατασταθεί η συνάφεια τενόντων και σκυροδέματος.

### 4. Μέγεθος της Επιβαλλόμενης Προέντασης

Δεδομένου ότι η διαδικασία επιβολής της προπαραμόρφωσης των ράβδων είναι ιδιαίτερα απαιτητική και δαπανηρή, το μέγεθος της προέντασης επιλέχθηκε αρχικά έτσι ώστε να προσδώσει στον προεντεταμένο φορέα πρόσθετα πλεονεκτήματα.

Ως τέτοια εκτιμήθηκε:

❖ **Η απουσία ρωγμών όταν δρουν τα φορτία λειτουργίας του φορέα** (οριακή κατάσταση λειτουργικότητας), δηλαδή απουσία εφελκυστικών παραμορφώσεων και τάσεων καθ' ύψος της διατομής του φορέα.

Με τον τρόπο αυτό προστατεύεται ο φορέας από διάβρωση του χάλυβα και δεν εμφανίζει μεγάλο βέλος.

Γι αυτό:

❖ Ο σχεδιασμός των προεντεταμένων φορέων γίνεται σε κατάσταση λειτουργίας και όχι σε κατάσταση αστοχίας, όπως ο σχεδιασμός των οπλισμένων φορέων.

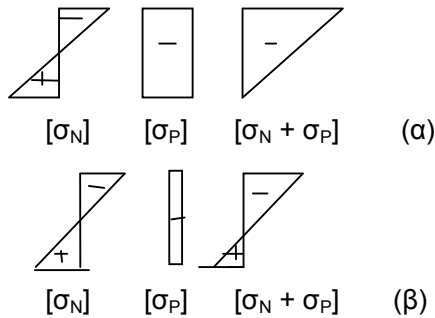
### 5. Τα Προβλήματα της Μεταφοράς Τεχνολογίας - Οι Νέες Τάσεις

Η παραπάνω επιλογή για απουσία ρωγμών μολονότι **κατάλληλη για τη Γερμανία** (χώρα χωρίς ιδιαίτερη σεισμικότητα) στην οποία πρωτοεφαρμόστηκε η λύση του προεντεταμένου σκυροδέματος **μεταφέρθηκε και σε χώρες με έντονη σεισμικότητα**, όπως η Ελλάδα μολονότι **έρχεται σε αντίθεση με τις αντισεισμικές απαιτήσεις** για πλασιμότητα των φορέων (δηλ. μεγάλα βέλη και εκτεταμένη ρηγμάτωση των φορέων για τα φορτία αστοχίας).

Σήμερα η λύση αυτή εγκαταλείπεται.

- Σε ερευνητικό στάδιο μελετάται η αντικατάσταση της παραπάνω λύσης της **πλήρους προέντασης** με τη λύση της **μερικής προέντασης**, η οποία αποτελεί συνδυασμό οπλισμένου και προεντεταμένου σκυροδέματος.

Σύμφωνα με τη λύση αυτή η δύναμη προέντασης επιλέγεται ώστε οι φορείς να ρηγματώνονται για τα φορτία λειτουργίας, αλλά το άνοιγμα των ρωγμών να είναι μικρότερο απ' αυτό των φορέων από οπλισμένο σκυρόδεμα.



Σχ. 4 (α) Λύση πλήρους προέντασης και (β) Λύση μερικής προέντασης

- ❖ Με τη λύση της μερικής προέντασης **μόνον των ράβδων του οπλισμού είναι προεντεταμένες.**

Η λύση αυτή αναμένεται να προσδώσει στους φορείς τα πλεονεκτήματα των δύο λύσεων (οπλισμένου και προεντεταμένου σκυροδέματος) και να αναιρέσει τα μειονεκτήματά τους.

## 6. Διαφοροποιήσεις Προεντεταμένων και Οπλισμένων Φορέων για τα Φορτία Λειτουργίας

Λόγω της προέντασης προκύπτουν οι παρακάτω διαφοροποιήσεις στη δύναμη των ράβδων:

### 6.1 Μεταβολή της Δύναμης των Ράβδων με την Αύξηση των Φορτίων:

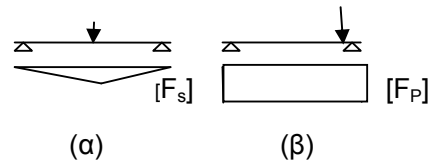
- Στους οπλισμένους φορείς η τάση και η δύναμη των ράβδων του οπλισμού αυξάνει με την αύξηση των φορτίων λειτουργίας (ως αποτέλεσμα της αύξησης της ρηγματώσης του φορέα).

- Στους προεντεταμένους φορείς η δύναμη των ράβδων-τενόντων:

Από τη στιγμή της προέντασης και για όλο το χρόνο που δεν υπερβαίνονται τα φορτία λειτουργίας η παραμόρφωση και, γι αυτό, και η **δύναμη προέντασης P παραμένει σταθερή**, αφού ο φορέας δεν ρηγματώνεται.

### 6.2 Μεταβολή της Δύναμης των Ράβδων κατά Μήκος του Φορέα

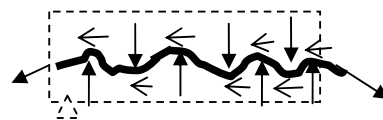
- Στους οπλισμένους φορείς (με ευθύγραμμες διαμήκεις ράβδους) η δύναμη  $F_s$  των ράβδων είναι (θεωρώντας το  $z$  περίπου σταθερό κατά μήκος του φορέα) ανάλογη της ροπής  $M_s$  ( $F_s = M_s/z$ ).



Σχ. 5 Διάγραμμα δύναμης ράβδων κατά μήκος φορέα (α) οπλισμένου και (β) προεντεταμένου

- Στους προεντεταμένους φορείς η δύναμη κατά μήκος του φορέα είναι περίπου σταθερή. Συμβαίνει μικρή μόνον μείωσή της λόγω τριβών.

Κατά τη σκυροδέτηση το νωπό σκυρόδεμα ασκεί πίεση στον εύκαμπτο σωλήνα που περιβάλλει τις ράβδους και τον παραμορφώνει με συνέπεια να έρχεται κατά τόπους σ' επαφή ο σωλήνας με τις ράβδους και η τάνυση να μην είναι ανεμπόδιστη.



Σχ. 6 Εγκάρσιες δυνάμεις από το νωπό σκυρόδεμα στον τένοντα και δυνάμεις τριβής

Η μεταβολή αυτή της δύναμης προέντασης κατά μήκος του φορέα δηλώνεται με τον όρο **Μειώσεις**.

- ❖ Για συνήθεις φορείς **οι μειώσεις** από τη θέση της τάνυσης (άκρη του φορέα) μέχρι την κρίσιμη διατομή (συνήθως στο μέσον του φορέα) είναι **της τάξεως του 5%**.

### 6.3 Μεταβολή της Δύναμης των Ράβδων με την Πάροδο του Χρόνου:

- Στους οπλισμένους φορείς η δύναμη των ράβδων δεν μεταβάλλεται με την πάροδο του χρόνου (αν δεν μεταβάλλονται τα φορτία).
- Στους προεντεταμένους φορείς οι ράβδοι χάνουν με την πάροδο του χρόνου μέρος της δύναμής τους για τους παρακάτω λόγους:
  1. Επειδή η ένταση των ράβδων είναι συνεχώς και σε όλο το μήκος του φορέα σταθερή, χάνουν μέρος της ικανότητάς τους, **χαλαρώνουν**.  
  
Η χαλάρωση αυτή δεν συμβαίνει στις ράβδους των οπλισμένων φορέων, γιατί αυτές εντείνονται έντονα μόνο στην περιοχή της κρίσιμης διατομής και μόνον όσο ασκείται το κινητό φορτίο (π.χ. όσο διαρκεί η παρέλαση προκειμένου για πλάκες προβόλους).
  2. Το **σκυρόδεμα**, όπως και όλα τα υλικά που περιέχουν νερό, **συστέλεται με το χρόνο** με αποτέλεσμα να ξελασκάρει η αγκύρωση στην άκρη του φορέα και να χάνεται η προένταση.

Η συστολή μπορεί απλοποιητικά να αποδοθεί στην κίνηση του ελεύθερου νερού που παραμένει μέσα στο σκυρόδεμα προς το ξηρότερο περιβάλλον.

- Η συστολή αυτή όταν το σκυρόδεμα είναι **αφόρτιστο** αποδίδεται με τον όρο **συστολή ξηράνσεως**, ενώ όταν είναι **υπό τη δράση θλιπτικής τάσης (πίεσης)** αποδίδεται με τον όρο **ερπυσμός**.
- Η μεταβολή της δύναμης προέντασης σε μια διατομή του φορέα με την πάροδο του χρόνου που οφείλεται στους παραπάνω λόγους δηλώνεται με τον όρο **Απώλειες προέντασης**.
- ❖ Για καλοσχεδιασμένο σκυρόδεμα (με ασβεστολιθικά αδρανή χωρίς παιπάλη)

είναι της τάξεως του **15%** (αν και έχουν υπάρξει περιπτώσεις που οι απώλειες ανήλθαν στο 60%). Γι' αυτό:

- ❖ **Διακρίνονται δύο τιμές της δύναμης προέντασης: η  $P_0$  και η  $P_{\infty} = \omega \cdot P_0$**

(Για απώλειες 15% είναι  $\omega = 0,85$ , συνήθης τιμή).

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι:

- ✚ Στο προεντεταμένο σκυρόδεμα χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή στην παραγωγή του σκυροδέματος (πλύσιμο αδρανών, κ.λ.π).

## 7. Εύρεση της Δύναμης P Προέντασης Σχεδιασμός για τα Φορτία Λειτουργίας

### 7.1 Ανίωση Ασφαλείας Μέθοδος Επιτρεπομένων Τάσεων

Για το σχεδιασμό σε κατάσταση λειτουργίας εφαρμόζεται η **μέθοδος των επιτρεπομένων τάσεων** (και όχι της συνολικής αντοχής που εφαρμόζεται για σχεδιασμό σε κατάσταση αστοχίας).

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή η ανίωση ασφαλείας παίρνει τη μορφή:

$$\sigma_c \leq \epsilon_{\text{Π}} \sigma_c \text{ για το σκυρόδεμα}$$

$$\sigma_s \leq \epsilon_{\text{Π}} \sigma_s \text{ για το χάλυβα}$$

$$\sigma_P \leq \epsilon_{\text{Π}} \sigma_P \text{ για τον προεντεταμένο χάλυβα}$$

Σε κανένα σημείο του φορέα και σε καμία χρονική στιγμή δεν επιτρέπεται οι τάσεις που θα αναπτυχθούν να υπερβούν τις επιτρεπόμενες.

Οι αναπτυσσόμενες τάσεις διαφέρουν κατά μήκος και καθ' ύψος του φορέα καθώς και με το χρόνο, ανάλογα με το αν ασκούνται όλα τα φορτία (μόνιμα και όλα τα κινητά) ή όχι (μόνον τα μόνιμα, ή μόνο τα μόνιμα και κά-ποια κινητά).

Για να εντοπιστεί η μέγιστη τάση εντοπίζονται:

- **οι κρίσιμες ίνες** καθ' ύψος της διατομής
- **οι κρίσιμες διατομές** κατά μήκος του φορέα, και
- **οι δυσμενείς συνδυασμοί των φορτίων**

Επειδή στην κατάσταση λειτουργίας ο προεντεταμένος φορέας είναι αρηγγάτωτος η εντατική του κατάσταση υπόκειται στις αρχές των ομογενών φορέων:

- Ο ουδέτερος άξονας για καμπτική επιπόνηση συμπίπτει με τον κεντροβαρικό<sup>(2)</sup>.
- Οι ορθές τάσεις δίνονται συναρτήσει των δράσεων N και M από τις παρακάτω σχέσεις:

Τάσεις από αξονική N :  $\sigma = N/A_c$

Τάσεις από ροπή M :  $\sigma = M.y/J$

Ακραίες τάσεις από M :

$\sigma_1 = M.y_1/J = M/W_1$      $\sigma_2 = M.y_2/J = M/W_2$

όπου:

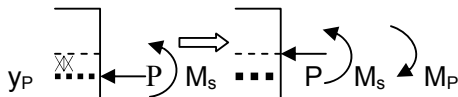
$W_1 = J/y_1$      $W_2 = J/y_2$

- ❖ Ως **ίνα 1** ορίζεται, όπως και στους φορείς από οπλισμένο σκυρόδεμα), η ακραία ίνα της διατομής του φορέα που εφελκύεται από τη μέγιστη ροπή  $M_s$  των φορτίων της κατασκευής.

## 7.2 Οι Δύο Αντιτιθέμενες Ροπές

Τα εντακά μεγέθη στην κρίσιμη διατομή του φορέα είναι, όπως φαίνεται στο Σχ. 7.

- Η ροπή  $M_s$  από τα φορτία της κατασκευής.
- Η εφελκυστική δύναμη P που ασκείται στους τένοντες.
- Η θλιπτική δύναμη P που ασκείται στο φορέα του σκυροδέματος στη θέση των τενόντων.



Σχ. 7 Αξονική θλιπτική και δύο αντιτιθέμενες ροπές η εντατική κατάσταση στο φορέα του σκυροδέματος

Ανάγοντας τη θλιπτική δύναμη P ως προς το κέντρο βάρους της διατομής προκύπτει μια αξονική δύναμη P (ασκούμενη στο κ.β.) και μια ροπή  $M_P = P.y_P$  η οποία έχει φορά αντίθετη από τη  $M_s$  και, γι αυτό, δηλώνεται ως **αντιροπή**.

$y_P$  : η απόσταση της P (στο κ.β. των τενόντων) από το κ.β. της διατομής

(2) Στον ρηγματωμένο οπλισμένο φορέα ο ουδέτερος άξονας δεν συμπίπτει με τον κεντροβαρικό. Λόγω της ρηγματώσεως μετακινείται προς το (θλιβόμενο) πέλμα 2.

Η συνολική ροπή που επιπονεί το φορέα είναι η  $[M_s - M_P]$ .

Όσο μικρότερη είναι η αντιροπή τόσο μεγαλύτερη θα είναι η τελική ροπή και, άρα, τόσο μεγαλύτερες οι αναπτυσσόμενες εφελκυστικές τάσεις και τόσο μεγαλύτερη η απαιτούμενη δύναμη P για να τις αναιρέσει.

Γι αυτό:

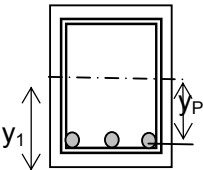
- ❖ **κεντρική προένταση**, δηλ. προένταση με τη συνισταμένη δύναμη στο κ.β. του φορέα και άρα μηδενική αντιροπή είναι **αντιοικονομική**.

## 7.3 Μέγεθος της Αντιροπής

Για λόγους οικονομίας, η τιμή της αντιροπής επιδιώκεται να είναι η μεγαλύτερη δυνατή ώστε να μειώνεται η τελική ροπή και να απαιτείται μικρή τιμή της δύναμης P.

Η τιμή αυτή αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή της εκκεντρότητας  $y_P$  της συνισταμένης δύναμης των τενόντων.

Για μία στρώση τενόντων, επικάλυψη 5 cm, διάμετρο τενόντων 5 cm και συνδετήρες Φ10 είναι, όπως φαίνεται στο σχήμα:



- $\max y_P = y_1 - (5 + 1 + 6/2) = y_1 - 9 \text{ cm}$
- $\max y_P = y_1 - 0,13 \text{ [m]}$  για τένοντες σε δύο στρώσεις

Αν ίσχυε  $\min M_s = \max M_s$  (συμβαίνει μόνον σε φορέα που έχει μόνο μόνιμα φορτία), θα μπορούσε να επιλεγεί η εκκεντρότητα  $y_P$  έτσι ώστε  $M_P = \max M_s$ . Η τελική ροπή θα ήταν μηδενική και ο φορέας θα είχε μηδενικό βέλος.

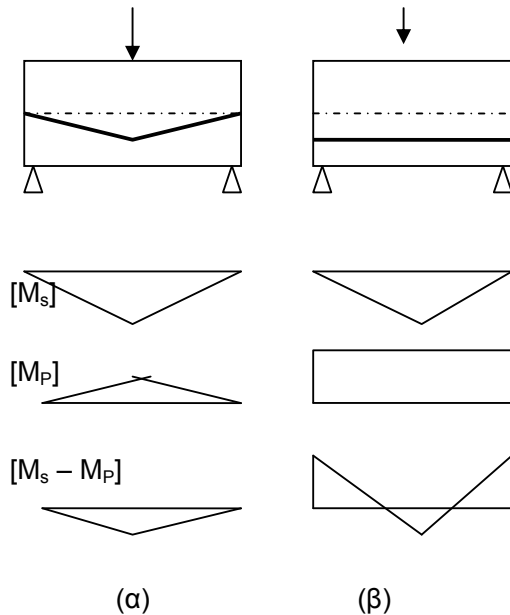
Επειδή στους συνήθεις φορείς (φορείς με ομόσημα διαγράμματα ροπών από μόνιμα και κινητά) η (απόλυτη) τιμή της  $\max M_s$  είναι μεγαλύτερη από αυτήν της  $\min M_s$ , η τιμή της  $M_P$  οφείλει να είναι ενδιάμεση:

$$\min M_s < M_P < \max M_s$$

Δεν μπορεί να τεθεί  $M_P = \max M_s$  ώστε να προκύπτει η ελάχιστη δυνατή τιμή της P, γιατί όταν θα δρα η  $\min M_s$  θα υπερτερεί σημαντικά η  $M_P$  και οι μεγάλες εφελκυστικές τάσεις που θα προκύπτουν (στην ίνα 2) από τη μεγάλη τελική ροπή  $M_P - \min M_s$  δεν θα μπορούν να αναιρεθούν από τη μικρή τιμή της P.

Γι αυτό, σε φορείς με μεγάλη διαφορά τιμών μεταξύ της  $\min M_s$  και της  $\max M_s$ , δηλαδή σε φορείς με μεγάλο λόγο  $\max M_s / \min M_s$ , η τιμή της  $M_p$  πρέπει να είναι αρκετά μικρότερη από την  $\max M_s$  και άρα:

- ❖ Σε φορείς με μεγάλο λόγο  $\max M_s / \min M_s$  δεν μπορεί να εξαντληθεί η  $\max y_p$  και η λύση της προέκτασης είναι **αντιοικονομική**.



Σχ. 8 Διαγράμματα συνολικών ροπών για  $M_p$  και  $M_s$  να έχουν (α) ίδια και (β) διαφορετική μορφή

#### 7.4 Κρίσιμες Διατομές

Αν η χάραξη των τενόντων ακολουθεί τη μορφή του διαγράμματος ροπών  $M_s$ , την ίδια μορφή θα έχει, όπως φαίνεται στο Σχ.8(α) και το διάγραμμα των αντιροποών  $M_p$  καθώς και το διάγραμμα των συνολικών ροπών  $[M_s - M_p]$ .

Η κρίσιμη διατομή θα συμπίπτει με τη θέση της μέγιστης τιμής του διαγράμματος  $M_s$  (μεσον ανοίγματος για μια αμφιέριστη δοκό).

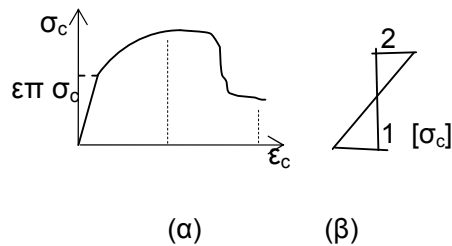
Αν, όμως, η χάραξη των τενόντων δεν ακολουθεί τη μορφή του διαγράμματος των ροπών, κρίσιμη διατομή δεν είναι, όπως φαίνεται στο Σχ. 8(β), κατ'ανάγκη αυτή με τη μεγαλύτερη τιμή της  $M_s$ .

Στην περίπτωση αυτή, η ανίσωση ασφαλείας εφαρμόζεται σε περισσότερες θέσεις (για

σημαντικούς φορείς, όπως στις γέφυρες, ανά 1 m κατά μήκος του φορέα).

#### 7.5 Κρίσιμες Ίνες

Επειδή το διάγραμμα των ορθών τάσεων είναι, όπως φαίνεται στο Σχ. 9(α), γραμμικό καθ' ύψος της διατομής, η ανίσωση ασφαλείας εφαρμόζεται μόνο για τις δύο ακραίες ίνες 1 και 2. Αν η ανίσωση ασφαλείας ισχύει για τις τάσεις στις ίνες αυτές, θα ισχύει και για τις μικρότερες τάσεις στις υπόλοιπες ίνες.



Σχ. 9 Διάγραμμα  $\sigma$ - $\epsilon$  σκυροδέματος

Το διάγραμμα είναι γραμμικό, γιατί, όπως φαίνεται στο Σχ. 9, οι αναπτυσσόμενες τάσεις, περιορίζονται στη γραμμική περιοχή του διαγράμματος  $[\sigma_c - \epsilon_c]$  του σκυροδέματος, καθώς ισχύει:  $\sigma_c \leq \epsilon_{TP} \sigma_c = 0.5 f_{ck}$ .

#### 7.6 Δυσμενείς Συνδυασμοί Φορτίων

Οι συνολικές δράσεις που ασκούνται στο φορέα του σκυροδέματος είναι:

- Οι δράσεις από τα φορτία χρήσης της κατασκευής και
- Οι δράσεις από τις δυνάμεις - αντιδράσεις του φορέα του τένοντα.

Η τιμή των δράσεων αυτών δεν παραμένει σταθερή με το χρόνο.

Η τιμή τους κυμαίνεται μεταξύ μιας ελάχιστης και μιας μέγιστης τιμής.

#### ❖ Μέγιστη και Ελάχιστη Ένταση από τα Φορτία της Κατασκευής

- Η μέγιστη ένταση αντιστοιχεί σε συνδυασμό μόνιμων και κινητών φορτίων που δίνουν την μέγιστη απόλυτη τιμή.
- Η ελάχιστη ένταση αντιστοιχεί σε συνδυασμό μόνιμων και κινητών που δίνει την ελάχιστη απόλυτη τιμή.



Στην περίπτωση που μόνιμα και κινητά δίνουν ομόσημα στατικά μεγέθη (συνήθης περίπτωση) :

- η ελάχιστη ένταση αντιστοιχεί στα μόνιμα φορτία (ίδιο βάρος ή και επικαλύψεις) που δρουν κατά τη στιγμή της προέντασης.
- Η μέγιστη ένταση αντιστοιχεί στα συνολικά φορτία, μόνιμα και όλα τα κινητά.

Άρα, είναι:

- Για την κατάσταση λειτουργικότητας:
  - $\max M_s = M_g + M_q$ ,  $\min M_s = M_g$
- Για την κατάσταση αστοχίας:
  - $\max M_s = 1,35M_g + 1,50 M_q$ ,  $\min M_s = M_g$

Αν, όμως, μόνιμα και κινητά δίνουν ετερόσημα στατικά μεγέθη, η μέγιστη ένταση ενδέχεται να μην αντιστοιχεί στη συνύπαρξη όλων των κινητών φορτίων και στην ελάχιστη ένταση να αντιστοιχούν και κάποια κινητά φορτία.

#### ❖ Μέγιστη και Ελάχιστη Ένταση από την Προένταση

Όπως σχολιάστηκε στο κεφ. 6, η δύναμη προέντασης  $P$  μεταβάλλεται (σε κάθε διατομή) με το χρόνο, από την τιμή  $P_0$  στην τιμή  $P_\infty$ .

Άρα, είναι:

- Για την κατάσταση λειτουργικότητας:
  - $\max P = P_0$   $\min P = P_\infty$
- Για την κατάσταση αστοχίας:
  - $\max P = 1,1P_0$   $\min P = 0,9 P_\infty$

(1,1 και 0,9 είναι οι συντελεστές ασφαλείας για δυσμενή και ευμενή δράση της προέντασης, αντίστοιχα.

#### ➤ Δυσμενείς Συνδυασμοί για τις Συνολικές Δράσεις

Οι τάσεις από τις δράσεις της κατασκευής και την δράση της προέντασης είναι αντιτιθέμενες.

Προφανώς οι συνδυασμοί των δράσεων (ροπών και τεμνουσών) για την δυσμενέστερη ένταση του φορέα είναι:

- **Ελάχιστη τιμή των δράσεων από την κατασκευή + Μέγιστη τιμή των δράσεων από την προένταση.**

#### ➤ **Μέγιστη τιμή των δράσεων από την κατασκευή + Ελάχιστη τιμή των δράσεων από την προένταση.**

Για την ορθή ένταση οι δυσμενέστεροι συνδυασμοί είναι:

- Για την κατάσταση λειτουργικότητας:

$$\text{❖ } \min [M_s, N_s] + [P_0, M_{P0}] \quad (1)$$

$$\max [M_s, N_s] + [P_\infty, M_{P\infty}] \quad (2)$$

- Για την κατάσταση αστοχίας (για φορείς με ομόσημες ροπές από μόνιμα και κινητά) η συνολική ροπή θα είναι:

$$\text{❖ } M = 1,35M_g + 1,50 M_q - 0,9 M_P$$

Η συνολική ροπή  $M_g - 1,1 M_{P0}$  που αντιστοιχεί στο συνδυασμό  $\min M_s$  και  $\max M_P$  για συνήθεις φορείς καλύπτεται από τον έλεγχο σε κατάσταση λειτουργικότητας (δεν αντιστοιχεί σε έντονα ρηγματωμένη διατομή).

#### 7.7 Γραφική και Αλγεβρική Διατύπωση της Ανίσωσης Ασφαλείας για Ορθές Τάσεις σε Κατάσταση Λειτουργικότητας

Εφαρμόζοντας την ανίσωση ασφαλείας στις δύο ακραίες ίνες για κάθε δυσμενή συνδυασμό των δράσεων στην κρίσιμη διατομή προκύπτουν οι παρακάτω τέσσερις επί μέρους ανισώσεις ασφαλείας, όπως προκύπτουν από την γραφική παράσταση στο Σχ. 10.

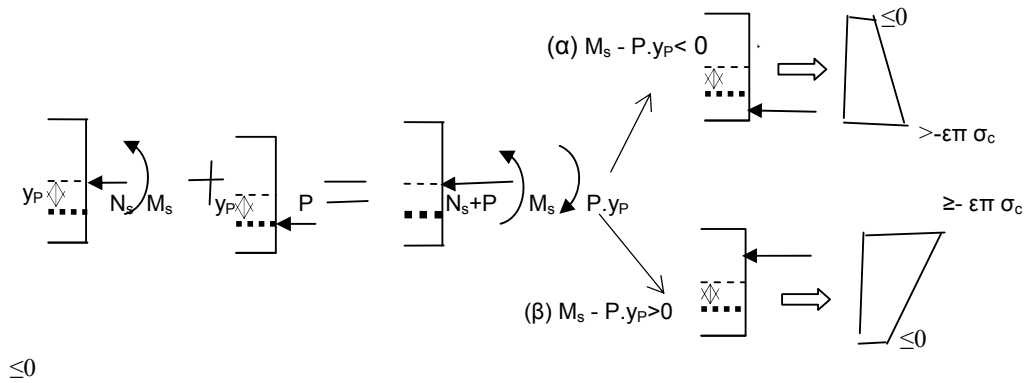
Όπως φαίνεται στο Σχ. 10, το τελικό διάγραμμα τάσεων εξαρτάται κατά πόσον η τελική ροπή είναι θετική ή αρνητική.

- Για τον πρώτο συνδυασμό δράσεων, υπερτερεί η αντιροπή  $M_P = P \cdot y_P$ .

Η συνολική ροπή είναι αρνητική και ο συνδυασμός της με την κεντρική θλιπτική  $P$  ισοδυναμεί με μια έκκεντρη θλιπτική δύναμη ίση με  $P$  προς την πλευρά της ίνας 1 (την εφελκόμενη από τη συνολική ροπή).

- Για τον δεύτερο συνδυασμό, υπερτερεί η  $\max M_s$ .

Η συνολική ροπή είναι θετική και ο συνδυασμός της με την  $P$  ισοδυναμεί με μια έκκεντρη θλιπτική δύναμη ίση με  $P$  προς την πλευρά της ίνας 2 (την θλιβόμενη από τη συνολική ροπή).



Σχ. 10 Γραφική παράσταση ανίσωσης ασφαλείας για ορθή ένταση σε κατάσταση λειτουργίας

$$\sigma_{1o} = - (N_{g+q} + P_o) / A_c - (P_o \cdot y_P - M_{min}) / W_1 \geq - \epsilon \pi \sigma_c \quad (1\alpha)$$

$$\sigma_{2o} = - (N_g + P_o) / A_c + (P_o \cdot y_P - M_{min}) / W_2 \leq 0 \quad (2\alpha)$$

$$\sigma_{1\infty} = - (N_g + P_\infty) / A_c + (M_{max} - P_\infty \cdot y_P) / W_1 \leq 0 \quad (3\alpha)$$

$$\sigma_{2\infty} = - (N_{g+q} + P_\infty) / A_c - (M_{max} - P_\infty \cdot y_P) / W_2 \geq - \epsilon \pi \sigma_c \quad (4\alpha)$$

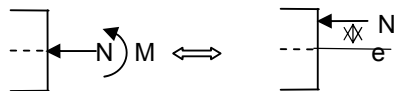
Μονάδες : P [kN] , M [kNm] , Ac [m<sup>2</sup>] , W [m<sup>3</sup>] , y<sub>p</sub> [m] , σ [kN/m<sup>2</sup>].

Στις παραπάνω σχέσεις:

- Ο άξονας y έχει αρχή στο κ.β και θετικές τιμές προς την ίνα 1.
- Η P και η επ σ<sub>c</sub> τίθενται με θετική τιμή.
- Η N τίθεται θετική όταν είναι θλιπτική. Προφανώς, η μέγιστη τιμή της τίθεται στις σχέσεις 1(α) και 1(β) όταν είναι θλιπτική, στις σχέσεις (2α) και (3α) όταν είναι εφελκυστική.

### ΥΠΟΜΝΗΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ

- Καμπτική ροπή M και αξονική N ισοδυναμεί με έκκεντρη θλιπτική δύναμη ίση με N με εκκεντρότητα e = M/N προς το πέλμα προς το οποίο δείχνει το βέλος της ροπής και αντίστροφα:
- Έκκεντρη θλιπτική δύναμη N με εκκεντρότητα e ισοδυναμεί με αξονική ίση με N και ροπή ίση με M = N.e.



- Η θλιπτική τάση που προκύπτει από την εφαρμογή έκκεντρης θλιπτικής δύναμης N είναι μεγαλύτερη στην ακραία ίνα την πλησιέστερη προς το σημείο εφαρμογής της N.

