

Η ΟΠΤΙΚΗ ΚΑΙ ΟΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ

1^{ος} ΤΟΜΟΣ

Γεωμετρική οπτική

Δ. Μελιτσιώτης

ΑΘΗΝΑ 2017

Εισαγωγή

Η **οπτική** είναι ο κλάδος της φυσικής ο οποίος περιλαμβάνει την συμπεριφορά και τις ιδιότητες του φωτός, συμπεριλαμβάνοντας την αλληλεπίδρασή του με την ύλη καθώς και την κατασκευή οργάνων στα οποία χρησιμοποιείται (ή παρατηρείται). Η οπτική συνήθως περιγράφει την συμπεριφορά του ορατού, υπεριώδους και υπέρυθρου φωτός. Το φως είναι ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα ενώ παρόμοιες ιδιότητες με αυτό παρουσιάζουν άλλοι τύποι ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας όπως οι ακτίνες γ , τα μικροκύματα και τα ραδιοκύματα.

Τα περισσότερα οπτικά φαινόμενα μπορούν να ερμηνευθούν χρησιμοποιώντας την κλασική ηλεκτρομαγνητική θεωρία περιγραφής του φωτός. Η πλήρης ηλεκτρομαγνητική περιγραφή του φωτός εντούτοις είναι συχνά δύσκολο να εφαρμοσθεί στην πράξη. Στην οπτική είναι πρακτική η χρήση πιο απλών μοντέλων. Το συνηθέστερο εξ αυτών είναι η γεωμετρική οπτική η οποία θεωρεί το φως ως ένα σύνολο ακτινών οι οποίες διαδίδονται σε ευθεία γραμμή και αλλάζουν διεύθυνση όταν ανακλώνται σε μία επιφάνεια ή μεταβαίνουν από ένα μέσο σε ένα άλλο. Η κυματική οπτική είναι περισσότερο περιεκτικό μοντέλο του φωτός το οποίο συμπεριλαμβάνει κυματικά φαινόμενα, όπως είναι η περίθλαση και η συμβολή, τα οποία δεν μπορούν να ερμηνευτούν από την γεωμετρική οπτική. Ιστορικά, το βασικό μοντέλο των ακτινών του φωτός αναπτύχθηκε πρώτα και ακολούθησε το κυματικό μοντέλο του φωτός. Η πρόοδος στην ηλεκτρομαγνητική θεωρία κατά τον 19ο αιώνα οδήγησε στην ανακάλυψη ότι τα φωτεινά κύματα ήταν στην πραγματικότητα ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.

Ορισμένα φαινόμενα εξαρτώνται από το γεγονός ότι το φως εμφανίζει ταυτόχρονα και τις δύο φύσεις του ήτοι και την κυματική και την σωματιδιακή. Η ερμηνεία αυτών των φαινομένων απαιτεί την κβαντική μηχανική. Όταν θεωρηθεί ότι το φως έχει σωματιδιακές ιδιότητες προσομοιάζεται από ένα σύνολο σωματιδίων τα οποία καλούνται φωτόνια. Η κβαντική οπτική ασχολείται με την εφαρμογή της κβαντικής μηχανικής στα οπτικά συστήματα.

Η οπτική επιστήμη είναι συσχετισμένη με την μελέτη πολλών συναφών επιστημονικών κλάδων στους οποίους συμπεριλαμβάνονται η αστρονομία, διάφορα πεδία μηχανικής, η φωτογραφία και η ιατρική (ιδίως η οφθαλμολογία και η οπτομετρία). Πρακτικές εφαρμογές της οπτικής συναντώνται σε ποικίλες τεχνολογικές εφαρμογές καθώς και καθημερινά αντικείμενα στα οποία συμπεριλαμβάνονται καθρέπτες, φακοί, τηλεσκόπια, μικροσκόπια, lasers και οπτικές ίνες.

Ταξινόμηση της οπτικής:

1. Ιστορικά στοιχεία

2. Κλασική οπτική

2.1 Γεωμετρική οπτική

2.2 Φυσική οπτική

2.3 Οπτική της ατμόσφαιρας

3. Σύγχρονη οπτική

3.1 Κβαντική οπτική

3.2. Ραδιομετρία

3.3. Lasers

4. Οπτικές εφαρμογές

4.1 Οπτικά όργανα

4.2 Οπτική της όρασης

4.3 Οφθαλμικοί φακοί

4.4 Φωτογραφία

Ιστορία της οπτικής.

Η οπτική ξεκίνησε με την ανάπτυξη των φακών από τους αρχαίους Αιγυπτίους και Μεσοποταμίους. Οι αρχαιότεροι γνωστοί φακοί είχαν κατασκευαστεί από Ασύριους και ήταν στιλβωμένο κρύσταλλο (κυρίως χαλαζία) και χρονολογούνται ήδη πριν από το 700 προ Χριστού. Οι αρχαίοι Ρωμαίοι και Έλληνες γέμιζαν γυάλινες σφαίρες με νερό και κατασκεύαζαν φακούς. Οι πρακτικές αυτές ανακαλύψεις ακολουθήθηκαν από την ανάπτυξη θεωριών για το φως και την όραση από τους αρχαίους Έλληνες και Ινδούς φιλοσόφους και αναπτύχθηκε η γεωμετρική οπτική στον τότε γνωστό Ελληνο-Ρωμαϊκό κόσμο. Ο Πλάτωνας πρώτος ανέπτυξε την θεωρία της εκπομπής ως ιδέα ότι η οπτική αντίληψη επιτυγχάνεται που εκπέμπονται από τους οφθαλμούς. Αυτός επίσης σχολίασε την ιδιότητα αντιστροφής από τους καθρέφτες στο έργο του «**ο Τίμαιος**» (φιλοσοφικός διάλογος του Πλάτωνα, που εμφανίζεται ως συνέχεια κατά κάποιο τρόπο του έργου του Πολιτεία). Μερικές εκατοντάδες χρόνια αργότερα ο Ευκλείδης έγραψε μία πραγματεία με τίτλο «**τα οπτικά**» που αποτελεί το αρχαιότερο σωζόμενο βιβλίο στην Γεωμετρική οπτική γραμμένο περίπου στο 300 π.χ. Περιέχει 12 ορισμούς (ή αξιώματα) και 58 θεωρήματα (τα 20 ανήκουν καθαρά στην επιστήμη της οπτικής και τα άλλα 38 σχετίζονται με φαινόμενα προοπτικής). Ο Πτολεμαίος στην δική του πραγματεία με τίτλο «**Οπτική**» συνοψίζει μεγάλο μέρος του Ευκλείδη και επιχειρεί να περιγράψει ένα τρόπο μέτρησης της γωνίας διάθλασης, παρόλο που απέτυχε να εκτίμηση την εμπειρική σχέση μεταξύ της γωνίας διάθλασης και της γωνίας πρόσπτωσης.

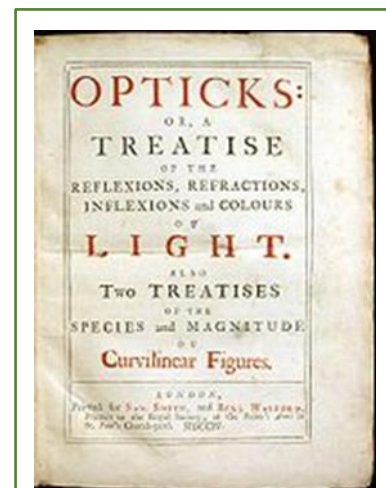
Κατά την διάρκεια του Μεσαίωνα, Ελληνικές ιδέες γύρω από την οπτική επανέκαμψαν και επεκτάθηκαν από συγγραφείς στον μουσουλμανικό κόσμο. Ένας από τους πρώτους ήταν ο Al-Kindi (801–873). Το 984, ο πέρσης μαθηματικός Ibn Sahl's έγραψε την πραγματεία "*On burning mirrors and lenses*", μία ακριβή περιγραφή του νόμου του Snell. Χρησιμοποίησε αυτό το νόμο για να υπολογίσει μία βέλτιστη επιφάνεια φακών και καμπύλων κατόπτρων. Στις αρχές του εντέκατου αιώνα, ο Alhazen (Ibn al-Haytham) έγραψε το δικό του βιβλίο Οπτικής στο οποίο τεκμηριώνεται η μέχρι τότε κατανόηση της όρασης.

Τον 13^ο αιώνα ο Roger Bacon χρησιμοποίησε μέρη από γυάλινες σφαίρες, ως μεγεθυντικούς φακούς, και ανακάλυψε ότι το φως ανακλάται από αντικείμενα αντί να διαδίδεται σε αυτά. Στην Ιταλία, γύρω στα 1284, ο Salvino D'Armate ανακαλύπτει τα πρώτα γυαλιά οράσεως.

Τα πρώτα γνωστά τηλεσκόπια ήταν τα διαθλαστικά τηλεσκόπια ένας τύπος που βασίζεται κατά αποκλειστικότητα στους φακούς για μεγέθυνση. Τα πρώτα στοιχειώδη τηλεσκόπια που αναπτύχθηκαν ανεξάρτητα το ένα από το άλλο ήταν το 1570 και 1580 από τους Leonard Digges, και Giambattista della Porta αντιστοίχως. Η εξέλιξη τους έγινε στις Κάτω Χώρες από τρία άτομα: Hans Lippershey και Zacharias Janssen οι οποίοι ήταν ιθύνοντες στην κατασκευή φακών στο Middelburg, και του Jacob Metius στην Alkmaar. Στην Ιταλία ο Γαλιλαίος βελτίωσε κατά πολύ τα ανωτέρω σχέδια τα επόμενα χρόνια. Το 1668, ο Ισαάκ Νεύτων κατασκεύασε το πρώτο πρακτικά ανακλαστικό τηλεσκόπιο το οποίο ονομάστηκε Νευτώνιο.

Το πρώτο μικροσκόπιο κατασκευάστηκε περίπου το 1595, επίσης στο Middelburg. Τρεις διαφορετικοί κατασκευαστές οφθαλμικών φακών αναφέρονται ως εφευρέτες του: ο Lippershey, ο Janssen, και ο πατέρας του Hans. Το όνομα "μικροσκόπιο" έχει πιστωθεί στον Giovanni Faber, ο οποίος έδωσε το όνομα αυτό στο σύνθετο μικροσκόπιο του Γαλιλαίου το 1625

Οι οπτικές θεωρίες προόδευαν στα μέσα του 17ου αιώνα από τις πραγματείες που έγραψε ο φιλόσοφος René Descartes, οι οποίες ερμήνευσαν ένα μεγάλο αριθμό από οπτικά φαινόμενα στα οποία συμπεριλαμβάνονται η ανάκλαση και η διάθλαση υποθέτοντας ότι το φως εκπέμπεται από σώματα τα οποία το παράγουν. Αυτό ουσιαστικά διαφέρει από την θεωρία της εκπομπής που είχαν διατυπώσει οι αρχαίοι Έλληνες. Στα τέλη της δεκαετίας του 1660 και στις αρχές της δεκαετίας του 1670 ο Νεύτωνας επέκτεινε τις ιδέες του Descartes μέσα από μία θεωρία για το φως, σύμφωνα με την οποία, το λευκό φως αντί να είναι ένα μοναδικό χρώμα στην πραγματικότητα είναι μία σύνθεση διαφόρων χρωμάτων στα οποία δύναται εύκολα να αναλυθούν ως φάσμα με την βοήθεια ενός πρίσματος. Το 1690, ο Christian Huygens πρότεινε μία κυματική θεωρία για το φως η οποία ήταν βασισμένη σε υποθέσεις που είχε δημιουργήσει ο Robert Hooke το 1664. Ο ίδιος ο Hooke άσκησε δημόσια κριτική στις θεωρίες του Νεύτωνα για το φως και η βεντέτα που αναπτύχθηκε μεταξύ τους διήρκησε μέχρι το θάνατο του Hooke. Το 1704 ο Νεύτωνας δημοσίευσε το έργο του με τίτλο «Opticks» και προς στιγμή λόγο της επιτυχίας που είχε γνωρίσει σε άλλους κλάδους της Φυσικής θεωρήθηκε νικητής στις συζητήσεις πάνω στην φύση του φωτός.



Εξώφυλλο από την πρώτη έκδοση της Οπτικής του Νεύτωνα.

Η Νευτώνεια οπτική είχε γενικώς υιοθετηθεί ως τις αρχές του 19ου αιώνα όταν ο Thomas Young και ο AugustinJean Fresnel διεξήγαγαν πειράματα σχετικά με την συμβολή του φωτός από τα οποία εδραιώθηκε η κυματική φύση του φωτός. Το διάσημο πείραμα της διπλής σχισμής του Young αποδεικνύει ότι το φως ακολουθεί το νόμο της υπέρθεσης η οποία είναι μία κυματική ιδιότητα η οποία δεν προβλέπεται από την θεωρία του Νεύτωνα. Το έργο αυτό οδήγησε στην θεωρία της περίθλασης του φωτός και άνοιξε μία ολόκληρη περιοχή μελέτης την φυσική οπτική. Η κυματική οπτική ενοποιήθηκε επιτυχώς με την ηλεκτρομαγνητική θεωρία του James Clerk Maxwell το 1860.

Η επόμενη ανάπτυξη της οπτικής θεωρίας έγινε το 1899 όταν ο Max Planck ολοκλήρωσε το μοντέλο της ακτινοβολίας του μέλανος σώματος υποθέτοντας ότι η ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ φωτός και ύλης παρουσιάζεται μόνο σε διακριτές ποσότητες τις οποίες κάλεσε φωτόνια (quanta). Το 1905, ο Albert Einstein δημοσιοποίησε την θεωρία του για το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο η οποία εδραίωσε την κβάντωση (quantization) του φωτός. Το 1913, ο Niels Bohr έδειξε ότι τα άτομα μπορούν να εκπέμπουν μόνο διακριτά ποσά ενέργειας γεγονός που εξηγεί τις διακριτές γραμμές των φασμάτων εκπομπής και απορρόφησης. Η κατανόηση της αλληλεπίδρασης μεταξύ φωτός και ύλης η οποία ακολουθεί αυτές τις εξελίξεις όχι μόνο απετέλεσε την βάση της κβαντικής οπτικής αλλά επίσης ήταν ζωτικής σημασίας για την ανάπτυξη της κβαντικής μηχανικής ως ολότητα. Το τελικό αποκορύφωμα ήταν η θεωρία της κβαντο-ηλεκτροδυναμικής, η οποία ερμηνεύει όλες τις οπτικές και ηλεκτρομαγνητικές διεργασίες γενικά ως αποτέλεσμα της ανταλλαγής των φωτονίων.

Η κβαντική οπτική απέκτησε μεγάλη πρακτική σπουδαιότητα από την ανακάλυψη του maser το 1953 και του laser το 1960. Μετά τις εργασίες των Paul Dirac στην κβαντική θεωρία πεδίων, Roy J. Glauber, και Leonard Mandel οι οποίοι εφάρμοσαν την κβαντική θεωρία στο ηλεκτρομαγνητικό πεδίο κατά τις δεκαετίες του 1950 και 1960 αποκτήθηκε μία λεπτομερή αντίληψη για τους φωτοανιχνευτές και την στατιστική του φωτός.

Περιεχόμενα

1	Ιδιότητες του φωτός.	9
1.1	Εισαγωγή	9
1.2	Ευθύγραμμη διάδοση του φωτός	9
1.3	Αρχή της αντιστρόφου πορείας του φωτός	10
1.4	Σκιά - Παρασκιά	10
1.5	Οπτική διαίρεση των σωμάτων.	12
2	Ανάκλαση του Φωτός	13
2.1	Γενικά	13
2.2	Ανάκλαση - Διάχυση	13
2.3	Κάτοπτρα	14
2.4	Επίπεδα Κάτοπτρα	14
2.5	Είδωλο φωτεινού αντικειμένου	15
2.6	Περιστροφή επίπεδου κατόπτρου	16
2.7	Παράλληλη μετατόπιση κατόπτρου	17
2.8	Συνδυασμοί επιπέδων κατόπτρων	17
2.9	Σφαιρικά Κάτοπτρα	18
2.10	Κοίλα Κάτοπτρα	19
2.11	Είδωλο σημειακού φωτεινού αντικειμένου από κοίλο κάτοπτρο	20
2.12	Γραφικός σχηματισμός ειδώλου σημειακού αντικειμένου.	22
2.13	Γραφικός σχηματισμός ειδώλου γραμμικού αντικειμένου	23
2.14	Γραμμική μεγέθυνση.	25
2.15	Εξίσωση Νεύτωνα.	26
2.16	Κυρτά Κάτοπτρα.	27
2.17	Είδωλο φωτεινού σημείου από κυρτό κάτοπτρο.	27
2.18	Διερεύνηση του τύπου των κυρτών κατόπτρων.	28
2.19	Σχηματισμός ειδώλου από σημειακό αντικείμενο	28
2.20	Σχηματισμός ειδώλου γραμμικού αντικειμένου.	30
2.21	Γραμμική μεγέθυνση από κυρτό κάτοπτρο.	32
2.22	Οπτικό πεδίο κατόπτρων.	32
2.23	Γενικές σχέσεις σφαιρικών κατόπτρων.	34
2.24	Σφάλματα σφαιρικών κατόπτρων.	34
2.25	Ασφαιρικά Κάτοπτρα.	35
2.26	Απλανητικά κάτοπτρα	37
3	Διάθλαση του φωτός.	38
3.1	Γενικά.	38
3.2	Νόμοι της Διάθλασης.	40
3.3	Διασπορά.	40
3.4	Ορική γωνία - Ολική ανάκλαση.	41

3.5	Οπτικός δρόμος	43
3.6	Διάθλαση σε οπτικού μέσου που έχει δείκτη διάθλασης με διαρκώς μεταβαλλόμενη τιμή.	44
3.7	Διάδοση του φωτός σε διαφανή σώματα	45
3.8	Επίπεδο δίοπτρο	45
3.9	Φαινόμενα που οφείλονται στη διάθλαση υγρών.	48
3.10	Διάθλαση δια μέσου διαφανούς πλάκας με επίπεδες, παράλληλες έδρες.	49
3.11	Διάθλαση δια μέσου πολλών παραλλήλων πλακών.	50
3.12	Διάθλαση σε πρίσμα.	51
3.13	Υπολογιστικές σχέσεις στα πρίσματα.	52
3.14	Υπολογισμός του δείκτη διάθλασης πρίσματος από την γωνία ελαχίστης εκτροπής.	54
3.15	Συνθήκες εξόδου μιας ακτίνας από τριγωνικό πρίσμα.	55
3.16	Πρίσματα ολικής ανάκλασης.	56
3.17	Λεπτά πρίσματα.	57
3.18	Συνδυασμός λεπτών πρισμάτων.	57
4	Σφαιρικό Δίοπτρο	61
4.1	Γενικά	61
4.2	Εξίσωση σφαιρικού δίοπτρου	62
4.3	Γραφική εύρεση ειδώλου για σημειακό αντικείμενο	64
4.4	Γραφικός προσδιορισμός ειδώλου γραμμικού αντικειμένου	65
4.5	Γραμμική μεγέθυνση	67
4.6	Γωνιακή μεγέθυνση	67
5	Σφαιρικοί φακοί.	69
5.1	Ορισμοί.	69
5.2	Είδη φακών	69
5.3	Λεπτοί φακοί	71
5.4	Εύρεση θέσεως ειδώλου ενός σημειακού αντικειμένου	72
5.5	Κύριες εστίες, δευτερεύουσες εστίες, εστιακά επίπεδα	73
5.6	Ισχύς λεπτού φακού	75
5.7	Συγκλίνοντες φακοί	76
5.8	Σχηματισμός ειδώλου σημειακού αντικειμένου	77
5.9	Σχηματισμός ειδώλου γραμμικού αντικειμένου	78
5.10	Αποκλίνοντες φακοί	80
5.11	Σχηματισμός ειδώλου σημειακού αντικειμένου	81
5.12	Σχηματισμός ειδώλου γραμμικού αντικειμένου	82
5.13	Γραμμική μεγέθυνση	84
5.14	Γωνιακή μεγέθυνση	86
6	Οπτικά συστήματα.	88
6.1	Ομοαξονικό οπτικό σύστημα.	88
6.2	Το τέλειο οπτικό σύστημα και η προσέγγισή του.	89

6.3	Εστίες και εστιακά επίπεδα.	90
6.4	Κύρια επίπεδα.	91
6.5	Πορείες ακτίνων σε οπτικό σύστημα.	92
6.6	Σχηματισμός ειδώλου σημειακού αντικειμένου.	92
6.7	Σχηματισμός ειδώλου γραμμικού αντικειμένου.	93
6.8	Γραφικός σχηματισμός ειδώλου από συγκλίνοντα οπτικά συστήματα	94
6.9	Γραφικός σχηματισμός ειδώλου από αποκλίνοντα οπτικά συστήματα	95
6.10	Σχέση εστιακών αποστάσεων οπτικού συστήματος και δεικτών διάθλασης των μέσων πού το περιβάλλουν.	96
6.11	Υπολογισμός θέσης ειδώλου από οπτικό σύστημα.	96
6.12	Γραμμική μεγέθυνση.	98
6.13	Σχέση του Νεύτωνα	98
6.14	Γωνιακή μεγέθυνση.	99
6.15	Δεσμικά σημεία.	100
7	Απλά οπτικά συστήματα.	101
7.1	Φακοί με πάχος.	101
7.2	Ο ισοδύναμος λεπτός φακός ενός φακού με πάχος.	102
7.3	Προσδιορισμός θέσης κυρίου επιπέδου σε φακό με πάχος.	104
7.4	Προσδιορισμός μετωπιαίας ισχύος του φακού.	105
7.5	Δεσμικά (ή κομβικά) σημεία και οπτικό κέντρο σε φακό με πάχος.	106
7.6	Θέσεις κυρίων επιπέδων, δεσμικών σημείων και οπτικού κέντρου σε λεπτό φακό.	108
7.7	Συνδυασμός δύο φακών με πάχος.	109
7.8	Συνδυασμός δύο λεπτών φακών, που απέχουν ο ένας από τον άλλο.	111
7.9	Συνδυασμός δύο λεπτών φακών σε επαφή.	111
7.10	Μέγεθος ειδώλου από αντικείμενο που βρίσκεται σε άπειρη απόσταση.	112
7.11	Σύστημα ανεστιακό (ή τηλεσκοπικό).	113

Γεωμετρική οπτική

1 Ιδιότητες του φωτός.

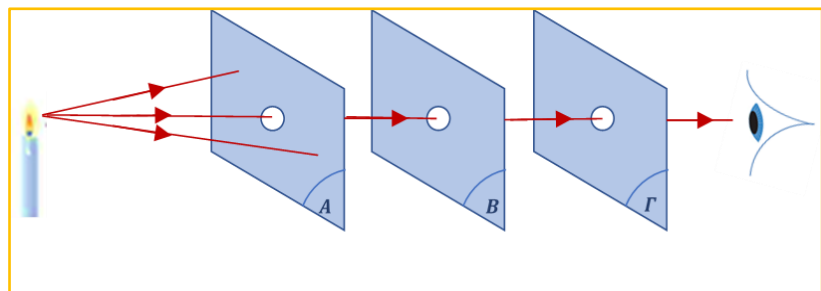
1.1 Εισαγωγή

Η γεωμετρική οπτική εξετάζει φαινόμενα που παρατηρούνται κατά την διάδοση του φωτός καθώς και κατά την πρόσπτωση αυτού σε διάφορες επιφάνειες. Για την μελέτη των φαινομένων αυτών δεν ενδιαφέρει τόσο η πραγματική φύση του φωτός αλλά αρκεί η παραδοχή της έννοιας των φωτεινών ακτινών με την βοήθεια των οποίων εξετάζονται:

- α) Η αρχή της ευθύγραμμης διάδοσης του φωτός.
- β) Το φαινόμενο της ανάκλασης σε διάφορες επίπεδες αλλά και σφαιρικές επιφάνειες
- γ) Το φαινόμενο της διάθλασης σε διάφορες επίπεδες αλλά και σφαιρικές επιφάνειες.

1.2 Ευθύγραμμη διάδοση του φωτός

Όταν μέσα σε ομογενές και ισότροπο μέσο διαδίδεται το φως, αυτό ακολουθεί πάντα ευθύγραμμη τροχιά. Αυτό πειραματικά επιβεβαιώνεται εάν μεταξύ μιας σημειακής φωτεινής πηγής (δηλ. φωτεινής πηγής μικρών διαστάσεων) και του οφθαλμού ενός παρατηρητή τοποθετηθούν διαφράγματα που έχουν οπές (Σχ. 1-1).

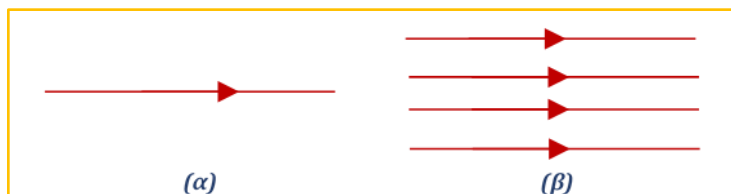


Σχήμα 1-1
Πειραματική επιβεβαίωση της ευθύγραμμης διάδοσης του φωτός.

Ο παρατηρητής θα μπορεί να αντιλαμβάνεται την φωτεινή πηγή μόνο όταν οι οπές των

διαφραγμάτων θα βρίσκονται στην ίδια ευθεία που ενώνει την φωτεινή πηγή και τον οφθαλμό του.

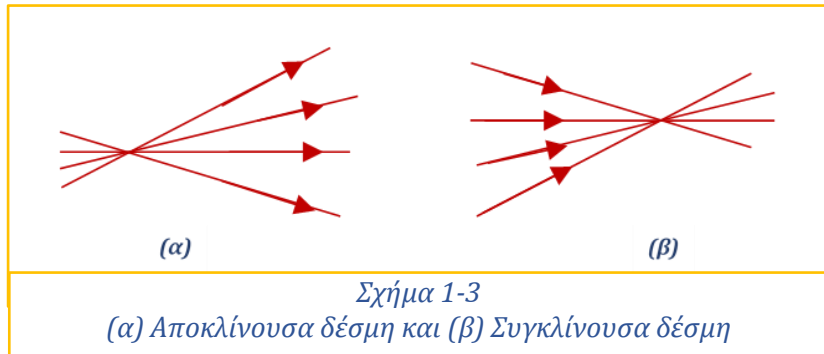
Φωτεινή ακτίνα θεωρείται η μαθηματική ευθεία κατά την οποία διαδίδεται η φωτεινή ενέργεια που εκπέμπεται από ένα φωτεινό σώμα. Παριστάνεται από ένα ευθύγραμμο τμήμα πάνω στο οποίο σημειώνεται με βέλος η φορά διάδοσης του φωτός (Σχ. 1-2α). Από μια φωτεινή πηγή θεωρείται ότι προέρχεται ένα σύνολο φωτεινών ακτινών που όλες μαζί καλούνται **φωτεινή δέσμη**.



Σχήμα 1-2
(α) Φωτεινή ακτίνα και (β) Παράλληλη δέσμη.

Όταν οι φωτεινές ακτίνες που αποτελούν μια δέσμη είναι παράλληλες, η δέσμη καλείται παράλληλη (Σχ. 1-2β). Μια παράλληλη δέσμη έχει στο χώρο κυλινδρική μορφή.

Μια φωτεινή δέσμη θα ονομάζεται στιγματική αν όλες οι ακτίνες που την αποτελούν διέρχονται από το ίδιο

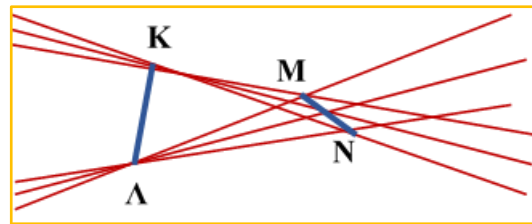


Σχήμα 1-3

(α) Αποκλίνουσα δέσμη και (β) Συγκλίνουσα δέσμη

σημείο. Οι στιγματικές δέσμες έχουν κωνική μορφή. Όταν όλες οι ακτίνες αναχωρούν από το ίδιο σημείο η δέσμη καλείται αποκλίνουσα (Σχ. 1-3α) ενώ όταν συναντώνται στο ίδιο σημείο καλείται συγκλίνουσα (Σχ. 1-3β)

Το σημείο αναχώρησης (ή και συνάντησης) μιας στιγματικής δέσμης καλείται στίγμα (ή εστία) αυτής. Αστιγματική καλείται η δέσμη της οποίας οι ακτίνες δεν διέρχονται από ένα σημείο αλλά από δυο ευθύγραμμα τμήματα $K\Lambda$ και MN στο χώρο που είναι ασύμβατα κάθετα μεταξύ τους (Σχ. 1-4).



Σχήμα 1-4

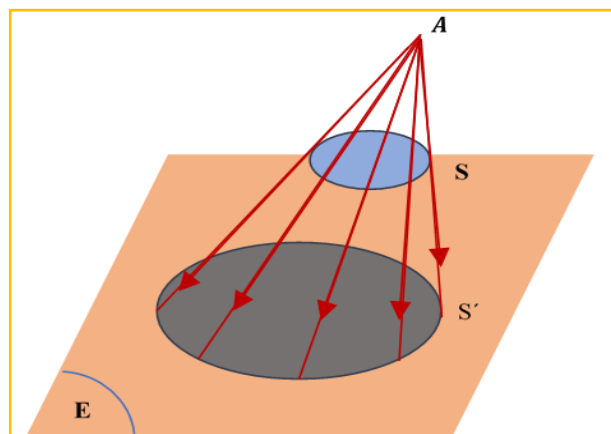
Αστιγματική δέσμη

1.3 Αρχή της αντιστρόφου πορείας του φωτός

Σύμφωνα με την θεμελιώδη αυτή αρχή όταν το φως κατά την διάδοση του ακολουθεί μια διαδρομή κατά ορισμένη φορά, τότε μπορεί να διαδοθεί στην ίδια ακριβώς διαδρομή και κατά την αντίθετη φορά.

1.4 Σκιά - Παρασκιά

Με την ευθύγραμμη διάδοση του φωτός είναι δυνατό να εξηγηθεί το φαινόμενο της σκιάς και της παρασκιάς. Από μια σημειακή φωτεινή πηγή A προέρχονται φωτεινές ακτίνες οι οποίες συναντούν ένα αδιαφανές σώμα S σχήματος κυκλικού δίσκου από το οποίο και αποκόπτονται (Σχ. 1-5.)



Σχήμα 1-5

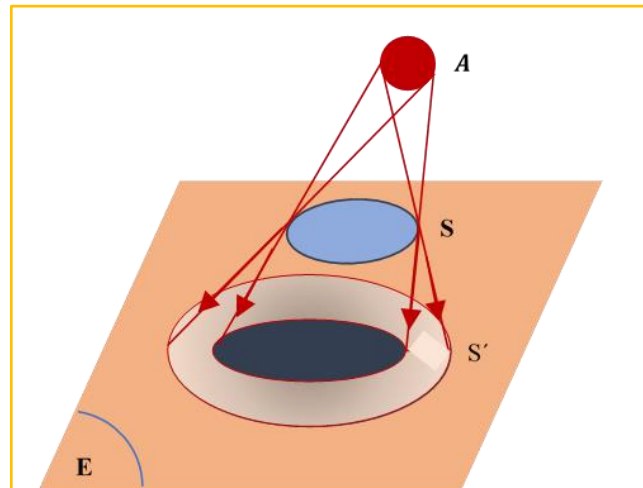
Σχηματισμός σκιάς.

Πίσω από το σώμα S ο χώρος δεν φωτίζεται και έτσι θα σχηματίζεται σκιά. Στη περίπτωση αυτή η σκιά θα περιορίζεται από κωνική επιφάνεια, η οποία θα έχει την κορυφή της στο φωτεινό σημείο A και περιβάλλει οριακά το σώμα S .

Στην περίπτωση της σημειακής φωτεινής πηγής παρατηρείται ότι η μετάβαση από το φως στη σκιά γίνεται απότομα.

Εάν τώρα η φωτεινή πηγή έχει διαστάσεις τότε πίσω από το αδιαφανές σώμα S διακρίνεται σκιά και παρασκιά (Σχ. 1-6). Η μετάβαση από την παρασκιά στη σκιά γίνεται βαθμιαία λόγω του ότι τα σημεία της παρασκιάς φωτίζονται από τόσο μικρότερο τμήμα της φωτεινής πηγής όσο πιο κοντά βρίσκονται στη σκιά.

Οι περιοχές της σκιάς και της παρασκιάς προσδιορίζονται φέροντας τις εσωτερικές και εξωτερικές εφαπτόμενες για την φωτεινή πηγή και το αδιαφανές σώμα .



Σχήμα 1-6
Σχηματισμός σκιάς - παρασκιάς

Μάλιστα, με τη θεωρία της σκιάς εξηγείται και το φαινόμενο των εκλείψεων των ουρανίων σωμάτων.

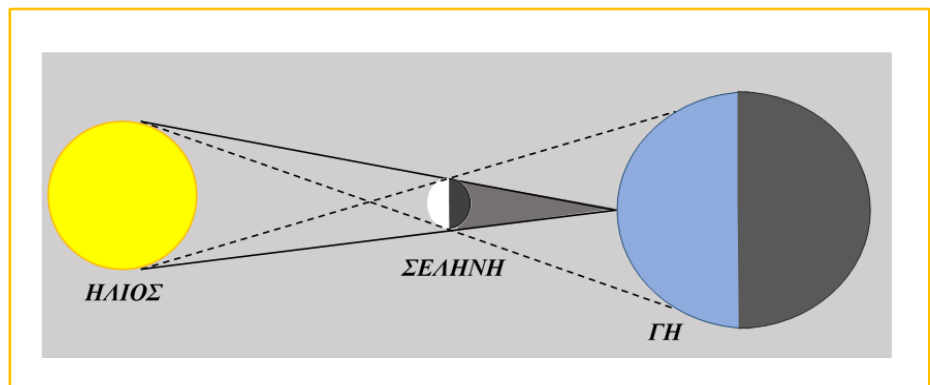
Όταν η Σελήνη παρεμβληθεί μεταξύ Γης και Ηλίου δημιουργείται ηλιακή έκλειψη (Σχ. 1-7).

Λόγω του μικρού σχετικά μεγέθους της Σελήνης σε σχέση με την Γη σχηματίζεται πε-

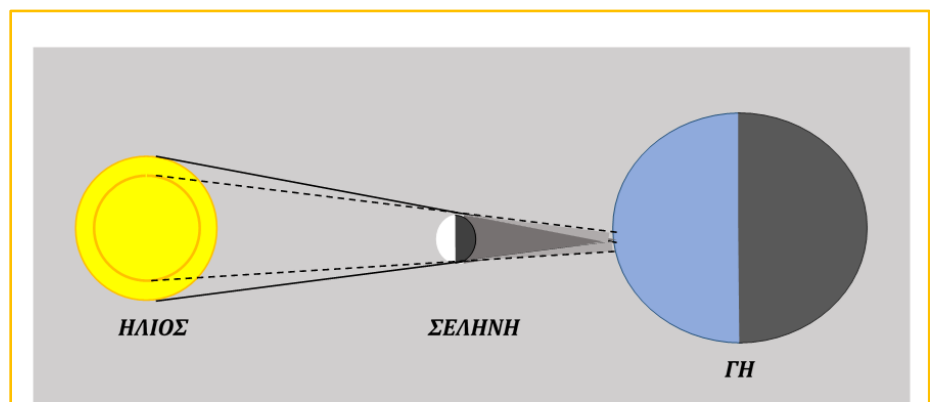
ριορισμένη κυκλική σκιά (στην επιφάνεια της γης) εντός της οποίας η έκλειψη του Ηλίου είναι ολική. Στην περιοχή

της παρασκιάς, μέρος του Ήλιου θα είναι ορατό και έτσι η έκλειψη θα είναι μερική (Σχ.1-8).

Όταν η Σελήνη βρεθεί στο εσωτερικό του κώνου που σχηματίζει η σκιά της Γης δημιουργείται έκλειψη Σελήνης (Σχ. 1-9).



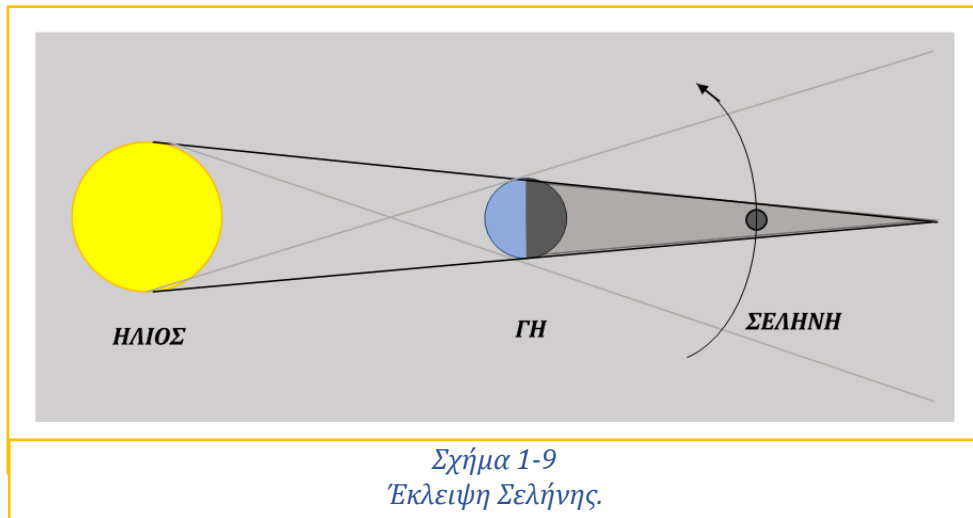
Σχήμα 1-7
Ολική έκλειψη ηλίου.



Σχήμα 1-8
Μερική έκλειψη ηλίου.

Η έκλειψη της Σελήνης είναι ολική όταν καλύπτεται από την σκιά της Γης ολόκληρος ο δίσκος της, ενώ είναι μερική όταν τμήμα μόνο του δίσκου της Σελήνης βρίσκεται μέσα στο κώνο της σκιάς της Γης.

Η είσοδος της Σελήνης στη περιοχή της παρασκιάς της Γης δεν είναι εύκολα αντιληπτή, διότι παρατηρείται μικρή μόνο εξασθένιση του ανακλώμενου φωτός.



1.5 Οπτική διαίρεση των σωμάτων.

Τα σώματα διακρίνονται σε αυτόφωτα και ετερόφωτα. Αυτόφωτο καλείται ένα σώμα, όταν βρίσκεται σε τέτοια ενεργειακή κατάσταση ώστε να ακτινοβολεί φως (π.χ. ο Ήλιος, τα διάπυρα σώματα, τα διεγερμένα άτομα των αερίων κ.α.). Ετερόφωτο καλείται ένα σώμα όταν η ενεργειακή του κατάσταση δεν του επιτρέπει να εκπέμπει φως, γίνεται όμως φωτεινό όταν φωτίζεται από άλλο σώμα (π.χ. Η Σελήνη, οι πλανήτες, τα περισσότερα σώματα της Γης κ.α.) Ανάλογα τώρα με την διαπερατότητα που εμφανίζουν τα διάφορα σώματα στο φως διακρίνονται και σε:

- α) α) Διαφανή. Αυτά αφήνουν να διέλθει το φως από την ύλη τους και επομένως δια μέσου αυτών τα φωτεινά αντικείμενα διακρίνονται με ευκρίνεια.
- β) Ημιδιαφανή. Πρόκειται για σώματα που αφήνουν το φως να διέλθει εν μέρει δια μέσου της μάζας τους και επομένως δια μέσου αυτών τα διάφορα φωτεινά αντικείμενα διακρίνονται με σχετική ασάφεια.
- γ) Αδιαφανή. Αυτά δεν αφήνουν το φως να διέλθει δια μέσου της μάζας τους και επομένως δια μέσου αυτών δεν διακρίνονται τα φωτεινά αντικείμενα. Απόλυτος διαχωρισμός μεταξύ των τριών πιο πάνω κατηγοριών δεν υπάρχει, διότι ακόμη και σώματα διαφανή μικρού πάχους γίνονται ημιδιαφανή ή αδιαφανή όταν αποκτούν μεγάλο πάχος.

Ακόμη η διαφάνεια (ή η αδιαφάνεια) ενός σώματος εξαρτάται και από το χρώμα του φωτός. Έτσι ερυθρό γυαλί είναι διαφανές στις ερυθρές ακτίνες ενώ είναι αδιαφανές στις ιώδεις. Τα διαφανή σώματα που είναι ομογενή και ισότροπα καλούνται οπτικά μέσα όταν σε αυτά παρατηρείται ελάχιστη απορρόφηση του φωτός ακόμη και όταν έχουν μεγάλο πάχος. Οπτικά μέσα θεωρούνται: το κενό, ο ατμοσφαιρικός αέρας, τα αέρια: H_2 , O_2 , Ar, Kr, Xe, He, Ne, το νερό, τα διάφορα υγρά και το γυαλί.

2 Ανάκλαση του Φωτός

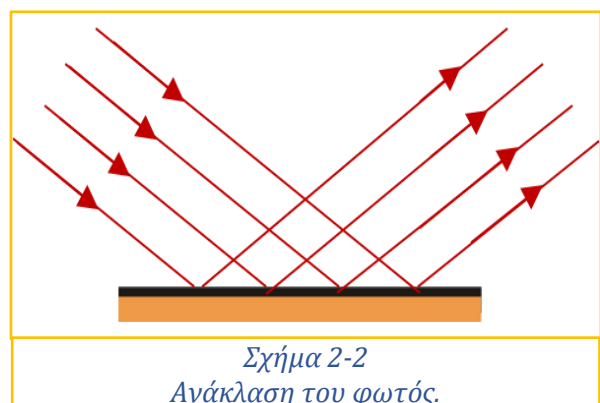
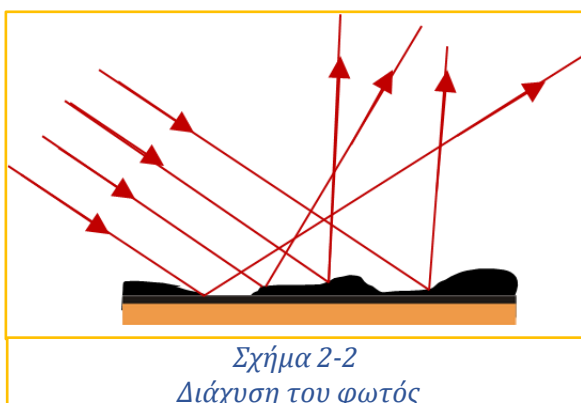
2.1 Γενικά

Με τον όρο επιφάνεια, θεωρείται στη Φυσική, το σύνολο των σημείων στα οποία περατώνεται ένα στερεό σώμα και έτσι αυτό διαχωρίζεται από τον υπόλοιπο χώρο. Το σύνολο αυτών των σημείων προσδίδει σε κάθε στερεό μια ορισμένη μορφή που καλείται σχήμα.

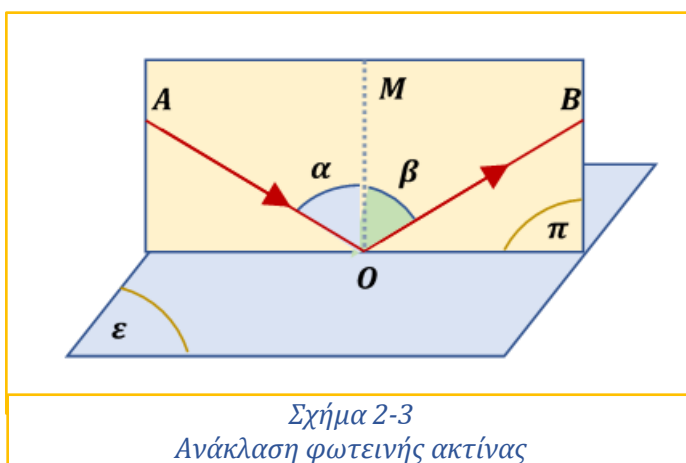
Η επιφάνεια ενός σώματος είναι πάντα σε επαφή με μια άλλη, το δε κοινό σύνολο των δυο επιφανειών αποτελεί την διαχωριστική επιφάνεια. Ανάλογα με την γεωμετρική μορφή τους, οι διαχωριστικές επιφάνειες είναι επίπεδες, σφαιρικές, παραβολικές, κυλινδρικές κ.λ.π, ενώ ανάλογα με τις ανωμαλίες που παρουσιάζουν είναι λείες, τραχείες (μη λείες), στιλπνές (γυαλιστερές) κ.λ.π.

2.2 Ανάκλαση - Διάχυση

Όταν μια φωτεινή δέσμη προσπέσει στη διαχωριστική επιφάνεια δυο οπτικών μέσων, μέρος του φωτός επιστρέφει στο πρώτο οπτικό μέσο αλλάζοντας πορεία. Αν η επιφάνεια είναι τραχεία και ακανόνιστη οι προς τα πίσω εκπεμπόμενες ακτίνες διασκορπίζονται προς κάθε κατεύθυνση και το φαινόμενο καλείται **διάχυση** (Σχ. 2-1).



Αν η επιφάνεια του επάνω σχήματος είναι λεία οι επανεκπεμπόμενες ακτίνες δεν διασκορπίζονται αλλά ακολουθούν αυστηρά καθορισμένη κατεύθυνση και το φαινόμενο αυτό καλείται **ανάκλαση** (Σχ. 2-2).



Θεωρήστε μία επίπεδη ανακλαστική επιφάνεια (ϵ) και μία φωτεινή ακτίνα AO που προσπίπτει (προσπίπτουσα ακτίνα) στην ανακλαστική επιφάνεια. Μετά την πρόσπτωση η ακτίνα θα ανακλαστεί (ανακλώμενη ακτίνα) και θα ακολουθήσει τη διεύθυνση OB (Σχ. 2-3).

Η γωνία α που σχηματίζεται από την προσπίπτουσα ακτίνα και την κάθετη OG στο επίπεδο της ανακλαστικής επιφάνειας, ονομάζεται γωνία πρόσπτωσης. Η γωνία β που σχηματίζεται από την ανακλώμενη ακτίνα και την κάθετη OM

στην ανακλαστική επιφάνεια, ονομάζεται γωνία ανάκλασης. Το επίπεδο που ορίζει η προσπίπτουσα και η ανακλώμενη ακτίνα ονομάζεται επίπεδο πρόσπτωσης.

Το φαινόμενο της ανάκλασης διέπεται από δύο νόμους που ονομάζονται νόμοι της ανάκλασης του φωτός. Οι νόμοι αυτοί είναι:

α) Η γωνία πρόσπτωσης ισούται με την γωνία ανάκλασης:

$$\alpha = \beta \quad (2-1)$$

β) Η προσπίπτουσα ακτίνα, η ανακλώμενη ακτίνα και η κάθετη στη διαχωριστική επιφάνεια στο σημείο πρόσπτωσης βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο που είναι κάθετο στην ανακλώσα επιφάνεια. (Σχ. 2-3).

Όταν μια φωτεινή ακτίνα προσπέσει κάθετα σε μια ανακλώσα επιφάνεια επιστρέφει πάλι κάθετα αλλά κατ' αντίθετη ακριβώς φορά.

Οι νόμοι της ανάκλασης αποδεικνύονται αν χρησιμοποιηθεί η κυματική φύση του φωτός. Στην γεωμετρική οπτική γίνεται πειραματική επαλήθευση των δυο νόμων.

2.3 Κάτοπτρα

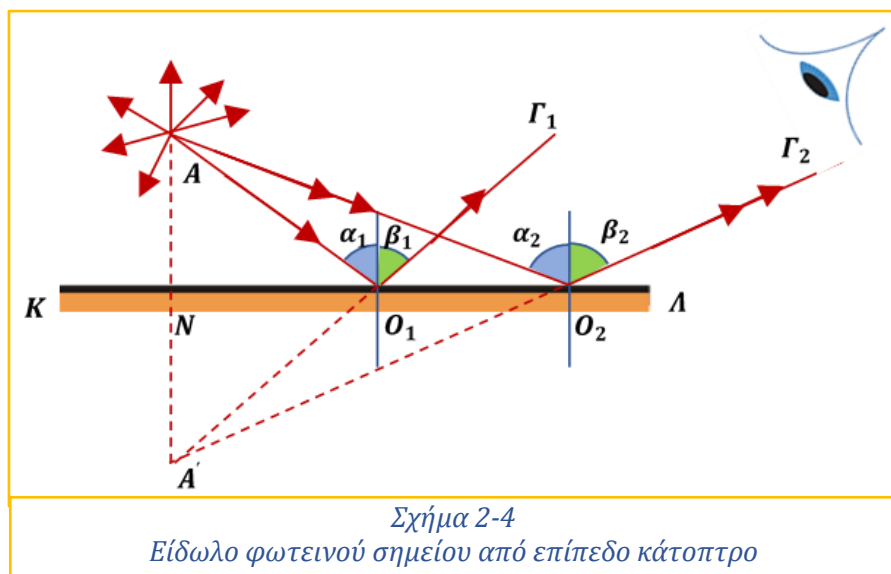
Στην οπτική κάτοπτρα καλούνται λείες και στιλπνές επιφάνειες οι οποίες προκαλούν ισχυρή ανάκλαση του προσπίπτοντος σε αυτά φωτός. Ανάλογα με το γεωμετρικό τους σχήμα τα κάτοπτρα διακρίνονται σε επίπεδα, σφαιρικά, κυλινδρικά, ελλειπτικά κ.α.

2.4 Επίπεδα Κάτοπτρα

Έστω επίπεδο κάτοπτρο $K\Lambda$ στο οποίο προσπίπτουν ακτίνες προερχόμενες από τη φωτεινή σημειακή πηγή A (Σχ. 2-4). Το σημείο A από το οποίο προέρχονται ακτίνες, που προσπίπτουν στο κάτοπτρο καλείται φωτεινό αντικείμενο.

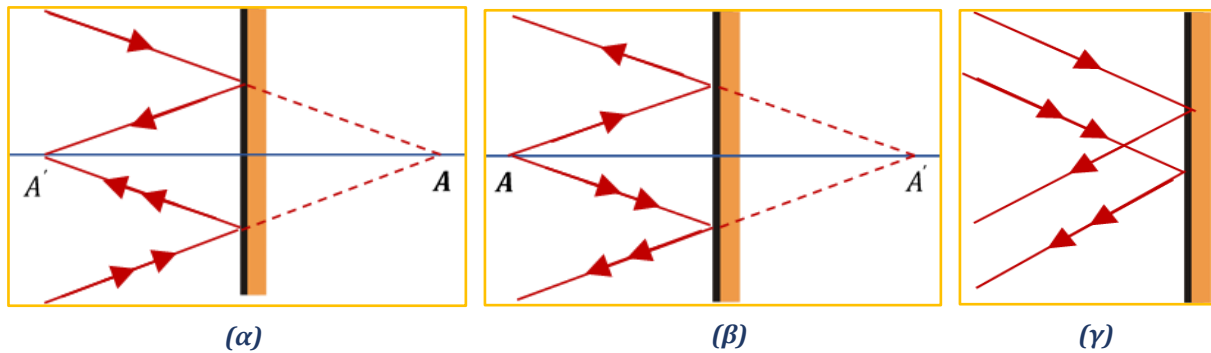
Οι ακτίνες αυτές ανακλώνται σύμφωνα με τους νόμους της ανάκλασης.

Οι ανακλώμενες ακτίνες προεκτεινόμενες συναντώνται στο σημείο A' που είναι συμμετρικό του A ως προς το επίπεδο $K\Lambda'$.



Η προσπίπτουσα ακτίνα AO_1 ανακλάται κατά την $O_1\Gamma_1$ η προέκταση της οποίας τέμνει την κάθετο από το A στο επίπεδο $K\Lambda$ στο σημείο A' . Επειδή από το νόμο της ανάκλασης ισχύει $\alpha_1 = \beta_1$, τα ορθογώνια τρίγωνα $ANO_1 = A'NO_1$ είναι ίσα άρα: $AN = A'N$. Το ίδιο ισχύει και για κάθε άλλη ακτίνα αφού η AO_1 είναι τυχαία. Όλες λοιπόν οι ανακλώμενες ακτίνες προεκτεινόμενες προς τα πίσω διέρχονται από το σημείο A' το οποίο είναι συμμετρικό του A ως προς το επίπεδο $K\Lambda$ του κατόπτρου. Ο οφθαλμός του παρατηρητή δεχόμενος τις ανακλώμενες ακτίνες αντιλαμβάνεται αυτές σαν να προέρχονται από το A' . Το A' λέγεται **είδωλο** του A ως προς το επίπεδο κάτοπτρο και θεωρείται φανταστικό διότι προέρχεται από προεκτάσεις ακτινών.

Αν η προσπίπτουσα δέσμη στο κάτοπτρο είναι συγκλίνουσα τότε και μετά την ανάκλαση της θα παραμείνει συγκλίνουσα. Στη περίπτωση αυτή το σημείο σύγκλισης της προσπίπτουσας δέσμης θα θεωρείται αντικείμενο και θα είναι φανταστικό (διότι σχηματίζεται από προεκτάσεις ακτινών) ενώ το σημείο σύγκλισης της ανακλώμενης δέσμης είναι το είδωλο και θα είναι πραγματικό (Σχ. 2.5α).



Σχήμα 2-5
 (α) Συγκλίνουσα δέσμη σε επίπεδο κάτοπτρο (β) Αποκλίνουσα δέσμη σε επίπεδο κάτοπτρο
 (γ) Παράλληλη δέσμη σε επίπεδο κάτοπτρο

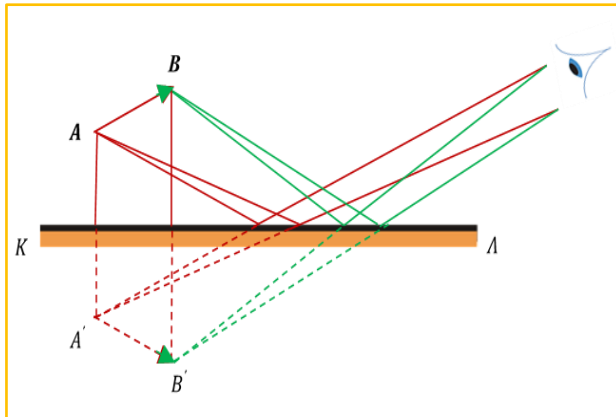
Αν η προσπίπτουσα δέσμη στο κάτοπτρο είναι αποκλίνουσα, τότε και μετά την ανάκλαση της θα παραμείνει αποκλίνουσα. Στη περίπτωση αυτή το σημείο σύγκλισης της προσπίπτουσας δέσμης θα είναι το αντικείμενο και θα είναι πραγματικό ενώ το στίγμα της ανακλώμενης δέσμης θα είναι το είδωλο και θα είναι φανταστικό (Σχ. 2-5β).

Τέλος, εάν η προσπίπτουσα δέσμη είναι παράλληλη, τότε και η ανακλώμενη δέσμη θα είναι παράλληλη (Σχ. 2-5γ). Στη περίπτωση αυτή το στίγμα της προσπίπτουσας καθώς και της ανακλώμενης δέσμης θα είναι στο άπειρο.

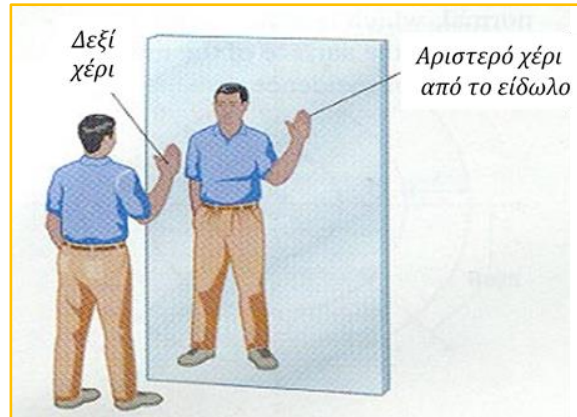
2.5 Είδωλο φωτεινού αντικειμένου

Έστω φωτεινό αντικείμενο υπό μορφή βέλους AB που βρίσκεται μπροστά από το επίπεδο κάτοπτρο $K\Lambda$ (Σχ. 2-6). Κάθε σημείο αυτού του αντικειμένου θα έχει σαν είδωλο ένα άλλο σημείο συμμετρικό ως προς το κάτοπτρο K .

Έτσι εάν στη περιοχή O είναι ο οφθαλμός ενός παρατηρητή αυτός θα αντιλαμβάνεται μέσω του κατόπτρου $K\Lambda$ το φανταστικό είδωλο $A'B'$.



Σχήμα 2-7
Είδωλο γραμμικού αντικειμένου από επίπεδο κάτοπτρο.



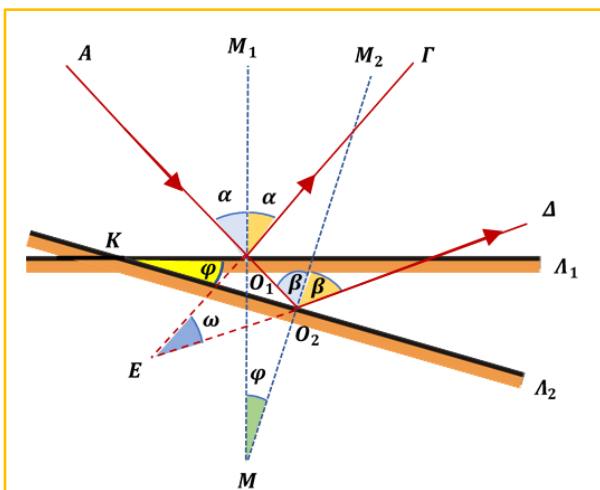
Σχήμα 2-7
Από επίπεδο κάτοπτρο το αριστερό χέρι απεικονίζεται ως δεξί.

Εάν το αντικείμενο είναι ένα στερεό σώμα, τότε το είδωλο του θα έχει όλες τις διαστάσεις ίσες μία προς μία με αυτές του αντικειμένου αλλά δεν θα είναι εφαρμόσιμο σε αυτό. Έτσι σε επίπεδο κάτοπτρο το δεξί χέρι απεικονίζεται σαν αριστερό. (Σχ. 2-7).

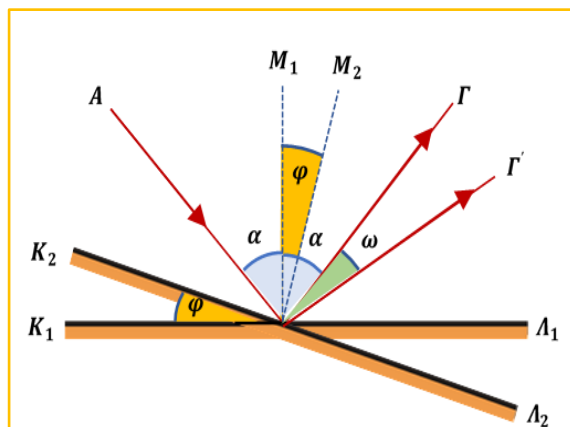
2.6 Περιστροφή επίπεδου κατόπτρου

Ανάλογα με την περιστροφή ενός επίπεδου κατόπτρου διακρίνονται δυο περιπτώσεις:

α) Όταν η περιστροφή γίνεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το άκρο K του κατόπτρου και είναι κάθετος στο επίπεδο πρόσπτωσης (Σχ. 2-8).



Σχήμα 2-9
Εύρεση πορείας ακτίνας μετά από περιστροφή κατόπτρου γύρω από άξονα στο άκρο του.



Σχήμα 2-9
Εύρεση πορείας ακτίνας μετά από περιστροφή κατόπτρου γύρω από κάθετο άξονα στο σημείο πρόσπτωσης

Έστω ότι η γωνία $\Gamma E \Delta = \omega$, είναι η γωνία που σχηματίζεται από τις ανακλώμενες ακτίνες $O_1 \Gamma$ και $O_2 \Gamma'$. Η γωνία $O_1 O_2 \Delta = 2\beta$ είναι εξωτερική στο τρίγωνο $O_1 B O_2$ και επομένως θα ισχύει: $2\beta = 2\alpha + \omega$ (1). Ομοίως η γωνία $O_1 O_2 M_2 = \beta$ είναι εξωτερική στο τρίγωνο $O_1 O_2 \Delta$ και επομένως θα ισχύει: $\beta = \alpha + \varphi$ (2).

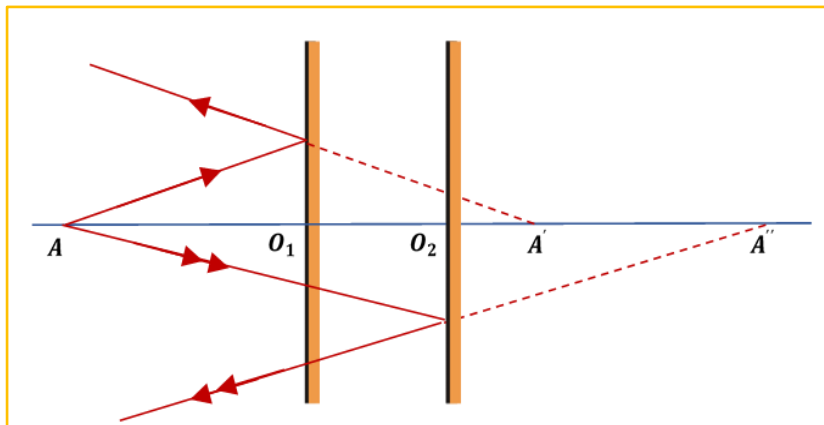
Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει $\beta = 2\varphi$. Επομένως όταν το κάτοπτρο στραφεί κατά μια γωνία φ τότε η ανακλώμενη ακτίνα θα στραφεί κατά την διπλάσια γωνία 2φ σε σχέση με την αρχικά ανακλώμενη ήτοι: $\beta = 2\varphi$

$$\beta = 2\varphi \quad (2-2)$$

β) Όταν το κάτοπτρο στραφεί κατά γωνία φ γύρω από άξονα που διέρχεται από το σημείο που συναντά το κάτοπτρο η προσπίπτουσα ακτίνα (Σχ. 2-9). Ομοίως αποδεικνύεται ότι η ανακλώμενη ακτίνα θα στραφεί κατά την διπλάσια γωνία 2φ σε σχέση με την αρχικά ανακλώμενη ήτοι: $\beta = 2\varphi$.

2.7 Παράλληλη μετατόπιση κατόπτρου

Εάν υποθεθεί ότι ένα επίπεδο κάτοπτρο μετατοπισθεί παράλληλα προς τον εαυτό του κατά απόσταση x , τότε το είδωλο A'' ενός φωτεινού σημείου A θα σχηματισθεί στη θέση A'' (Σχ. 2-10).



Σχήμα 2-10
Εύρεση ειδώλου από παράλληλη μετατόπιση κατόπτρου

Όπως προκύπτει από το σχήμα η μετατόπιση του ειδώλου είναι $A'A'' = AA' - AA'$. Επειδή: $AO_1 = O_1A'$ και $AO_2 = A''$ η προηγούμενη σχέση γράφεται: $A'A'' = 2AO_1 - 2AO_2 \Rightarrow A'A'' = 2(AO_1 - AO_2) \Rightarrow A'A'' = 2x$.

Επομένως όταν το κάτοπτρο μετατοπισθεί παράλληλα κατά μια απόσταση x το είδωλο ενός αντικείμενου μετατοπίζεται αντίστοιχα σε διπλάσια απόσταση ήτοι:

$$A'A'' = 2x \quad (2-3)$$

2.8 Συνδυασμοί επιπέδων κατόπτρων

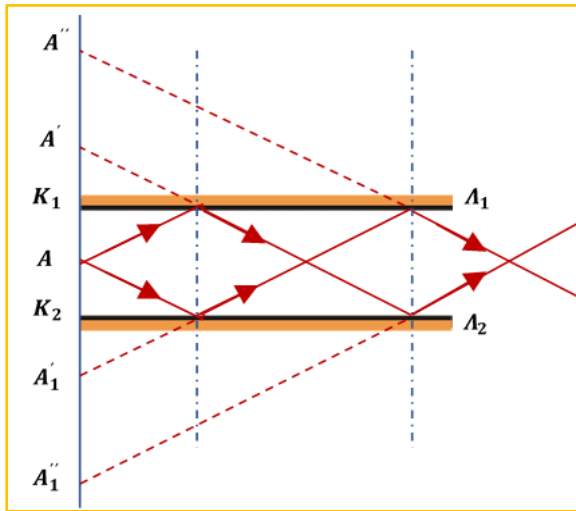
Εάν από ένα φωτεινό αντικείμενο οι ακτίνες προσπέσουν, όχι σε ένα, αλλά σε περισσότερα κάτοπτρα, τότε σχηματίζονται περισσότερα του ενός είδωλα διότι οι ακτίνες ανακλώνται πολλές φορές από τα κάτοπτρα

α) Παράλληλα κάτοπτρα

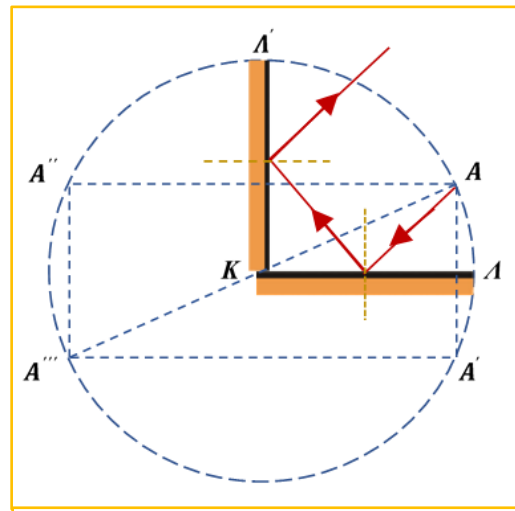
Έστω δυο παράλληλα κάτοπτρα KM και KM' μεταξύ των οποίων βρίσκεται το σημειακό φωτεινό αντικείμενο A . Στη περίπτωση αυτή θα σχηματίζονται είδωλα που θα βρίσκονται σε ευθεία κάθετη στα κάτοπτρα (Σχ. 2.12α)

β) Κάτοπτρα υπό γωνία

Όταν δυο επίπεδα κάτοπτρα σχηματίζουν γωνία φ , τότε ο αριθμός των ειδώλων που σχηματίζουν εξαρτάται από την τιμή της γωνίας αυτής.



Σχήμα 2-12 α
Εύρεση ειδώλων από παράλληλα κάτοπτρα



Σχήμα 2-12 β
Είδωλα από σύστημα επιπέδων κατόπτρων σε ορθή γωνία

Όλα αυτά τα σχηματιζόμενα είδωλα θα βρίσκονται σε περιφέρεια κύκλου που έχει το κέντρο της στην τομή των κατόπτρων και ακτίνα την απόσταση του σημειακού αντικειμένου από την τομή.

Ο αριθμός N των ειδώλων θα δίνεται από την σχέση:

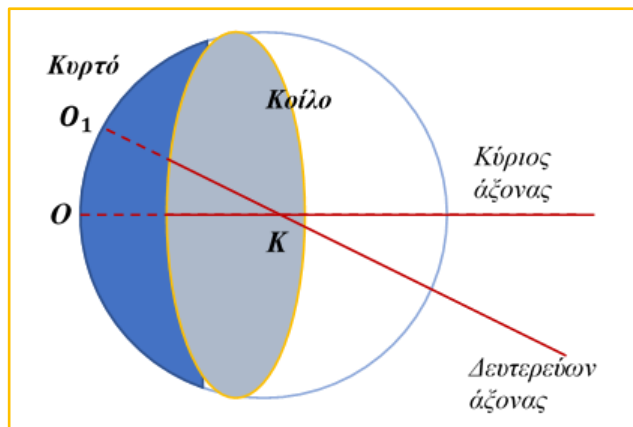
$$N = \frac{360^\circ}{\varphi} - 1 \quad (2-4)$$

Όταν το πηλίκο $\frac{360^\circ}{\varphi}$ είναι άρτιος ακέραιος αριθμός, το πλήθος των ειδώλων εξαρτάται μόνο από την τιμή της γωνίας φ , στις άλλες περιπτώσεις και από την θέση του αντικειμένου ανάμεσα στα κάτοπτρα, (π.χ. για $\varphi=60^\circ$ τα είδωλα είναι $N= 6-1=5$. Στο σχήμα (2-12β) παρουσιάζεται η περίπτωση δυο καθέτων κατόπτρων όπου το πλήθος των ειδώλων είναι 3.

2.9 Σφαιρικά Κάτοπτρα

Ως σφαιρικά χαρακτηρίζονται τα κάτοπτρα εκείνα των οποίων η επιφάνειά τους είναι ένα τμήμα της επιφάνειας μιας σφαίρας.

Το κέντρο K της σφαίρας, στην οποία ανήκει η σφαιρική επιφάνεια ενός κατόπτρου ονομάζεται **κέντρο καμυλότητας**. Η ακτίνα R της σφαίρας αυτής, είναι η ακτίνα καμυλότητας του κατόπτρου. Το μέσον O (πόλος) της σφαιρικής επιφάνειας του κατόπτρου

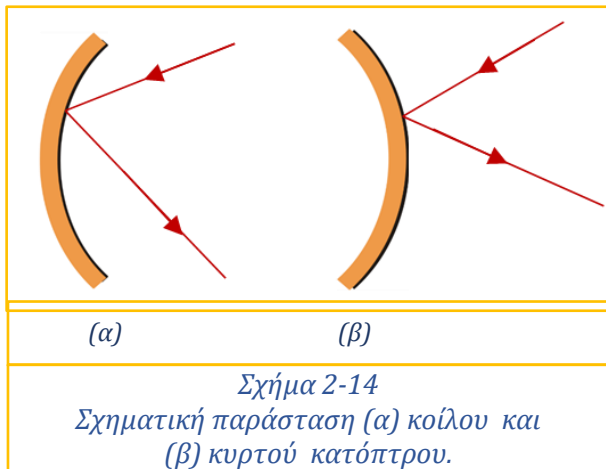


Σχήμα 2-13
Σχηματική παράσταση σφαιρικού κατόπτρου.

καλείται **κορυφή** ενώ η ευθεία που ενώνει το κέντρο καμπυλότητας με την κορυφή του κατόπτρου καλείται **κύριος οπτικός άξονας** αυτού. Κάθε ευθεία που διέρχεται από το κέντρο καμπυλότητας και καταλήγει στη σφαιρική επιφάνεια του κατόπτρου KO_1 καλείται **δευτερεύον οπτικός άξονας** του κατόπτρου (Σχ. 2-13).

Η στερεά γωνία που έχει ως κορυφή το κέντρο καμπυλότητας και σχηματίζεται από τις ακτίνες που καταλήγουν στη περιφέρεια του κατόπτρου καλείται **γωνιακό άνοιγμα** του κατόπτρου.

Όταν η ανακλαστική επιφάνεια ενός σφαιρικού κατόπτρου βρίσκεται από την πλευρά του κέντρου καμπυλότητας αυτού, τότε το κάτοπτρο θα καλείται **κοίλο** (Σχ. 2-14α) ενώ όταν είναι από την αντίθετη πλευρά τότε καλείται **κυρτό** (Σχ. 2-14β).



Η διερεύνηση των σχέσεων για ανακλάσεις σε σφαιρικά κάτοπτρα προϋποθέτει μικρό γωνιακό άνοιγμα αλλά και φωτεινές ακτίνες που σχηματίζουν μικρή σχετικά γωνία με τον κύριο οπτικό άξονα του κατόπτρου.

2.10 Κοίλα Κάτοπτρα

Κυρία Εστία - Εστιακό επίπεδο

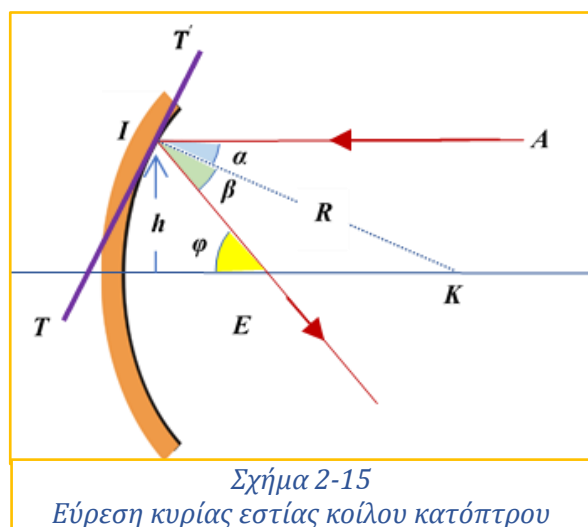
Έστω κοίλο σφαιρικό κάτοπτρο στο οποίο προσπίπτει μια φωτεινή ακτίνα παράλληλα στον κύριο άξονα αυτού. Στο σημείο I που προσπίπτει η ακτίνα (Σχ. 2-15) ανακλάται κατά την διεύθυνση IE όπου E το σημείο τομής της ανακλώμενης με τον κύριο άξονα.

Η κάθετος στο I στο εφαπτόμενο επίπεδο είναι η ακτίνα IK , όπου K το κέντρο καμπυλότητας του κατόπτρου. Όπως προκύπτει από τη γεωμετρία του σχήματος θα είναι:

$$\alpha = \beta \text{ και } \varphi = 2\alpha \quad (1).$$

Επειδή το κάτοπτρο έχει μικρό άνοιγμα η προβολή του I στον κύριο οπτικό άξονα θα θεωρείται ότι ταυτίζεται με την κορυφή του κατόπτρου. Αν αντικατασταθούν τα: $OE = f$ και $OK = R$ θα ισχύει:

$$\varepsilon\varphi \alpha = \frac{h}{R} \text{ και } \varepsilon\varphi \varphi = \frac{h}{f}$$

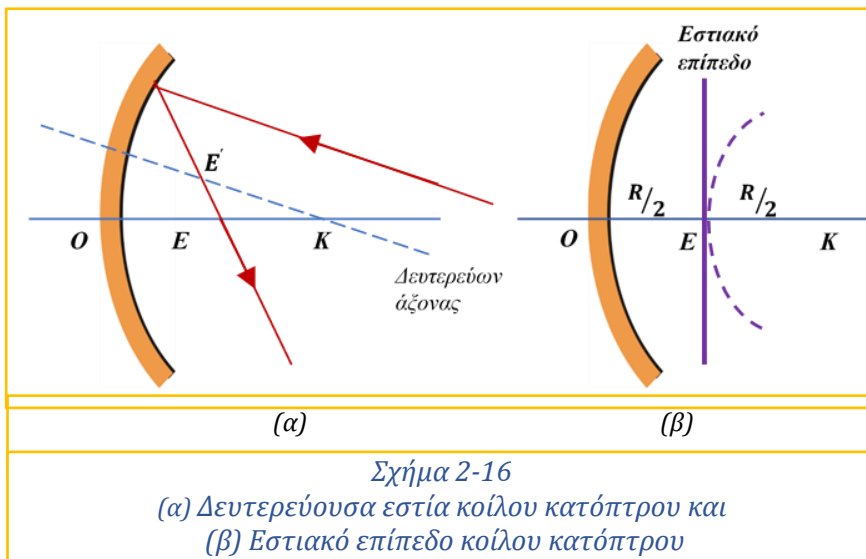


Επειδή οι γωνίες α και φ είναι πολύ μικρές ($\varepsilon\varphi\alpha \approx \alpha_{(rad)}$ και $\varepsilon\varphi\varphi \approx \varphi_{(rad)}$) θα ισχύει:

$\alpha = \frac{h}{R}$ (2) και $\varphi = \frac{h}{f}$ (3). Από τις (1), (2), (3) προκύπτει:

$$f = \frac{R}{2} \quad (2-5)$$

Το μέσον E της OK ονομάζεται **κυρία εστία** του κατόπτρου. Όλες επομένως οι παράλληλες ακτίνες προς τον κύριο άξονα μετά την ανάκλαση τους θα διέρχονται από το μέσον E της OK . Αντίστροφα εάν σημειακό φωτεινό αντικείμενο τοποθετηθεί στην κυρία εστία E τότε όλες οι ακτίνες που προέρχονται από αυτό και προσπίπτουν στο κάτοπτρο θα ανακλώνται και θα φεύγουν παράλληλα στο κύριο άξονα. Οι προηγούμενες διαπιστώσεις θα ισχύουν και στη περίπτωση που μια



φωτεινή δέσμη παράλληλων ακτινών σε ένα δευτερεύοντα άξονα (Σχ. 2-16α) προσπέσει σε κοίλο σφαιρικό κάτοπτρο. Οι ανακλώμενες ακτίνες της δέσμης θα διέρχονται από ένα σημείο E' το οποίο καλείται δευτερεύουσα εστία και για το οποίο θα ισχύει:

$$KE' = \frac{R}{2} \quad (2-6)$$

Όλες οι δευτερεύουσες εστίες του κατόπτρου θα βρίσκονται σε σφαιρική επιφάνεια με κέντρο το K και ακτίνα το KE . Το επίπεδο που εφάπτεται με την σφαίρα αυτή στο σημείο E (δηλ. το κάθετο επίπεδο ως προς τον κύριο άξονα στο E) καλείται **εστιακό επίπεδο** (Σχ. 2-16β).

2.11 Είδωλο σημειακού φωτεινού αντικειμένου από κοίλο κάτοπτρο

Έστω ένα φωτεινό σημειακό αντικείμενο A που βρίσκεται στον κύριο οπτικό άξονα κοίλου σφαιρικού κατόπτρου και σε απόσταση $OA = x$ από την κορυφή του (Σχ. 2-17). Αν μια φωτεινή ακτίνα προσπέσει στο κάτοπτρο και σχηματίζει με την κάθετη KI γωνία α ανακλάται σχηματίζουσα γωνία β , με την κάθετη KI ίση με την α . Η ανακλώμενη αυτή θα τέμνει τον κύριο άξονα στο σημείο A' το οποίο καλείται είδωλο του A και απέχει από την κορυφή του κατόπτρου απόσταση $OA' = x'$.

Όλες οι φωτεινές ακτίνες που ξεκινούν από το σημείο A μετά την ανάκλασή τους στο κοίλο κάτοπτρο θα διέρχονται από το σημείο A' .

Από το τρίγωνο AIA' εφαρμόζοντας το θεώρημα της διχοτόμου προκύπτει:

$$\frac{AI}{A'I} = \frac{KA}{KA'}$$

Επειδή το άνοιγμα του κατόπτρου θεωρείται πολύ μικρό θα ισχύει:

$AI \cong AO = x$ και $A'I \cong A'O = x'$. Από το σχήμα προκύπτει: $AK \cong AO - KO = x - R$ και $A'K = KO - A'O = R - x$. Ο συνδυασμός των προηγούμενων δυο σχέσεων δίνει:

$$\frac{x - R}{x} = \frac{R - x'}{x'} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{2}{R} \quad \text{και τελικά:}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} \quad (2-7)$$

Η σχέση αυτή συνδέει την απόσταση του αντικειμένου και του ειδώλου από την κορυφή του κατόπτρου με την ακτίνα καμπυλότητάς του ονομάζεται "σχέση των σφαιρικών κατόπτρων".

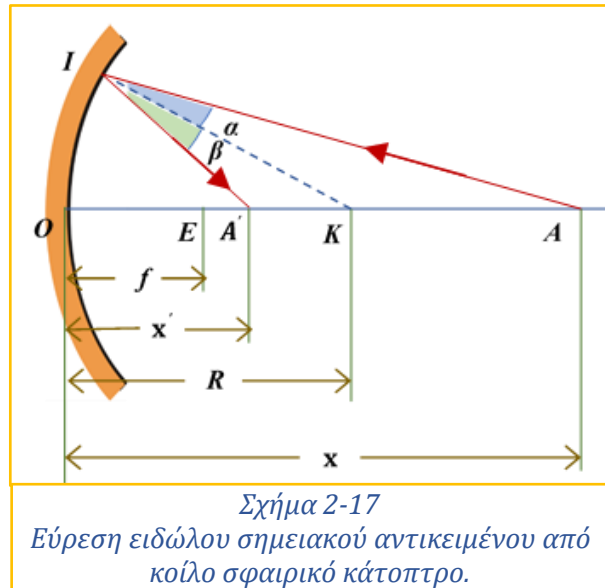
Η προηγούμενη σχέση εάν λυθεί ως προς x' γράφεται ως εξής: $x' = \frac{f}{1 - \frac{f}{x}}$

Δίνοντας στο x διάφορες τιμές προσδιορίζονται αντίστοιχες τιμές του x' .

Οι θετικές τιμές στις αποστάσεις x και x' αντιστοιχούν στο χώρο μπροστά από το κάτοπτρο (δηλ. αντικείμενα και είδωλα πραγματικά) ενώ οι αρνητικές τιμές στις αποστάσεις x και x' αντιστοιχούν στο χώρο πίσω από το κάτοπτρο (δηλ. αντικείμενα και είδωλα φανταστικά). Η αλγεβρική διερεύνηση της σχέσης για το x' δίνει τις εξής τέσσερις (4) περιπτώσεις:

α/α	Θέση αντικειμένου		τότε	Θέση ειδώλου	δηλαδή	Περιγραφή αντικειμένου & είδωλο
1.	Av	$-\infty < x < 0$	τότε	$0 < x' < f$	δηλαδή	Φανταστικό αντικείμενο & είδωλο πραγματικό
2.	Av	$0 < x < f$	τότε	$-\infty < x' < 0$	δηλαδή	Πραγματικό αντικείμενο & φανταστικό είδωλο
3.	Av	$x = f$	τότε	$x' \rightarrow \infty$	δηλαδή	Πραγματικό αντικείμενο & πραγματικό είδωλο σε άπειρη απόσταση
4.	Av	$f < x < +\infty$	τότε	$f < x' < +\infty$	δηλαδή	Πραγματικό αντικείμενο & πραγματικό είδωλο

Τα προηγούμενα συμπεράσματα συμφωνούν απόλυτα με τις γεωμετρικές κατασκευές που ακολουθούν.



2.12 Γραφικός σχηματισμός ειδώλου σημειακού αντικειμένου.

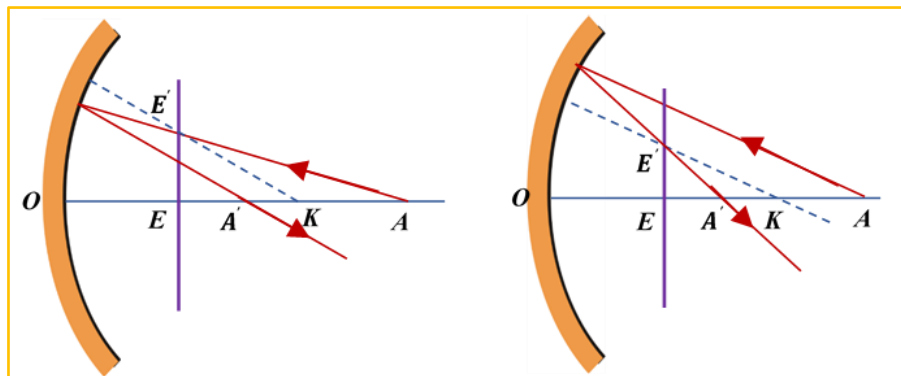
Η γραφική εύρεση του ειδώλου που σχηματίζουν τα κοίλα σφαιρικά κάτοπτρα για μια σημειακή φωτεινή πηγή που βρίσκεται πάνω στον κύριο οπτικό άξονα γίνεται συνήθως με δυο δυνατούς τρόπους που περιγράφονται αναλυτικά στη συνέχεια:

α) Κάθε φωτεινή ακτίνα μετά την ανάκλαση της σε σφαιρική επιφάνεια κατόπτρου θα είναι παράλληλη σε εκείνο το δευτερεύοντα άξονα από την εστία του οποίου διέρχεται πριν την ανάκλαση.

β) Κάθε φωτεινή ακτίνα που προσπίπτει σε σφαιρική επιφάνεια κατόπτρου παράλληλα σε δευτερεύοντα άξονα μετά την ανάκλαση της θα διέρχεται από την εστία του άξονα αυτού.

Η εύρεση της εστίας ενός δευτερεύοντα άξονα προσδιορίζεται από την τομή του εστιακού επιπέδου με τον δευτερεύοντα αυτό άξονα. Στη συνέχεια δίνονται διάφορες περιπτώσεις γραφικού προσδιορισμού σημειακού ειδώλου από κοίλο σφαιρικό κάτοπτρο και με τους δυο τρόπους:

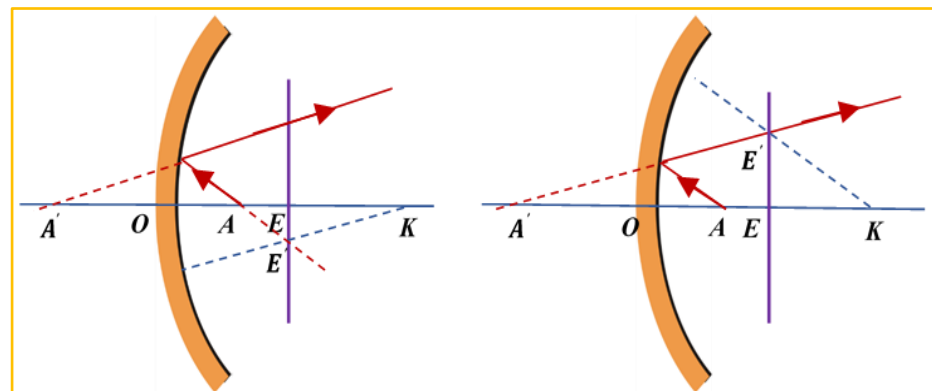
1. Όταν το σημειακό αντικείμενο A βρίσκεται πέραν της εστίας του κατόπτρου (πραγματικό αντικείμενο). Τότε το είδωλο που θα σχηματίζεται θα είναι πραγματικό και βρίσκεται και αυτό πέραν του E (Σχ. 2-18).



Σχήμα 2-18
Εύρεση ειδώλου από σημειακό αντικείμενο που βρίσκεται πέραν του E .

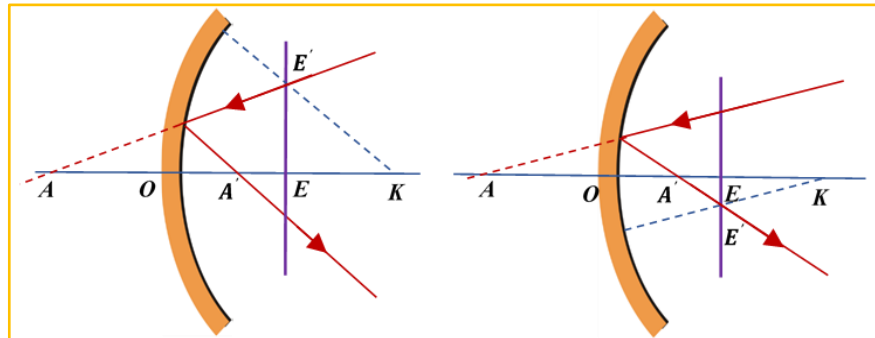
2. Το σημειακό αντικείμενο A να βρίσκεται μεταξύ της εστίας E και της κορυφής O του κατόπτρου (πραγματικό αντικείμενο).

Τότε το είδωλο A' είναι φανταστικό και η θέση του προσδιορίζεται στα αριστερά της κορυφής O του κατόπτρου (Σχ. 2-19).



Σχήμα 2-19
Εύρεση ειδώλου από σημειακό αντικείμενο που βρίσκεται μεταξύ εστίας E και κορυφής O του κατόπτρου.

3. Το σημειακό αντικείμενο A προσδιορίζεται να είναι πίσω από το κάτοπτρο (φανταστικό). Τότε το είδωλό του A' είναι πραγματικό μεταξύ εστίας E και κορυφής O του κατόπτρου (Σχ.2-20).



Σχήμα 2-20
Εύρεση ειδώλου από σημειακό φανταστικό αντικείμενο.

2.13 Γραφικός σχηματισμός ειδώλου γραμμικού αντικειμένου

Η γραφική κατασκευή του ειδώλου που σχηματίζουν τα κοίλα σφαιρικά κάτοπτρα για ένα φωτεινό αντικείμενο υπό μορφή βέλους κάθετου στον κύριο άξονα γίνεται συνήθως ως εξής:

Από την κορυφή B του γραμμικού αντικειμένου AB χαράσσεται η πορεία ακτίνας παράλληλης στον κύριο άξονα αυτού. Η ακτίνα αυτή μετά την ανάκλαση της θα διέρχεται από την κυρία εστία E . Από την κορυφή B του γραμμικού αντικειμένου AB χαράσσεται ακτίνα που διέρχεται από την κυρία εστία του κατόπτρου. Η ακτίνα αυτή μετά την ανάκλαση της καθίσταται παράλληλη στο κύριο άξονα του κατόπτρου. Το σημείο τομής των δύο ανακλώμενων ακτίνων (ή των προεκτάσεων τους) θα δίνει το B' που θεωρείται το σημειακό είδωλο του B . Η κάθετος από το B' θεωρείται στον κύριο άξονα και προσδιορίζει το συνολικό είδωλο $A'B'$ του AB .

Η μια από τις παραπάνω ακτίνες μπορεί να αντικατασταθεί από εκείνη που ξεκινά από το B και διέρχεται από το κέντρο καμπυλότητας K . Αυτή μετά την ανάκλαση της θα ακολουθήσει την ίδια διεύθυνση αλλά θα διαδίδεται κατ' αντίθετη φορά. Είναι φανερό ότι και αυτή η ακτίνα διέρχεται από το σημείο B' . Στην συνέχεια παρουσιάζονται διάφορες περιπτώσεις ευρέσεως γραμμικού ειδώλου ανάλογα με την θέση του αντικειμένου:

1. Το αντικείμενο AB να βρίσκεται πέραν του κέντρου καμπυλότητας.

Αντικείμενο: $f < x < +\infty$

Είδωλο: $f < x' < +\infty$

Σχήμα 2-21
Γραφική εύρεση ειδώλου από αντικείμενο πέραν του κέντρου καμπυλότητας K .

Στην περίπτωση αυτή το σχηματιζόμενο είδωλο $A'B'$ είναι πραγματικό, αντεστραμμένο και μικρότερο του αντικειμένου βρίσκεται δε μεταξύ της εστίας E και του κέντρου καμυλότητας K . Στο συγκεκριμένο σχήμα έχουν χαραχθεί και οι τρεις δυνατές ακτίνες προσδιορισμού του ειδώλου. (Σχ. 2-21).

Όταν το αντικείμενο AB βρίσκεται μεταξύ της εστίας E και του κέντρου καμυλότητας K σύμφωνα και με την αρχή της αντιστροφής του φωτός το σχηματιζόμενο είδωλο $A'B'$ θα είναι πραγματικό, αντεστραμμένο μεγαλύτερο του αντικειμένου και θα βρίσκεται πέραν του κέντρου καμυλότητας K (Σχ.2-21).

2. Το αντικείμενο AB βρίσκεται ακριβώς στο κέντρο καμυλότητας K .

Αντικείμενο: $x = 2f$

Είδωλο: $x' = 2f$

Σχήμα 2-22
Γραφική εύρεση ειδώλου από αντικείμενο που βρίσκεται στο κέντρο καμυλότητας K .

Το σχηματιζόμενο είδωλο $A'B'$ θα είναι πραγματικό, αντεστραμμένο ως προς το AB και θα βρίσκεται και αυτό στο κέντρο καμυλότητας K (Σχ. 2-22).

4. Το αντικείμενο AB βρίσκεται μεταξύ της εστίας E και της κορυφής O του κατόπτρου.

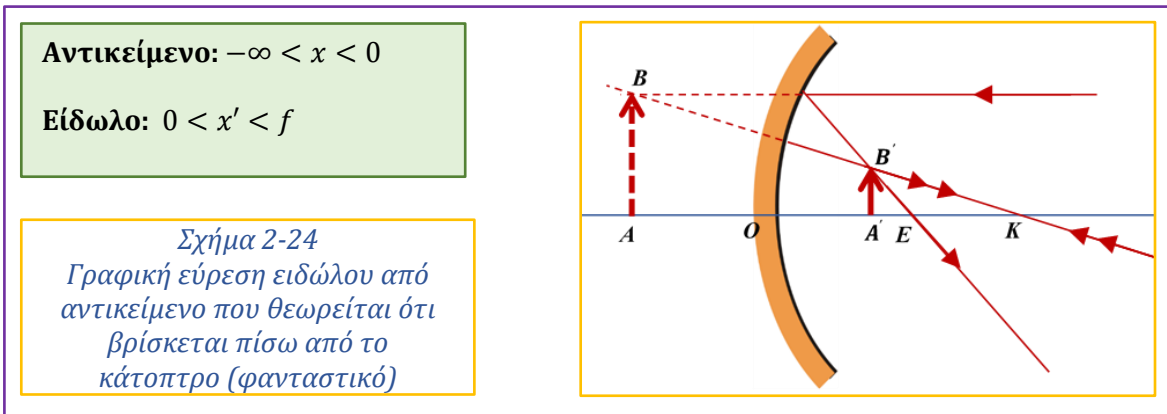
Αντικείμενο: $0 < x < f$

Είδωλο: $-\infty < x' < 0$

Σχήμα 2-23
Γραφική εύρεση ειδώλου από αντικείμενο που βρίσκεται μεταξύ εστίας E και κέντρου

Το είδωλο σχηματίζεται πίσω από το κάτοπτρο και είναι φανταστικό, ορθό και μεγαλύτερο του αντικειμένου (Σχ. 2-23).

5. Το αντικείμενο AB βρίσκεται πίσω από το κάτοπτρο (φανταστικό). Το είδωλο σχηματίζεται μπροστά από το κάτοπτρο και είναι πραγματικό, ορθό και μικρότερο του αντικειμένου (Σχ. 2-24).



2.14 Γραμμική μεγέθυνση.

Γραμμική μεγέθυνση $M_{Γρ}$ καλείται ο λόγος του μεγέθους του σχηματιζόμενου ειδώλου $A'B'$ προς το αντίστοιχο μέγεθος του αντικειμένου AB δηλαδή ισχύει:

$$M_{Γρ} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{y'}{y} \quad (2-8)$$

Από την γραφική εύρεση του ειδώλου $A'B'$ ενός αντικειμένου AB (Σχ. 2-24) προκύπτει ότι τα ορθογώνια τρίγωνα AOB και $A'OB'$ είναι όμοια και επομένως θα ισχύει:

$$\frac{A'B}{AB} = \frac{OB'}{OB}$$

Επειδή το είδωλο $A'B'$ είναι αντεστραμμένο σε σχέση με το αντικείμενο AB από την προηγούμενη

σχέση προκύπτει: $-\frac{y'}{y} = \frac{x'}{x} \Rightarrow \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x}$ και τελικά:

$$M_{Γρ} = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x} \quad (2-9)$$

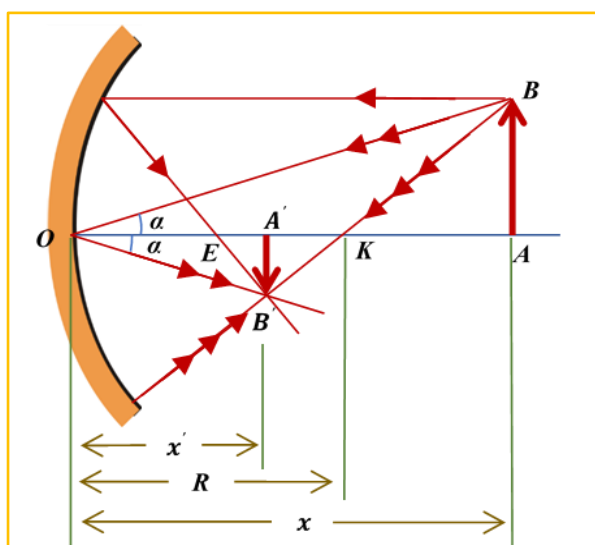
Εάν η γραμμική μεγέθυνση $M_{Γρ}$ είναι θετική (x, x' ετερόσημα) το είδωλο είναι ορθό ενώ αν είναι αρνητική (x, x' ομόσημα) το είδωλο θα είναι αντεστραμμένο.

Δια συνδυασμού των σχέσεων:

$$M_{Γρ} = -\frac{x'}{x} \text{ καθώς και } \frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$$

προκύπτει: $M_{Γρ} = \frac{f}{f-x}$

Στον πίνακα που ακολουθεί γίνεται η διερεύνηση της σχέσης της γραμμικής μεγέθυνσης.



Σχήμα 2-25
Γραμμική μεγέθυνση σε σφαιρικό κάτοπτρο

Τονίζεται ότι πρόκειται για την εγκάρσια μεγέθυνση δηλαδή την περίπτωση όπου το αντικείμενο είναι κάθετο στον κύριο άξονα:

α/α	Θέση αντικειμένου		Τιμές μεγέθυνσης		Σχέση μεγέθους αντικειμένου - ειδώλου	
1.	Εάν	$-\infty < x < 0$	τότε	$M_{Γρ} > 0$	δηλαδή	Το είδωλο θα είναι ορθό και επειδή $0 < M_{Γρ} < 1$ και μικρότερο του αντικειμένου.
2.	Εάν	$0 < x < f$	τότε	$M_{Γρ} = \frac{y'}{y} > 1$	δηλαδή	Το είδωλο θα είναι ορθό και μεγαλύτερο του αντικειμένου.
3.	Εάν	$f < x < 2f$	τότε	$M_{Γρ} = \frac{y'}{y} < 0$	δηλαδή	Το είδωλο θα είναι ανεστραμμένο και επειδή $-1 > M_{Γρ} > -\infty$ και μεγαλύτερο του αντικειμένου.
4.	Εάν	$x = 2f$	τότε	$M_{Γρ} = \frac{y'}{y} = -1$	δηλαδή	Το είδωλο θα είναι ανεστραμμένο και ίσο με το αντικείμενο.
5.	Εάν	$f = x$	τότε	$M_{Γρ} \rightarrow \infty$	δηλαδή	το είδωλο θα είναι απείρως μεγάλο.
6.	Εάν	$x > 2f$	τότε	$M_{Γρ} < 0$	δηλαδή	το είδωλο θα είναι ανεστραμμένο και επειδή $0 > M_{Γρ} > -1$ και μικρότερο του αντικειμένου.
7.	Εάν	$x \rightarrow \infty$	τότε	$M_{Γρ} = \frac{y'}{y} \rightarrow 0$	δηλαδή	$y' = 0$. (Το είδωλο θα είναι σημείο).

2.15 Εξίσωση Νεύτωνα.

Αν ονομασθούν X και X' οι αποστάσεις AE και $A'E'$ δηλαδή οι αποστάσεις του αντικειμένου και του ειδώλου από την κυρία εστία E του κατόπτρου τότε θα προκύπτει:

$$x = X + f \text{ και } x' = X' + f.$$

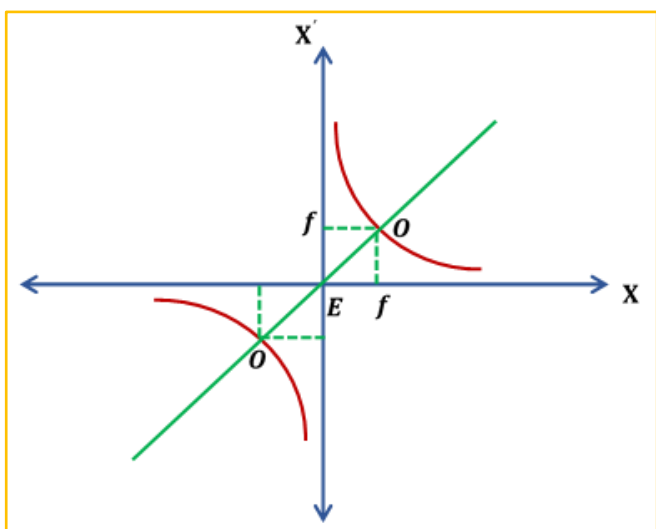
Αντικαθιστώντας στη γενική σχέση των κατόπτρων τα μεγέθη x και x' λαμβάνεται η σχέση:

$$\frac{1}{X + f} + \frac{1}{X' + f} = \frac{1}{f} \text{ και τελικά:}$$

$$XX' = f^2 \quad (2-10)$$

Η τελευταία σχέση καλείται εξίσωση του Νεύτωνα. Αυτή παριστάνει μια υπερβολή με άξονες Ex και Ex' (Σχ. 2-26).

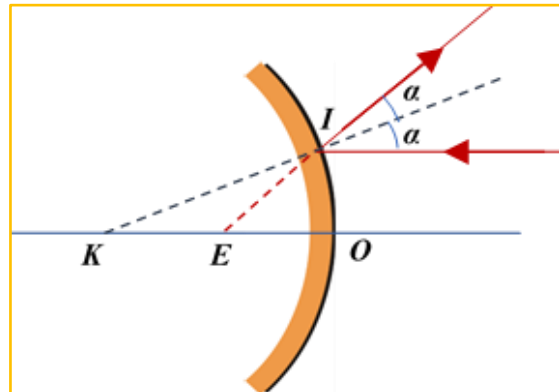
Το κέντρο K της υπερβολής παριστά το κέντρο καμπυλότητας και το O την κορυφή του κατόπτρου.



Σχήμα 2-26
Γραφική παράσταση της συνάρτησης $X' = f(X)$

2.16 Κυρτά Κάτοπτρα.

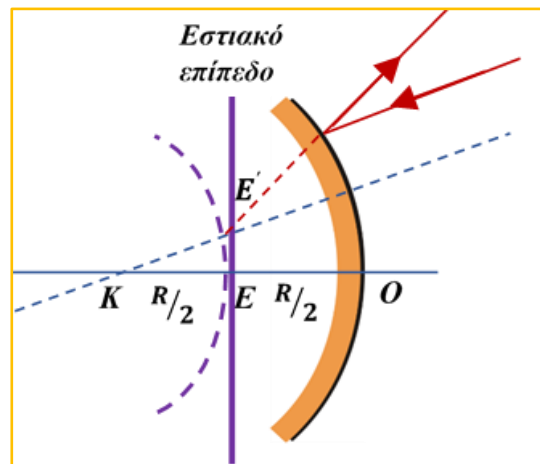
Κύρια Εστία – Εστιακό Επίπεδο. Έστω ένα κυρτό σφαιρικό κάτοπτρο στο οποίο προσπίπτει μια φωτεινή ακτίνα παράλληλα με τον κύριο άξονα του κατόπτρου. Στο σημείο I που προσπίπτει η ακτίνα (Σχ. 2-27) ανακλάται κατά την κατεύθυνση εκείνη της οποίας η προέκταση να τέμνει το κύριο άξονα στο σημείο E . Η κάθετος στο I στο αντίστοιχο εφαπτόμενο της σφαιρικής επιφάνειας επίπεδο έχει προέκταση την ακτίνα IK του κατόπτρου.



Σχήμα 2-27
Κυρία εστία κυρτού κατόπτρου

Το σημείο E αποδεικνύεται ότι είναι το μέσον του KO και αποτελεί την κυρία εστία του κατόπτρου. Αυτή είναι φανταστική διότι βρίσκεται

πίσω από το κάτοπτρο δηλαδή στη περιοχή εκείνη όπου δεν εμφανίζονται πραγματικές φωτεινές ακτίνες. Όλες επομένως οι παράλληλες ακτίνες προς τον κύριο άξονα μετά την ανάκλαση τους θα έχουν τέτοια διεύθυνση ώστε οι προεκτάσεις τους να διέρχονται από την φανταστική κυρία εστία του κατόπτρου. Αντίστροφα εάν οι ακτίνες που προσπίπτουν σε κυρτό κάτοπτρο έχουν συγκλίνοντα χαρακτήρα και στοχεύουν την κυρία εστία αυτού τότε μετά την ανάκλαση τους καθίστανται παράλληλες στον κύριο άξονα. Οι προηγούμενοι ισχυρισμοί ισχύουν και στην περίπτωση όπου μια δέσμη φωτεινών ακτίνων παραλλήλων σε ένα δευτερεύοντα άξονα προσπέσει σε κυρτό σφαιρικό κάτοπτρο (Σχ. 2-28).



Σχήμα 2-28
Εστιακό επίπεδο κυρτού κατόπτρου.

Οι προεκτάσεις των ανακλώμενων ακτίνων της δέσμης θα διέρχονται από ένα σημείο E_1 το οποίο είναι η δευτερεύουσα εστία και για το οποίο θα ισχύει:

$$KE' = \frac{f}{2} \quad (2-11)$$

Οι δευτερεύουσες εστίες κυρτού κατόπτρου βρίσκονται σε σφαιρική επιφάνεια με κέντρο το K και ακτίνα την KE είναι δε όλες φανταστικές Το επίπεδο που εφάπτεται στη σφαίρα αυτή στο σημείο E καλείται εστιακό επίπεδο του κυρτού κατόπτρου (Σχ. 2-28).

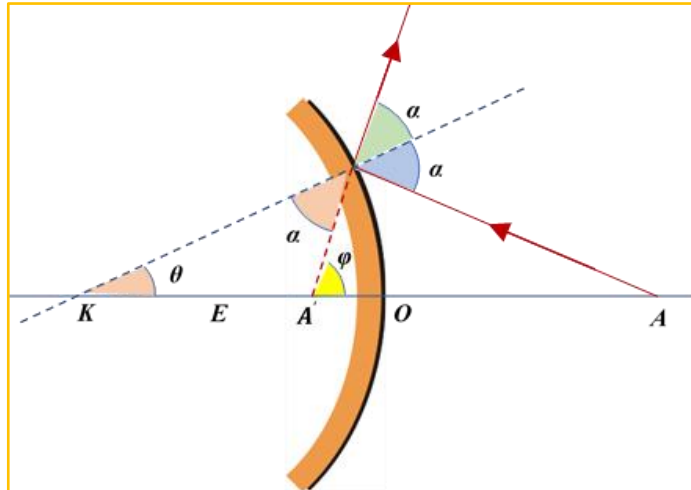
2.17 Είδωλο φωτεινού σημείου από κυρτό κάτοπτρο.

Έστω ένα φωτεινό σημείο A που βρίσκεται στο κύριο άξονα κυρτού σφαιρικού κατόπτρου και σε απόσταση $OA = x$ από την κορυφή του (Σχ. 2.29).

Αν μια φωτεινή ακτίνα από το A προσπέσει στο κάτοπτρο τότε η προέκταση της ανακλώμενης ακτίνας θα τέμνει τον κύριο άξονα στο A' που θα απέχει από την κορυφή του κατόπτρου απόσταση $A'O = x'$. Η σχέση που συνδέει την απόσταση x του αντικειμένου με την απόσταση x' του ειδώλου είναι:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{2}{R} \quad \text{ή αλλιώς:}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} \quad (2-12)$$



Σχήμα 2-29
Σχηματισμός ειδώλου από κυρτό κάτοπτρο

Η ακτίνα καμπυλότητας R αλλά και η εστιακή απόσταση f είναι αρνητικές επειδή αναφέρονται σε σημεία που είναι πίσω από το κάτοπτρο δηλαδή φανταστικά.

2.18 Διερεύνηση του τύπου των κυρτών κατόπτρων.

Η σχέση των κυρτών κατόπτρων εάν λυθεί ως προς x' καταλήγει στην σχέση:

$$x' = - \frac{f}{1 + \frac{f}{x}}$$

Δίνοντας στην απόσταση x διάφορες τιμές προσδιορίζονται οι αντίστοιχες τιμές του x' . Όταν η απόσταση x' υπολογίζεται, από τις προηγούμενες σχέσεις θετική τότε το είδωλο είναι μπροστά από το κάτοπτρο (πραγματικό) ενώ όταν η απόσταση x' είναι αρνητική το είδωλο είναι πίσω από το κάτοπτρο (φανταστικό) ήτοι:

α/α	Θέση αντικειμένου			Θέση ειδώλου
1.	Εάν	$-\infty < x < f$	τότε	$-\infty < x' < f$
2.	Εάν	$f < x < 0$	τότε	$0 < x' < +\infty$
2.	Εάν	$0 < x < +\infty$	τότε	$-f < x' < 0$

Τα προηγούμενα αλγεβρικά αποτελέσματα συμφωνούν απόλυτα με τα συμπεράσματα των γεωμετρικών κατασκευών.

2.19 Σχηματισμός ειδώλου από σημειακό αντικείμενο

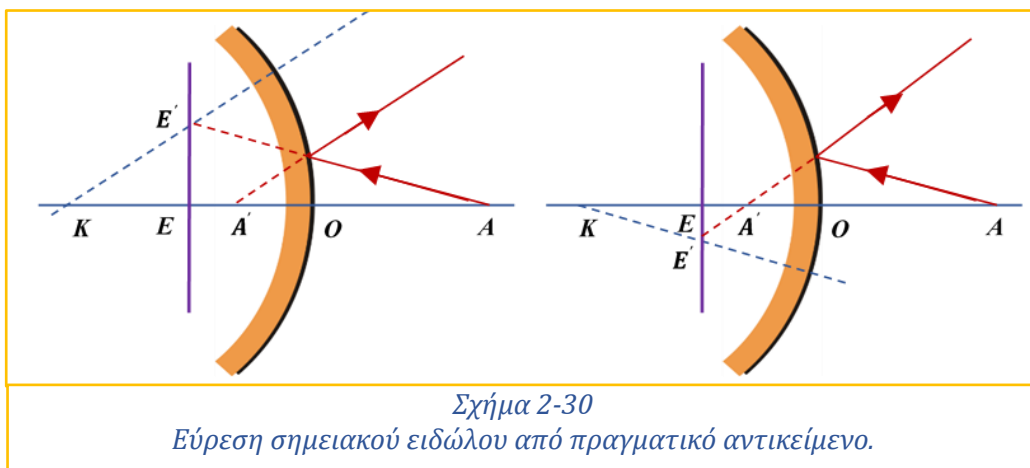
Η γραφική κατασκευή του ειδώλου που δημιουργούν τα κυρτά κάτοπτρα για μια σημειακή φωτεινή πηγή που βρίσκεται πάνω στο κύριο άξονα γίνεται συνήθως με δυο δυνατούς τρόπους:

α) Κάθε φωτεινή ακτίνα μετά την ανάκλαση της σε σφαιρική επιφάνεια κατόπτρου θα είναι πάντοτε παράλληλη σε εκείνο το δευτερεύοντα άξονα την εστία του οποίου στόχευε πριν την ανάκλαση.

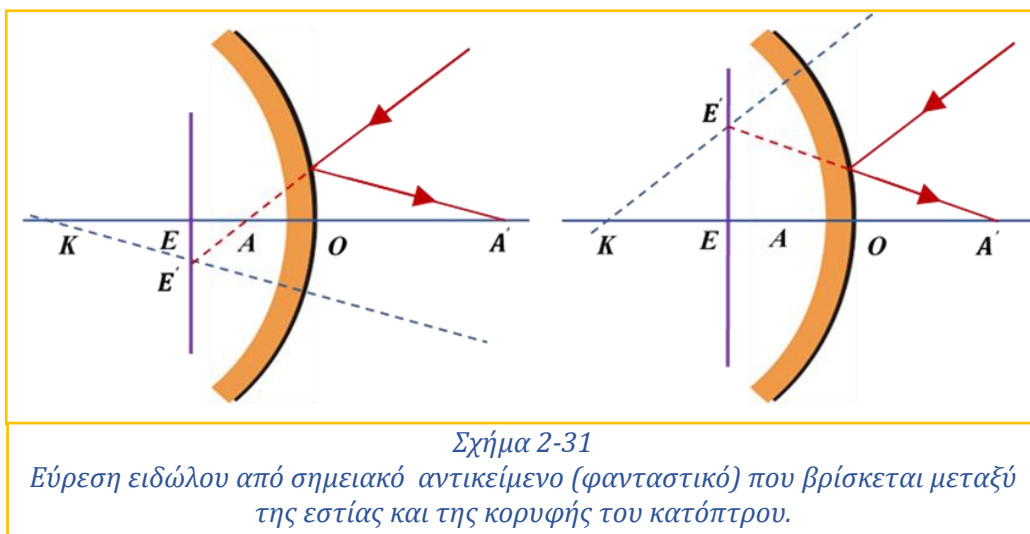
β) Κάθε φωτεινή ακτίνα που προσπίπτει σε σφαιρική επιφάνεια κατόπτρου παράλληλα σε δευτερεύοντα άξονα μετά την ανάκλαση της θα διέρχεται από την δευτερεύουσα εστία του άξονα αυτού που καθορίζεται από την τομή του δευτερεύοντα άξονα και του εστιακού επιπέδου.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται διάφορες περιπτώσεις γραφικού προσδιορισμού ειδώλου ανάλογα με την θέση του αντικειμένου.

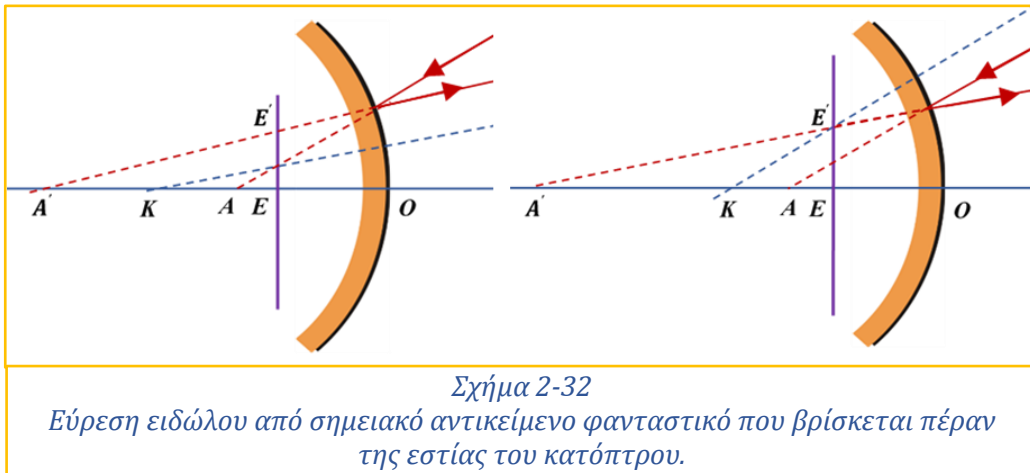
1. Το σημειακό αντικείμενο A βρίσκεται στην πραγματική περιοχή του κυρτού κατόπτρου (πραγματικό αντικείμενο). Στην περίπτωση αυτή το είδωλο βρίσκεται μεταξύ κορυφής O του κατόπτρου και εστίας του E (φανταστικό είδωλο) (Σχ.2-30).



2. Το σημειακό αντικείμενο A βρίσκεται μεταξύ της κορυφής O του κατόπτρου και της εστίας E αυτού (φανταστικό αντικείμενο). Στην περίπτωση αυτή το αντίστοιχο είδωλο A' θα βρίσκεται μπροστά από το κάτοπτρο (πραγματικό είδωλο) (Σχ. 2-31).



3. Το σημειακό αντικείμενο A βρίσκεται πέραν της εστίας του κατόπτρου (φανταστικό αντικείμενο). Στην περίπτωση αυτή το είδωλο A' είναι και αυτό πέραν της εστίας του κατόπτρου (φανταστικό είδωλο) (Σχ. 2-32).



2.20 Σχηματισμός ειδώλου γραμμικού αντικειμένου.

Η γραφική κατασκευή του ειδώλου που δημιουργούν τα κυρτά κάτοπτρα για ένα φωτεινό αντικείμενο υπό μορφή βέλους κάθετου στον κύριο άξονα γίνεται ως εξής:

Από την κορυφή B του γραμμικού αντικειμένου AB χαράσσεται ακτίνα παράλληλη στο κύριο άξονα αυτού. Μετά την ανάκλαση της η προέκταση της ανακλώμενης ακτίνας θα διέρχεται από την κυρία εστία E .

Από την κορυφή B του γραμμικού αντικειμένου AB χαράσσεται η ακτίνα που στοχεύει την εστία του κατόπτρου. Η ακτίνα αυτή μετά την ανάκλαση της καθίσταται παράλληλη στο κύριο άξονα του κατόπτρου.

Το σημείο τομής των προεκτάσεων αυτών των δύο ανακλώμενων ακτινών θα προσδιορίζει το B' που αποτελεί το είδωλο του B . Από το B' φέρεται η κάθετος στο κύριο άξονα και έτσι προσδιορίζεται το $A'B'$ που αποτελεί το είδωλο του AB .

Η μια από τις παραπάνω ακτίνες μπορεί να αντικατασταθεί από εκείνη που ξεκινά από το B και στοχεύει το κέντρο καμπυλότητας K του κατόπτρου. Αυτή μετά την ανάκλαση της ακολουθεί την ίδια διεύθυνση αλλά διαδίδεται κατ' αντίθετη φορά.

Παρακάτω δίνονται διάφορες περιπτώσεις εύρεσης του ειδώλου γραφικά ανάλογα κάθε φορά με την θέση του αντικειμένου:

1. Το αντικείμενο AB τοποθετείται μπροστά από το κυρτό κάτοπτρο (αντικείμενο πραγματικό) τότε το σχηματιζόμενο είδωλο είναι φανταστικό, ορθό και μικρότερο του αντικειμένου και θα βρίσκεται μεταξύ της κορυφής O και της εστίας E του κατόπτρου (Σχ. 2-33).

Αντικείμενο: $0 < x < +\infty$
Είδωλο: $-f < x' < 0$

Σχήμα 2-33 Εύρεση ειδώλου από πραγματικό γραμμικό αντικείμενο.

2. Το αντικείμενο AB τοποθετείται μεταξύ της κορυφής O και της εστίας E του κατόπτρου (φανταστικό αντικείμενο), τότε το είδωλο είναι πραγματικό, ορθό και μεγαλύτερο του αντικειμένου. (Σχ.2-34).

Αντικείμενο: $f < x < 0$
Είδωλο: $0 < x' < +\infty$

*Σχήμα 2-34
 Εύρεση ειδώλου από φανταστικό, γραμμικό αντικείμενο μεταξύ κορυφής O και της εστίας E του κατόπτρου*

3. Το αντικείμενο AB τοποθετείται μετά την εστία του κατόπτρου (φανταστικό αντικείμενο) τότε το σχηματιζόμενο είδωλο θα είναι επίσης φανταστικό, ανεστραμμένο και θα είναι μεγαλύτερο ή μικρότερο του αντικειμένου ανάλογα με την θέση που βρίσκεται το φανταστικό αντικείμενο (πριν ή μετά του κέντρου καμπυλότητας K του κατόπτρου) (Σχ. 2-35).

Αντικείμενο: $-\infty < x < f$
Είδωλο: $-\infty < x' < f$

*Σχήμα 2-35
 Εύρεση ειδώλου από φανταστικό γραμμικό αντικείμενο που βρίσκεται μετά την εστία E του κατόπτρου*

2.21 Γραμμική μεγέθυνση από κυρτό κάτοπτρο.

Στα κυρτά σφαιρικά κάτοπτρα, σε αντιστοιχία με τα κοίλα σφαιρικά κάτοπτρα, ισχύουν οι γενικές σχέσεις:

$$M_{\Gamma\rho} = \frac{y'}{y} - \frac{x'}{x} \quad (2-14)$$

Δια κατάλληλου συνδυασμού αυτών με τον γενικό τύπο των κατόπτρων $\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$ προκύπτει

η γραμμική μεγέθυνση ως:

$$M_{\Gamma\rho} = \frac{f}{f-x} \quad (2-13)$$

(όπου η εστιακή απόσταση f λαμβάνεται αρνητική)

Η διερεύνηση της προηγούμενης σχέσης καταλήγει στα εξής:

α/α	Θέση αντικειμένου		Τιμές μεγέθυνσης		Σχέση μεγέθους αντικειμένου - ειδώλου	
1.	Εάν	$-\infty < x < 2f$	τότε	$-1 < M_{\Gamma\rho} < 0$	δηλαδή	Το είδωλο θα είναι ανεστραμμένο και επειδή $ \frac{y'}{y} < 1$ και μικρότερο του αντικειμένου.
2.	Εάν	$2f < x < f$	τότε	$-\infty < M_{\Gamma\rho} < -1$	δηλαδή	Το είδωλο θα είναι ορθό και επειδή $ \frac{y'}{y} > 1$ και μεγαλύτερο του αντικειμένου.
3.	Εάν	$f < x < 0$	τότε	$+1 < M_{\Gamma\rho} < +\infty$	δηλαδή	Το είδωλο θα είναι ορθό και επειδή $\frac{y'}{y} > +1$ και μεγαλύτερο του αντικειμένου.
4	Εάν	$0 < x + \infty$	τότε	$0 < M_{\Gamma\rho} < +1$	δηλαδή	Το είδωλο θα είναι ορθό και επειδή $ \frac{y'}{y} < 1$ και μικρότερο του αντικειμένου.

2.22 Οπτικό πεδίο κατόπτρων.

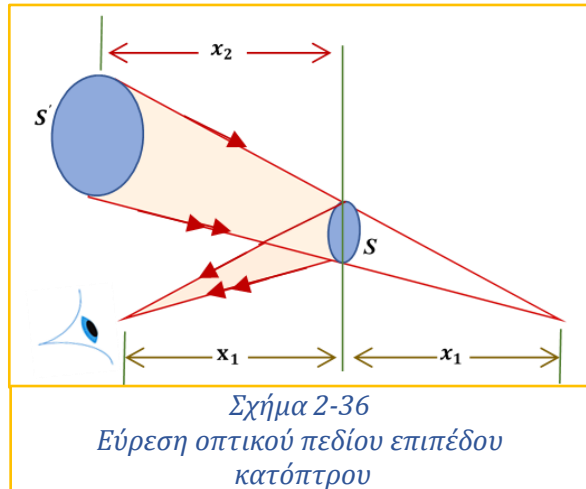
Όταν ένας παρατηρητής βρίσκεται μπροστά από ένα κάτοπτρο σχετικά περιορισμένων διαστάσεων τότε μέσα σε αυτό βλέπει ένα ορισμένο τμήμα του χώρου που καλείται οπτικό πεδίο του κατόπτρου. Το οπτικό αυτό πεδίο εξαρτάται από το μέγεθος και το είδος του κατόπτρου (επίπεδο, κοίλο κλπ) καθώς και από την απόσταση του παρατηρητή από αυτό. Το οπτικό πεδίο καθορίζεται από μια φωτεινή δέσμη η οποία ενώ προσπίπτει στο κάτοπτρο η ανακλώμενή της δίνει είδωλο στον οφθαλμό. Επομένως γνωρίζοντας την θέση του ειδώλου (οφθαλμός παρατηρητή) και χαρακτηριστικά κατόπτρου βρίσκεται η θέση του αντικειμένου. Κατόπιν από το μέγεθος του κατόπτρου και την γεωμετρία του σχήματος προσδιορίζεται το οπτικό πεδίο του κατόπτρου σε οποιαδήποτε απόσταση από αυτό.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα οπτικά πεδία σε τρεις διαφορετικές περιπτώσεις κατόπτρων.

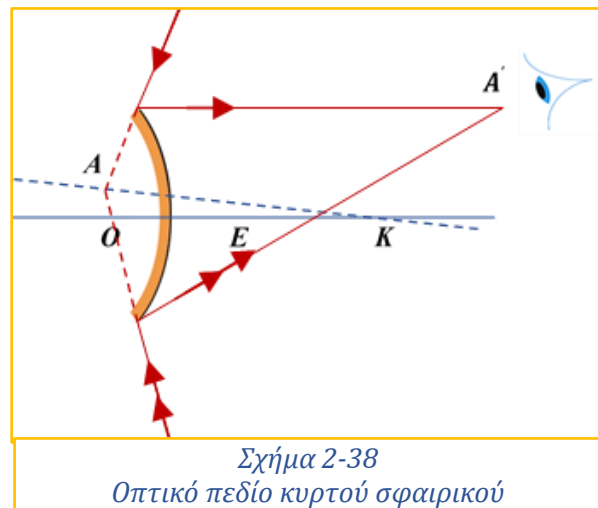
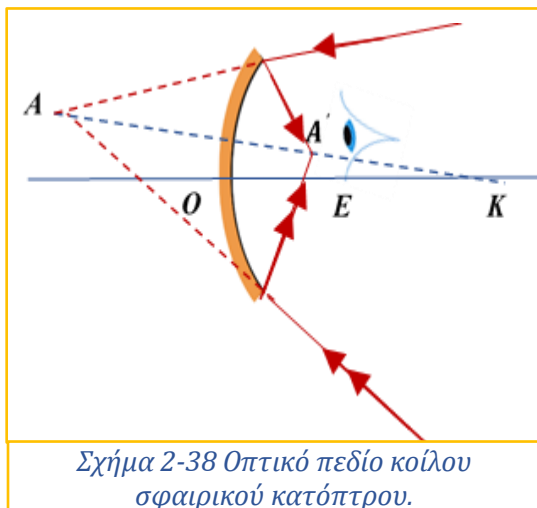
A. Επίπεδο κάτοπτρο. Εάν απέναντι από επίπεδο κάτοπτρο, επιφανείας S και σε (κάθετη) απόσταση x_1 από αυτό βρίσκεται παρατηρητής (π) τότε σε απόσταση x_2 από το κάτοπτρο θα αντιλαμβάνεται τμήμα του χώρου κατακόρυφης επιφανείας S' . Από το σχήμα (2-36) προκύπτει γεωμετρικά ότι:

$$\frac{(s)}{(s')} = \frac{(x_1)^2}{(x_1 + x_2)^2}$$

Μια σχεδόν άμεση εφαρμογή της προηγούμενης σχέσης είναι η διαπίστωση ότι για να παρατηρήσει κάποιος όλο το πρόσωπό του μέσα από επίπεδο καθρέπτη θα πρέπει οριακά αυτός ο καθρέπτης να έχει την μισή διάσταση από το απεικονιζόμενο πρόσωπο.



B. Κοίλο - κυρτό κάτοπτρο. Εάν απέναντι κοίλου κατόπτρου και σε απόσταση x' από αυτό υπάρχει ο οφθαλμός παρατηρητή τότε βρίσκουμε την απόσταση x από το κάτοπτρο που πρέπει να είναι το σημειακό αντικείμενο του οποίου είδωλο να είναι ο οφθαλμός του παρατηρητή. Εν συνεχεία και από την γεωμετρία του σχήματος προκύπτει το οπτικό πεδίο σε οποιαδήποτε απόσταση από το κάτοπτρο (Σχ.2-37).



Η ίδια διαδικασία ακολουθείται και στην περίπτωση κυρτού κατόπτρου (Σχ. 2-38). Άρα το οπτικό πεδίο ορίζεται από τις ακτίνες που στοχεύουν τα άκρα του κατόπτρου και καταλήγουν μετά την ανάκλαση τους στον οφθαλμό του παρατηρητή.

Τα κυρτά κάτοπτρα έχουν το μεγαλύτερο οπτικό πεδίο και από τα επίπεδα και από τα κοίλα ενώ τα επίπεδα μεγαλύτερο από τα κοίλα. Αυτός άλλωστε είναι και ο λόγος όπου τα κυρτά κάτοπτρα είναι αυτά που χρησιμοποιούνται π.χ. από τους οδηγούς προκειμένου να βοηθούν στην παρατήρηση της πίσω θεματολογίας κατά την οδήγηση.

2.23 Γενικές σχέσεις σφαιρικών κατόπτρων.

Η σχέση $\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$ που αποδείχτηκε αναλυτικά στην ειδική περίπτωση κοίλου κατόπτρου

και πραγματικού αντικειμένου πέραν της εστίας του κατόπτρου ισχύει γενικά, ανεξάρτητα της θέσης του αντικειμένου ή του τύπου του κατόπτρου. Ισχύει δηλαδή ακόμη και για τα κυρτά κάτοπτρα. Στην εφαρμογή της προηγούμενης σχέσης πρέπει μόνο να προσεχθεί η συμφωνία για τα πρόσημα των x , x' και f .

Οι αποστάσεις x του αντικειμένου και x' του ειδώλου από την κορυφή του κατόπτρου θεωρούνται θετικές εάν το αντικείμενο και το είδωλο είναι πραγματικά (δηλαδή βρίσκονται από την πλευρά που διαδίδεται το φως). Το φως στα κάτοπτρα πριν και μετά την ανάκλαση διαδίδεται από την ίδια πλευρά της κατοπτρικής επιφάνειας αφού σε αυτά η πίσω πλευρά είναι αδιαφανής.

Η ακτίνα καμπυλότητας R (ή η εστιακή απόσταση $f = \frac{R}{2}$) είναι θετική εάν βρίσκεται από την πλευρά που διαδίδεται το φως (κοίλο κάτοπτρο) ενώ είναι αρνητική αν βρίσκεται από την άλλη πλευρά (κυρτό κάτοπτρο).

Όταν χρησιμοποιείται η σχέση $\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$ θα προσημοθετούνται οι δυο γνωστοί όροι και θα τοποθετείται με συν (+) ο άγνωστος.

Εάν μετά τη λύση της εξίσωσης που δημιουργήθηκε ο άγνωστος όρος είναι θετικός και πρόκειται για το x ή το x' αυτό θα σημαίνει ότι είναι πραγματικό το αντικείμενο ή το είδωλο αντίστοιχα. Εάν ο άγνωστος όρος είναι η εστιακή απόσταση f τότε εάν προκύψει θετική το κάτοπτρο είναι κοίλο ενώ εάν είναι αρνητική το κάτοπτρο είναι κυρτό.

Στη γραμμική (εγκάρσια) μεγέθυνση $M_{Γρ} = -\frac{x'}{x}$ τα x, x' επίσης προσημοθετούνται, όπως ακριβώς προαναφέρθηκε.

Εάν η μεγέθυνση $M_{Γρ}$ προκύψει θετική τότε το είδωλο είναι ορθό (σε σχέση με το αντικείμενο) ενώ εάν η μεγέθυνση $M_{Γρ}$ προκύψει αρνητική τότε το είδωλο είναι ανεστραμμένο. Τέλος όταν η απόλυτη τιμή της μεγέθυνσης είναι μεγαλύτερη της μονάδας το είδωλο θα είναι μεγαλύτερο του αντικειμένου ενώ όταν είναι μικρότερη της μονάδας το είδωλο θα είναι αντίστοιχα μικρότερο του αντικειμένου.

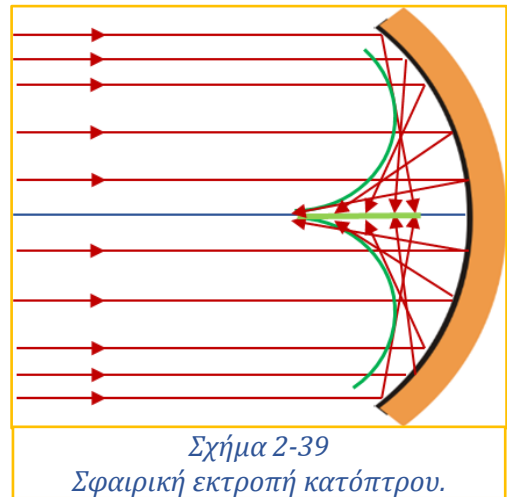
2.24 Σφάλματα σφαιρικών κατόπτρων.

Τα σφαιρικά κάτοπτρα μελετήθηκαν μέχρι τώρα με δυο συγκεκριμένους περιορισμούς:

1. Μικρό άνοιγμα κατόπτρου και
2. μικρή η κλίση των φωτεινών ακτινών ως προς τον κύριο άξονα.

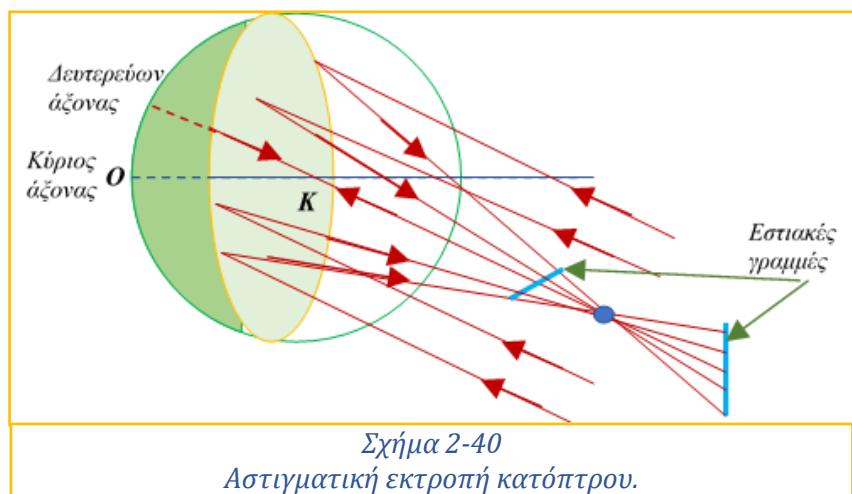
Όταν οι δύο προηγούμενοι όροι δεν εκπληρούνται τότε οι ακτίνες που προέρχονται από ένα σημειακό αντικείμενο μετά την ανάκλαση τους δεν διέρχονται όλες από το ίδιο σημείο. Αυτό έχει ως οπτικό αποτέλεσμα το είδωλο ενός αντικειμένου να είναι ασαφές. Ανάλογα με το ποιος από τους δυο περιορισμούς που αναφέρθηκαν δεν ισχύει δημιουργούνται τα παρακάτω σφάλματα:

Α. Σφαιρική εκτροπή. Σφαιρική εκτροπή καλείται το σφάλμα των κατόπτρων που οφείλεται στο μεγάλο γωνιακό τους άνοιγμα. Στη περίπτωση αυτή μια δέσμη παραλλήλων ακτινών που προσπίπτουν στην περιφέρεια του κατόπτρου δίνουν ανακλώμενες ακτίνες που τέμνουν τον κύριο άξονα σε σημεία διαφορετικά της κυρίας εστίας και σε περιοχές πιο κοντά στην κορυφή του κατόπτρου (Σχ. 2-39). Επομένως αντί για μία εστία λαμβάνεται μία επιφάνεια στην οποία εφάπτονται όλες οι ανακλώμενες ακτίνες. Η περιβάλλουσα των ακτινών που δημιουργείται με αυτόν τον τρόπο καλείται καυστική επιφάνεια.



Β. Αστιγματική εκτροπή. Αστιγματική εκτροπή καλείται το σφάλμα των κατόπτρων το οποίο εμφανίζεται όταν μία παράλληλη (κυλινδρική) δέσμη ακτινών που προσπίπτει σε ένα κάτοπτρο σχηματίζει μεγάλη γωνία με το κύριο άξονα αυτού.

Μετά την ανάκλαση οι ακτίνες δεν περνούν από την αντίστοιχη δευτερεύουσα εστία αλλά από δύο μικρές ευθείες ασύμβατα κάθετες μεταξύ τους από τις οποίες η μία βρίσκεται στο επίπεδο που ορίζει η



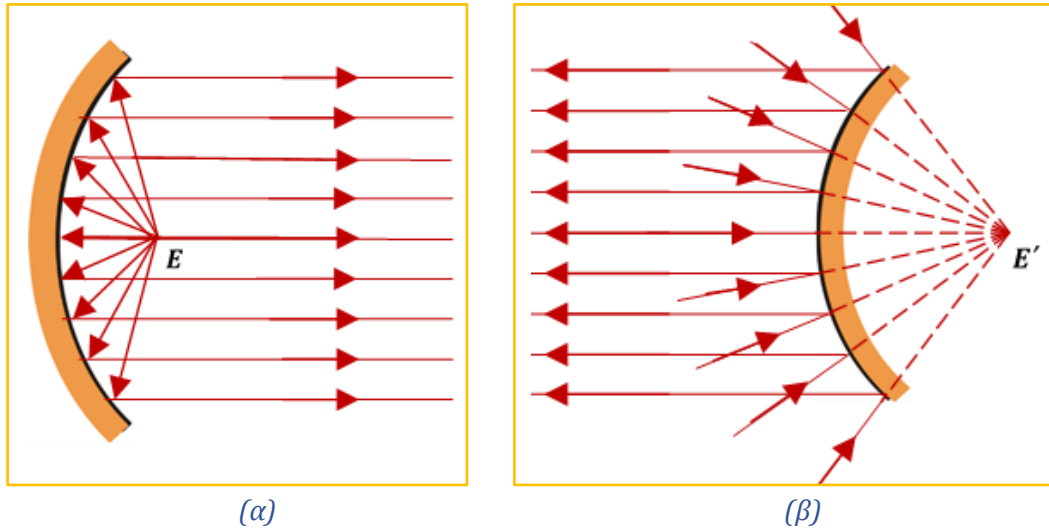
αντίστοιχη δευτερεύουσα εστία και ο κύριος άξονας του κατόπτρου και η άλλη είναι κάθετη σε αυτό το επίπεδο (Σχ. 2-40). Οι δυο αυτές ευθείες καλούνται εστιακές γραμμές.

2.25 Ασφαιρικά Κάτοπτρα.

Όταν μια σημειακή φωτεινή πηγή τοποθετηθεί στην κυρία εστία ενός σφαιρικού κατόπτρου τότε η δέσμη των ακτινών που θα προκύψει μετά την ανάκλαση δεν θα είναι παράλληλη αν το κάτοπτρο έχει μεγάλο γωνιακό άνοιγμα λόγω του σφάλματος της σφαιρικής εκτροπής.

Για την εξάλειψη του σφάλματος αυτού χρησιμοποιούνται ειδικά κάτοπτρα των οποίων οι επιφάνειες είναι ασφαιρικές όπως τα παραβολικά ή και τα αντίστοιχα ελλειπτικά.

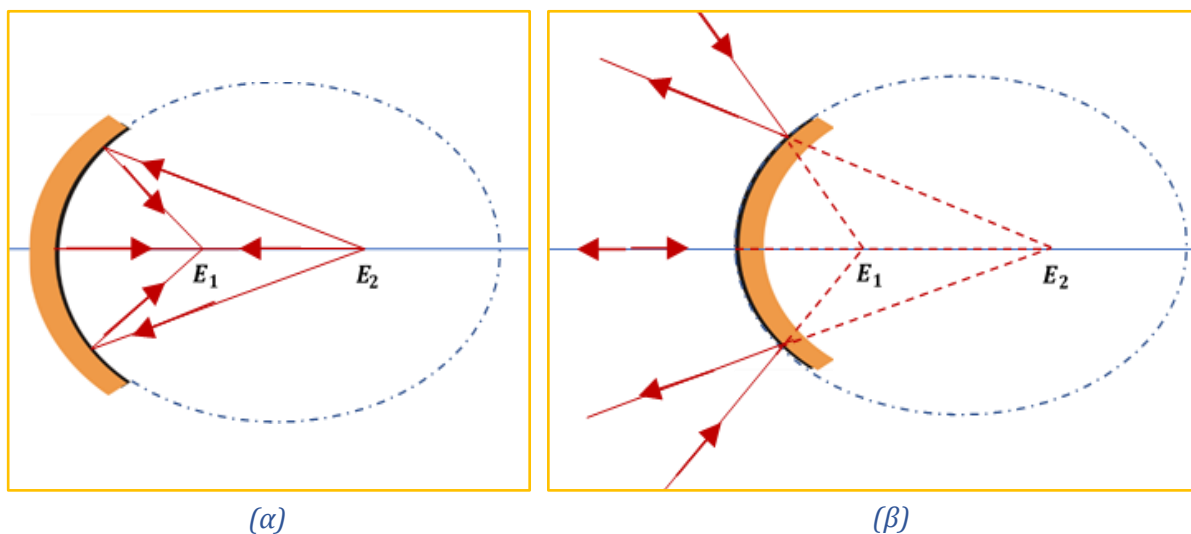
A. Παραβολικά κάτοπτρα. Εάν στην εστία κοίλου παραβολικού κατόπτρου τοποθετηθεί σημειακή φωτεινή πηγή τότε οι ανακλώμενες ακτίνες θα είναι παράλληλες προς τον κύριο άξονα και θα δημιουργηθεί κυλινδρική δέσμη μεγάλου εύρους ακόμα και αν το κάτοπτρο έχει πολύ μεγάλο γωνιακό άνοιγμα (Σχ. 2-41).



Σχήμα 2-41
Παραβολικό κάτοπτρο (α) συγκλίνων και (β) αποκλίνων

Τέτοιοι ανακλαστήρες χρησιμοποιούνται πολύ συχνά στους προβολείς των αυτοκινήτων. Η ανακλώμενη δέσμη μπορεί να γίνει συγκλίνουσα ή και αποκλίνουσα μετατοπίζοντας την φωτεινή πηγή ως προς την κυρία εστία του κατόπτρου.

B. Ελλειπτικά κάτοπτρα. Εάν μια φωτεινή πηγή τοποθετηθεί πάνω στον κύριο άξονα ενός ελλειπτικού κατόπτρου τότε θα παρέχει σημειακό είδωλο που βρίσκεται στον κύριο άξονα αυτού ανεξάρτητα του ανοίγματος του κατόπτρου (Σχ. 2-42).



Σχήμα 2-42
Ελλειπτικό κάτοπτρο (α) συγκλίνων και (β) αποκλίνων

2.26 Απλανητικά κάτοπτρα

Ένα κάτοπτρο θα χαρακτηρίζεται ως απλανητικό όταν όλες οι ακτίνες που προέρχονται από ένα φωτεινό σημείο (αντικείμενο) μετά την ανάκλαση τους συγκεντρώνονται σε ένα σημείο (είδωλο).

Για τα διάφορα είδη κατόπτρων παρατηρούνται τα εξής:

1. **Το επίπεδο κάτοπτρο** είναι απλανητικό για κάθε φωτεινό σημείο. Τα αντικείμενα και τα είδωλα όμως εδώ έχουν πάντοτε διαφορετικό χαρακτήρα δηλαδή το ένα πραγματικό και το αντίστοιχο του φανταστικό.
2. **Το σφαιρικό κάτοπτρο** είναι απλανητικό μόνο στο κέντρο καμπυλότητας του. Στη θέση αυτή το αντικείμενο ταυτίζεται με το αντίστοιχο είδωλο.
3. **Το παραβολικό κάτοπτρο** είναι απλανητικό για ένα σημείο δηλαδή την εστία του αφού μόνο όταν το αντικείμενο βρίσκεται εκεί το αντίστοιχο είδωλο βρίσκεται στο άπειρο.
4. **Το ελλειπτικό κάτοπτρο** είναι απλανητικό για κάθε σημείο αφού όπου και αν βρίσκεται το αντικείμενο στο κύριο άξονα παρέχει πραγματικό, σημειακό είδωλο πάνω στον άξονα αυτό.

3 Διάθλαση του φωτός.

3.1 Γενικά.

Η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται μια μονοχρωματική ακτινοβολία σε ένα διαφανές μέσο εξαρτάται από το μήκος κύματος της ακτινοβολίας και από τις οπτικές ιδιότητες του μέσου. Η οπτική επιφάνεια που διαχωρίζει δυο οπτικά μέσα καλείται διαθλαστική επιφάνεια. Όταν το φως (ή γενικότερα μια ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία) διαδίδεται στο κενό, ανεξάρτητα του μήκους κύματος αυτού, έχει ταχύτητα ίση με: $c_0 = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

Οι οπτικές ιδιότητες ενός οπτικού μέσου χαρακτηρίζονται από την ταχύτητα διαδόσεως του φωτός μέσα σε αυτό.

Απόλυτος δείκτης διάθλασης (n) ενός οπτικού μέσου για συγκεκριμένη μονοχρωματική ακτινοβολία καλείται το πηλίκο της ταχύτητας με την οποία διαδίδεται το φως στο κενό προς την ταχύτητα με την οποία διαδίδεται αυτό μέσα στο οπτικό μέσο, δηλαδή:

$$n = \frac{c_0}{c} \quad (3-1)$$

Σχετικός δείκτης διάθλασης ($n_{2,1}$) ενός οπτικού μέσου (2) ως προς ένα άλλο οπτικό μέσο (1) για συγκεκριμένη μονοχρωματική ακτινοβολία καλείται ο λόγος των τιμών των απολύτων δεικτών διάθλασης των δυο μέσων, δηλαδή:

$$n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\frac{c_0}{c_2}}{\frac{c_0}{c_1}} = \frac{c_1}{c_2} \quad (3-2)$$

Η ταχύτητα του φωτός σε οποιοδήποτε οπτικό μέσο είναι μικρότερη της ταχύτητας του φωτός στο κενό και άρα ο απόλυτος δείκτης διάθλασης σε όλα τα οπτικά, διαφανή μέσα θα είναι μεγαλύτερος της μονάδας.

Ο απόλυτος δείκτης διάθλασης του αέρα για θερμοκρασία 18°C και για το κίτρινο φως του Νατρίου ($\lambda = 589 \text{ nm}$) είναι: $n_\alpha = 1,000293$. Η τιμή αυτή με πολύ καλή προσέγγιση λαμβάνεται ίση με την μονάδα $n_\alpha = 1$.

Ένα οπτικό μέσο B θα θεωρείται διαθλαστικότερο (ή οπτικά πυκνότερο) ενός άλλου οπτικού μέσου A όταν ο απόλυτος δείκτης διάθλασης του B είναι μεγαλύτερος του A ή ισοδύναμα όταν η ταχύτητα διάδοσης του φωτός στο B είναι μικρότερη από ότι στο μέσο A.

Συνήθως τα μηχανικά πυκνότερα σώματα είναι και οπτικά πυκνότερα με εξαίρεση το οινόπνευμα και τον αιθέρα.

Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται οι τιμές του απολύτου δείκτη διάθλασης για διάφορα οπτικά μέσα σε θερμοκρασία αναφοράς 0°C .

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1

Διαφανές μέσον	Δείκτης διάθλασης	Διαφανές μέσον	Δείκτης διάθλασης
Αέρας	1,00	Διαμάντι	2,41
Νερό	1,33	Χλωριούχο νάτριο	1,53
Αιθυλική αλκοόλη	1,36	Διθειάνθρακας	1,62
Πυριτύαλος	1,63	Πολυαιθυλένιο	1,52
Στεφανύαλος	1,51	Βάλσαμο του καναδά;	1,53
Γλυκερίνη	1,47	Ρουμπίνι	1,57

Όταν μια φωτεινή μονοχρωματική ακτίνα προσπέσει πλάγια σε επίπεδη επιφάνεια που διαχωρίζει δυο οπτικά διαφανή μέσα με διαφορετικούς δείκτες διάθλασης τότε παρατηρείται αλλαγή στη διεύθυνση διάδοσης του φωτός στο δεύτερο μέσο σε σχέση με την διεύθυνση διάδοσης του φωτός στο πρώτο μέσο. Το φαινόμενο αυτό καλείται **διάθλαση**.

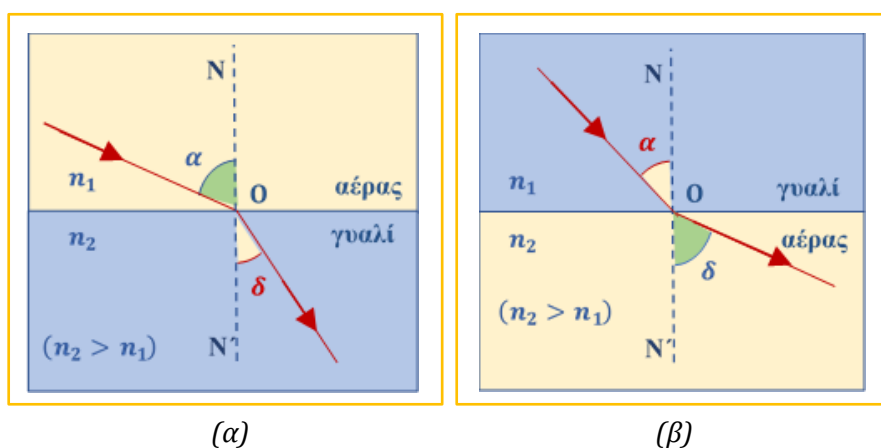
Όταν η φωτεινή ακτίνα προσπίπτει κάθετα στη διαθλαστική επιφάνεια τότε και στο δεύτερο μέσο διαδίδεται κατά την ίδια ακριβώς διεύθυνση. Όταν μια φωτεινή ακτίνα προσπίπτει πλάγια σε μια διαθλαστική επιφάνεια τότε εάν η

μετάβαση γίνεται από οπτικά αραιότερο σε οπτικά πυκνότερο μέσο στο δεύτερο μέσο η φωτεινή ακτίνα πλησιάζει την κάθετο στη διαχωριστική επιφάνεια (Σχ. 3-1α).

Αντίστροφα εάν η με-

τάβαση γίνεται από οπτικά πυκνότερο σε οπτικά αραιότερο μέσο τότε στο δεύτερο μέσο απομακρύνεται της καθέτου στη διαχωριστική επιφάνεια (Σχ. 3-1β). Η αρχή της αντιστρόφου πορείας του φωτός ισχύει προφανώς και στη περίπτωση της διάθλασης (Σχ. 3-1α,β).

Στο σχήμα που προηγήθηκε είναι προφανές ότι το οπτικό μέσο 2 είναι πυκνότερο του μέσου 1 δηλαδή εάν n_1 και n_2 είναι οι αντίστοιχοι (απόλυτοι) δείκτες διάθλασης θα πρέπει να ισχύει: $n_2 > n_1$.



Σχήμα 3-1

- (α) Πορεία μονοχρωματικής φωτεινής ακτίνας από αραιότερο σε πυκνότερο μέσο και
 (β) Πορεία μονοχρωματικής φωτεινής ακτίνας από πυκνότερο σε αραιότερο μέσο.

3.2 Νόμοι της Διάθλασης.

Έστω μονοχρωματική φωτεινή ακτίνα η οποία προσπίπτει στην διαθλαστική επιφάνεια δύο διαφορετικών οπτικών μέσων με $n_2 > n_1$ (Σχ. 3-1α). Η NN' είναι η κάθετος στη διαχωριστική στο σημείο O όπου η προσπίπτουσα ακτίνα την συναντά. Η γωνία α είναι η γωνία πρόσπτωσης ενώ η γωνία δ καλείται γωνία διάθλασης. Στο σχήμα φαίνεται η ακριβώς η πορεία του φωτός στο δεύτερο οπτικό μέσο.

Το φαινόμενο της διάθλασης του φωτός ικανοποιεί τους εξής δυο νόμους:

1. Νόμος του Snell: Το ημίτονο της γωνίας πρόσπτωσης προς το ημίτονο της γωνίας διάθλασης ισούται με το λόγο του απόλυτου δείκτη διάθλασης του δεύτερου μέσου προς το δείκτη διάθλασης του πρώτου δηλαδή ισχύει:

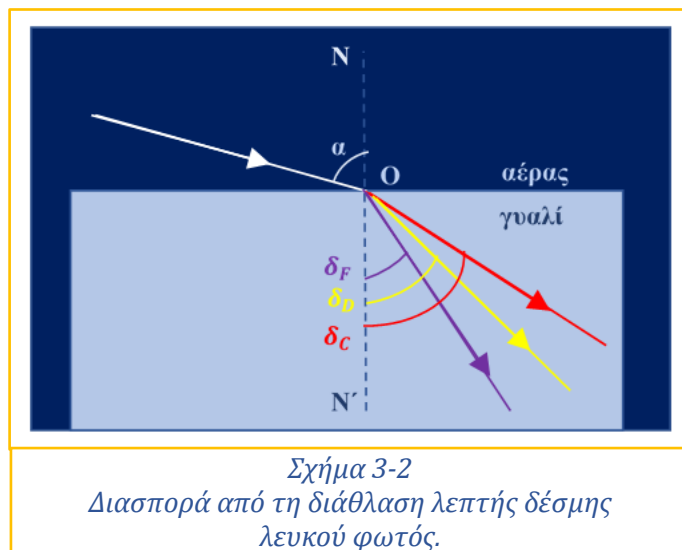
2. Η προσπίπτουσα ακτίνα, η διαθλώμενη ακτίνα και η κάθετος στη διαθλαστική επιφάνεια των δύο μέσων βρίσκονται στο ίδιο ακριβώς επίπεδο που είναι μάλιστα κάθετο στη διαθλαστική επιφάνεια.

$$\frac{\eta\mu \alpha}{\eta\mu \delta} = \frac{n_2}{n_1} \quad (3-3)$$

3.3 Διασπορά.

Όταν λεπτή δέσμη λευκού φωτός προσπέσει στη διαχωριστική επιφάνεια ενός οπτικού μέσου τότε δίνει πολλές διαθλώμενες ακτίνες διαφορετικών χρωμάτων (ένα πραγματικό συνεχές φάσμα). Στην κάθε ακτίνα αντιστοιχεί μια διαφορετική τιμή γωνίας διάθλασης δ (Σχ. 3-2). Το φαινόμενο αυτό καλείται **διασπορά**. Συνήθως από τα διάφορα χρώματα μελετάται ο δείκτης διάθλασης εκείνων που αντιστοιχούν στις σκοτεινές γραμμές του φάσματος απορρόφησης του Ήλιου. Αυτές οι φασματικές γραμμές καλούνται γραμμές Fraunhofer και συμβολίζονται με τα γράμματα: A, B, C, D και F .

Από τις γραμμές αυτές επιλέγονται τρεις οι: C, D, F που αντιστοιχούν σε κόκκινο, κίτρινο και κυανούν χρώμα με αντίστοιχα μήκη κύματος τα $C: 656.3 \text{ nm}$, $D: 589.2 \text{ nm}$, $F: 486.0 \text{ nm}$ και με αυτές εξετάζεται το φαινόμενο της διασποράς. Η γωνία που σχηματίζουν μεταξύ τους οι ακτίνες των γραμμών F και C μας υπολογίζει την διασπορά της δέσμης, ενώ η μέση αλλαγή της κατεύθυνσης της δέσμης σε σχέση με την προσπίπτουσα ακτίνα καθορίζεται από την γωνία της ακτίνας της D -γραμμής (Σχ. 3-2).



Σχήμα 3-2
Διασπορά από τη διάθλαση λεπτής δέσμης
λευκού φωτός.

Για σχετικά μικρές τιμές της γωνίας πρόσπτωσης προσδιορίζεται η τιμή:

$$v = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C} \quad (3-4)$$

που καλείται: **συντελεστής διασποράς** (ή **αριθμός του Abbe**) και λαμβάνει τιμές για τα διάφορα διαθλαστικά οπτικά μέσα από 20 έως 60. Το πηλίκο αυτό είναι χαρακτηριστικό για κάθε οπτική επιφάνεια. Το αντίστροφο του συντελεστή v καλείται διασκορπιστική ισχύς (P_D) και προφανώς είναι:

$$P_D = \frac{1}{v} = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} \quad (3-5)$$

Οι δείκτες διάθλασης που αναφέρονται στα διάφορα οπτικά μέσα ορίζονται συνήθως για την κίτρινη (D) γραμμή (589.2 nm). Στον πίνακα 3.II που ακολουθεί παρουσιάζεται ο αριθμός του *Abbe* (v) και ο δείκτης διάθλασης n_D για την κίτρινη (D) γραμμή διαφορετικών διαθλαστικών υλικών.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.II

Οπτικό μέσο	Σύμβολο	v	n_C	n_D	n_F
Borosilicate crown	BSC	66,4	1,49776	1,50000	1,50529
Borosilicate crown	BSC- 2	64,5	1,51462	1,51700	1,52264
Spectacle crown	SPC- 1	58,7	1,52042	1,52500	1,52933
Telescope flint	TF	51,6	1,52762	1,53050	1,53790
Dense barium flint	DBF	47,5	1,66650	1,67050	1,68050
Light flint	LF	41,2	1,57208	1,57600	1,58606
Dense flint	DF- 2	36,6	1,61216	1,61700	1,62901
Extra dense flint	DF- 3	29,1	1,71303	1,72000	1,73780

3.4 Ορική γωνία - Ολική ανάκλαση.

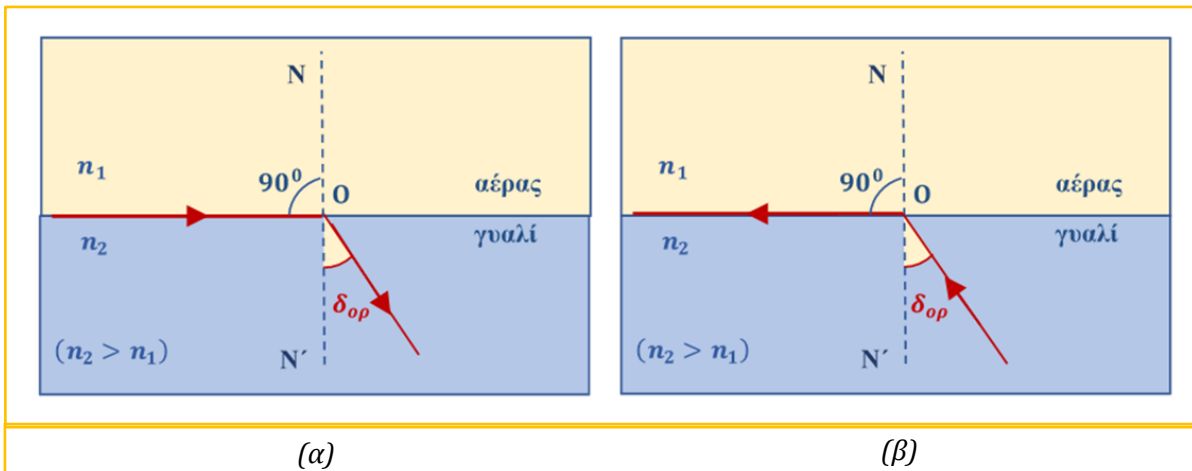
Όταν μονοχρωματική φωτεινή ακτίνα μεταβαίνει από οπτικά αραιότερο σε οπτικά πυκνότερο μέσο παρατηρείται ότι εάν αυξάνεται η γωνία πρόσπτωσης α θα αυξάνεται αντίστοιχα και η γωνία διάθλασης δ . Στην περίπτωση κατά την οποία η γωνία πρόσπτωσης γίνει 90° δηλαδή: $\alpha = 90^\circ$ τότε από το νόμο του Snell προκύπτει:

$$n_1 \cdot \eta\mu 90^\circ = n_2 \cdot \eta\mu \delta \quad \text{και έτσι } \eta\mu \delta = \frac{n_1}{n_2}$$

Η τιμή της γωνίας διάθλασης σε αυτή την περίπτωση καλείται **ορική γωνία** (δ_{op}) και είναι:

$$\eta\mu \delta_{op} = \frac{n_1}{n_2} \quad (3-6)$$

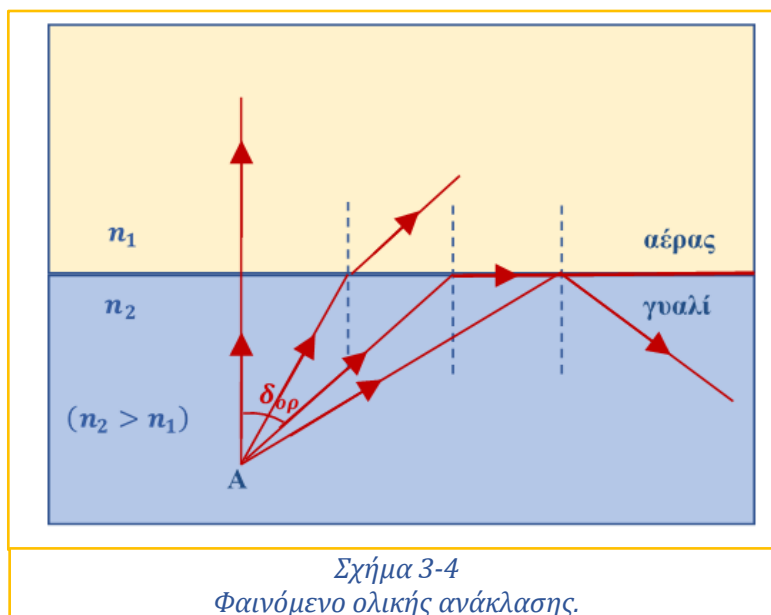
Επομένως **ορική γωνία** καλείται η μέγιστη δυνατή γωνία διάθλασης που πραγματοποιείται όταν η γωνία πρόσπτωσης λάβει την τιμή $\alpha = 90^\circ$ στη περίπτωση που η μονοχρωματική φωτεινή ακτίνα μεταβαίνει από οπτικά αραιότερο σε οπτικά πυκνότερο μέσο (Σχ. 3-3α).



Σχήμα 3-3
Ορική γωνία κατά την μετάβαση φωτεινής ακτίνας (α) από αραιότερο σε πυκνότερο μέσο και (β) από πυκνότερο σε αραιότερο μέσο.

Όταν αντίστροφα μονοχρωματική, φωτεινή ακτίνα μεταβαίνει από οπτικά πυκνότερο σε οπτικά αραιότερο μέσο ορική γωνία καλείται η μέγιστη δυνατή γωνία πρόσπτωσης στην οποία και αντιστοιχεί γωνία διάθλασης: $\alpha = 90^\circ$ (Σχ. 3-3β).

Όταν μονοχρωματική φωτεινή ακτίνα τείνει να μεταβεί από οπτικά πυκνότερο σε οπτικά αραιότερο μέσο και η γωνία πρόσπτωσης είναι μεγαλύτερη της ορικής τότε η φωτεινή αυτή ακτίνα παθαίνει ανάκλαση στη διαχωριστική επιφάνεια και επιστρέφει ολόκληρη στο ίδιο οπτικό μέσο. Το φαινόμενο αυτό καλείται **ολική ανάκλαση** (Σχ. 3-4).



Σχήμα 3-4
Φαινόμενο ολικής ανάκλασης.

Στον πίνακα 3.III που ακολουθεί παρουσιάζεται ο δείκτης διάθλασης και η αντίστοιχη ορική γωνία για διάφορα οπτικά μέσα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.III

Οπτικό μέσο	Νερό	Crown	Flint	Τιτάνιο	Διαμάντι
Δείκτης διάθλασης (n)	1,33	1,52	1,60	1,70	2,45
Ορική γωνία ($\delta_{\sigma\rho}$)	48,75°	41,14°	38,68°	36,03°	24,09°

3.5 Οπτικός δρόμος

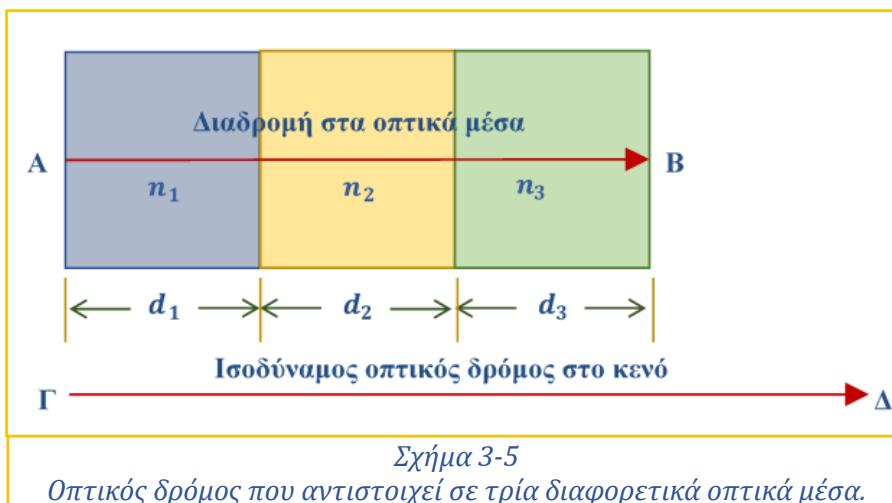
Μια από τις πιο θεμελιώδεις έννοιες στη γεωμετρική οπτική είναι ο ορισμός ενός μεγέθους που ονομάζεται **οπτικός δρόμος**. Η απόσταση που διατρέχει το φως σε ένα οπτικό μέσο δίνεται από το γινόμενο της ταχύτητας επί τον χρόνο δηλαδή: $d = ct$ (Γεωμετρικός δρόμος).

Εάν το ίδιο χρονικό διάστημα το φως διαδίδεται στο κενό θα διατρέχει διάστημα s που δίνεται από την σχέση: $s = c_0 t$. Από τον ορισμό του απόλυτου δείκτη διάθλασης: $n = \frac{c_0}{c}$ προκύπτει ότι:

$$d = \frac{c_0 t}{n} \text{ ήτοι: } nd = c_0 t \text{ και έτσι τελικά:}$$

$$s = nd \quad (3-7)$$

Ο οπτικός δρόμος αντιπροσωπεύει την απόσταση που διατρέχει το φως στο κενό στον ίδιο ακριβώς χρόνο που διαδίδεται αυτό σε κάποιο οπτικό μέσο. Εύκολα λοιπόν αποδεικνύεται ότι εάν ο γεωμετρικός δρόμος σε κάποιο οπτικό μέσο (με δείκτη διάθλασης n) είναι d τότε ο αντίστοιχος οπτικός δρόμος είναι το γινόμενο nd . Βέβαια στη περίπτωση του κενού (ή του αέρα) όπου $n \cong 1$ ο οπτικός και ο γεωμετρικός δρόμος ταυτίζονται. Εάν το φως ταξιδεύει δια μέσου μιας σειράς διαδοχικών οπτικών μέσων με πάχη d, d', d'', \dots και δείκτες διάθλασης n, n', n'', \dots ο ολικός οπτικός δρόμος υπολογίζεται από το άθροισμα $\Gamma\Delta = nd + n'd' + \dots$. Ένα διάγραμμα στο οποίο παρουσιάζεται σχηματικά η έννοια του οπτικού δρόμου είναι και το παρακάτω (Σχ. 3-5).



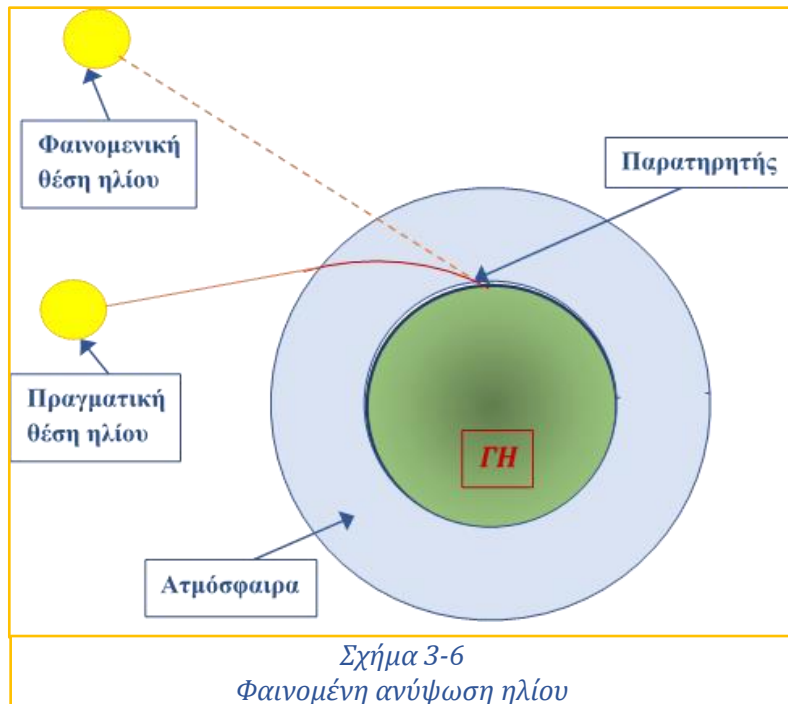
Εδώ τρία οπτικά μέσα με δείκτες διάθλασης n, n', n'' και αντίστοιχα πάχη d, d', d'' είναι το ένα σε επαφή με το άλλο. Η διαδρομή $\Gamma\Delta$ δείχνει την ισόχρονη απόσταση, δηλαδή, την απόσταση που θα

διέτρεχε το φως στον ίδιο χρόνο εάν διαδιδόταν στο κενό.

3.6 Διάθλαση σε οπτικού μέσου που έχει δείκτη διάθλασης με διαρκώς μεταβλλόμενη τιμή.

Όταν μια μονοχρωματική φωτεινή ακτίνα διαδίδεται από ένα σημείο σε ένα άλλο του ίδιου οπτικού μέσου του οποίου ο δείκτης διάθλασης μεταβάλλεται διαρκώς χωρίς να υπάρχει σαφής διαχωριστική επιφάνεια τότε το αποτέλεσμα είναι μια συνεχής κάμψη της φωτεινής ακτίνας η οποία τελικά φαίνεται να ακολουθεί μια καμπύλη τροχιά. Τέτοια φαινόμενα παρατηρούνται στα διάφορα στρώματα της ατμόσφαιρας.

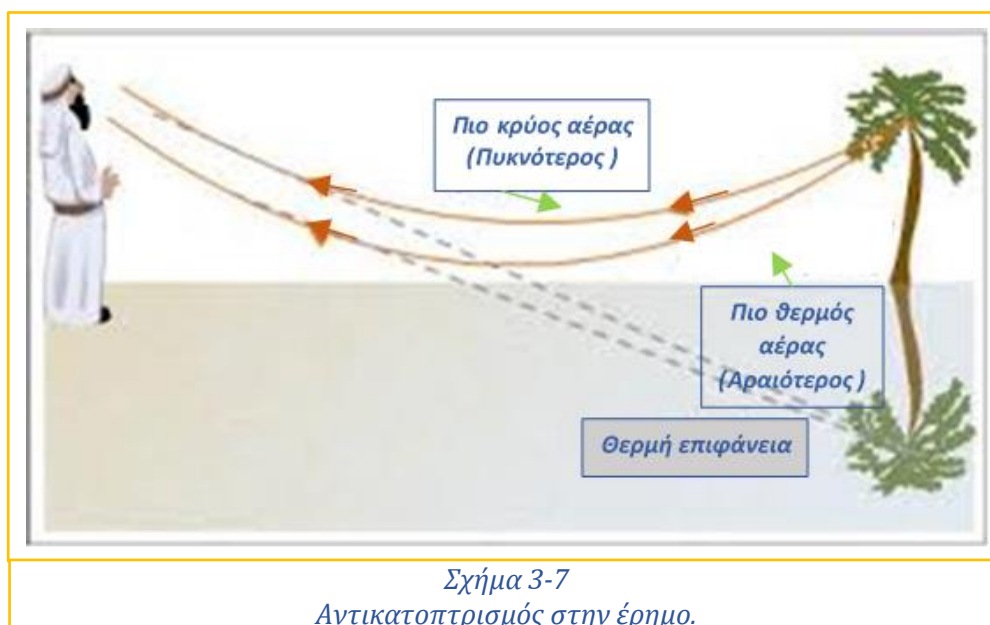
A) Φαινόμενη ανύψωση. Όταν οι φωτεινές ακτίνες που προέρχονται από τον ήλιο ή από άλλους μακρινούς αστέρες διέρχονται από την ατμόσφαιρα παθαίνουν μια συνεχή διάθλαση. Καθώς οι ακτίνες πλησιάζουν την επιφάνεια της γης όπου τα στρώματα του αέρα γίνονται οπτικά πυκνότερα (με αποτέλεσμα την συνεχή αύξηση του δείκτη διάθλασης) οι διευθύνσεις τους πλησιάζουν την κατακόρυφο. Ένας παρατηρητής στη γη αντιλαμβάνεται τον ήλιο όχι στη πραγματική του θέση αλλά σε άλλη υψηλότερη της πραγματικής (Σχ. 3-6). Αποτέλεσμα αυτής της ατμοσφαιρικής διάθλασης είναι η



φαινόμενη αύξηση της διάρκειας της ημέρας η οποία μάλιστα στο γεωγραφικό πλάτος της Ελλάδας μπορεί να φτάσει και τα 6 min περίπου.

B) Αντικατοπτρισμός. Το φαινόμενο αυτό είναι αποτέλεσμα της ολικής ανάκλασης του φωτός και με αυτό ερμηνεύεται η αναστροφή αντικειμένων, η φαινόμενη ανύψωση πλοίων αλλά και ο αντικατοπτρισμός του ουρανού. Τα στρώματα αέρα τα οποία βρίσκονται κοντά στο έδαφος και είναι πολύ θερμά λόγω της επαφής τους με το θερμότερο στρώμα της άμμου των ερήμων είναι οπτικά πυκνότερα εκείνων που βρίσκονται σε κάπως μεγαλύτερο ύψος.

Έτσι φωτεινή ακτίνα που προσεγγίζει το έδαφος, ακολουθεί τροχιά που αποκλίνει της κατακόρυφου. Όταν φθάσει σε στρώμα επί της επιφανείας του οποίου σχηματίζει αντίστοιχη γωνία πρόσπτωσης μεγαλύτερη της ορικής παθαίνει ολική ανάκλαση. Από το σημείο αυτό και μετά ακολουθεί αντίθετη πορεία και με διαδρομή συμμετρική της αρχικής.



Άρα ο παρατηρητής δέχεται διαθλώμενες ακτίνες που νομίζει ότι αυτές προέρχονται από συμμετρικό σημείο ως προς το επίπεδο στο οποίο πραγματοποιήθηκε η ολική ανάκλαση. Αποτέλεσμα αυτού είναι τα αντικείμενα να εμφανίζονται σε αυτόν ανεστραμμένα και συμμετρικά σε σχέση με τα πραγματικά (Σχ. 3-7).

Το ίδιο φαινόμενο παρατηρείται και σε επιφάνειες ασφαλτοστρωμένων δρόμων κατά την καλοκαιρινή περίοδο οπότε ο παρατηρητής λόγω του αντικατοπτρισμένου ουρανού δημιουργεί την εσφαλμένη εντύπωση ότι ο δρόμος έχει βραχεί.

3.7 Διάδοση του φωτός σε διαφανή σώματα

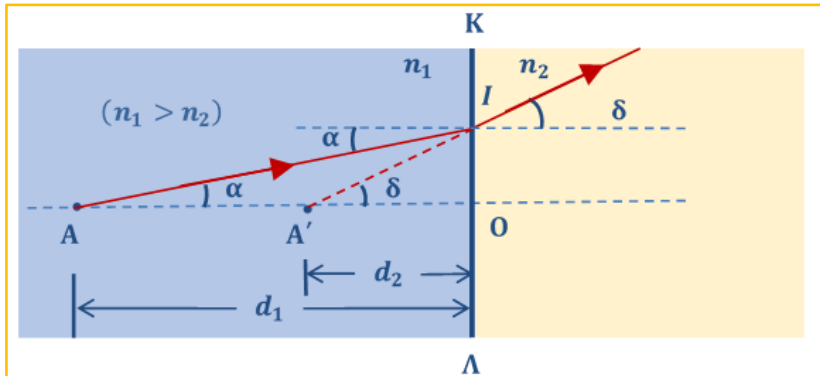
Τα διαφανή σώματα δια μέσου των οποίων διέρχεται το φως δύνανται να διαχωρίζονται συνήθως από το οπτικό μέσο που τα περιβάλλει σύμφωνα με τα εξής:

- α) Μία επίπεδη διαθλαστική επιφάνεια (επίπεδο δίοπτρο).
- β) Δύο επίπεδες και παράλληλες έδρες (πλάκες).
- γ) Δύο επίπεδες έδρες που σχηματίζουν ορισμένη γωνία (πρίσματα).
- δ) Μια σφαιρική διαθλαστική επιφάνεια (σφαιρικό δίοπτρο).
- ε) Επίπεδες και σφαιρικές επιφάνειες κυρτές ή και κοίλες (φακοί).

3.8 Επίπεδο δίοπτρο

Επίπεδο δίοπτρο καλείται κάθε σύστημα δυο διαφορετικών οπτικών μέσων τα οποία διαχωρίζονται από επίπεδη διαθλαστική επιφάνεια. Τέτοια δίοπτρα είναι υγρό που ηρεμεί και ο αέρας πάνω από αυτό, νερό και λάδι που βρίσκονται στο ίδιο δοχείο κ.α.

Έστω μια πραγματική φωτεινή πηγή A που βρίσκεται σε ένα οπτικό μέσο απολύτου δείκτη διάθλασης n_1 το οποίο διαχωρίζεται από ένα άλλο οπτικό μέσο με δείκτη διάθλασης n_2 από επίπεδη διαθλαστική επιφάνεια KL και $n_1 > n_2$ (Σχ. 3-8). Οι φωτεινές ακτίνες όταν μεταβούν στο δεύτερο οπτικό μέσο απομακρύνονται από την κάθετη στη διαχωριστική επιφάνεια των δυο μέσων.

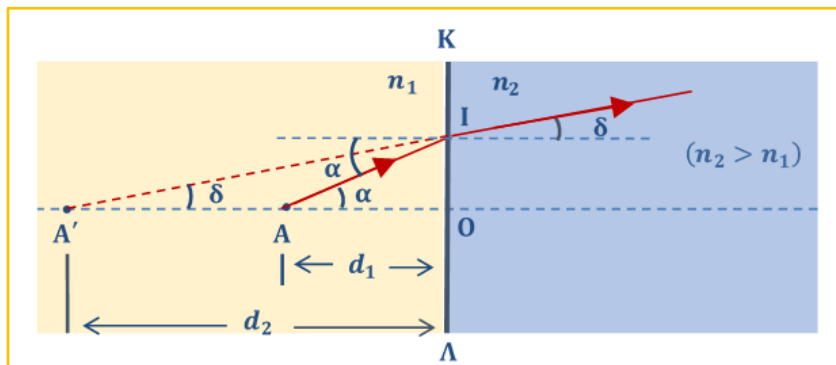


Σχήμα 3-8

Εύρεση ειδώλου σε επίπεδο δίοπτρο από σημειακό, φωτεινό πραγματικό αντικείμενο όταν το φως μεταβαίνει από πυκνότερο σε αραιότερο οπτικό μέσο

Στην περίπτωση που $n_2 > n_1$ οι φωτεινές ακτίνες πλησιάζουν την κάθετη στη διαχωριστική επιφάνεια των δυο μέσων (Σχ. 3-9).

Για το σημείο I ο νόμος του Snell δίνει: $n_1 \eta \mu \alpha > n_2 \eta \mu \delta$. Από τα ορθογώνια τρίγωνα AOI και $A'OI$ προκύπτει: $IO = AO \epsilon \phi \alpha$ και $IO = A'O \epsilon \phi \delta$. Επειδή οι γωνίες α, δ θεωρούνται σχετικά μικρές μπορούν να αντικατασταθούν οι εφαπτόμενες τους με τα α-



Σχήμα 3-9

Εύρεση ειδώλου σε επίπεδο δίοπτρο από σημειακό, φωτεινό πραγματικό αντικείμενο όταν το φως μεταβαίνει από αραιότερο σε πυκνότερο οπτικό μέσο

ντίστοιχα ημίτονα και έτσι από τις προηγούμενες σχέσεις προκύπτει:

$$AO \eta \mu \alpha = A'O \eta \mu \delta. \text{ Εάν τεθεί } AO = d_1 \text{ και } A'O = d_2 \text{ θα ισχύει: } \frac{d_1}{n_1} = \frac{d_2}{n_2}.$$

όπου d_1 η απόσταση του αντικειμένου από την διαθλαστική επιφάνεια και d_2 η αντίστοιχη απόσταση του ειδώλου.

Επειδή το είδωλο είναι φανταστικό, η προηγούμενη σχέση θα γράφεται:

$$-\frac{d_1}{d_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (3-8)$$

Η σχέση καλείται και εξίσωση του επιπέδου δίοπτρου ισχύει δε και στη περίπτωση που η προσπίπτουσα δέσμη είναι συγκλίνουσα.

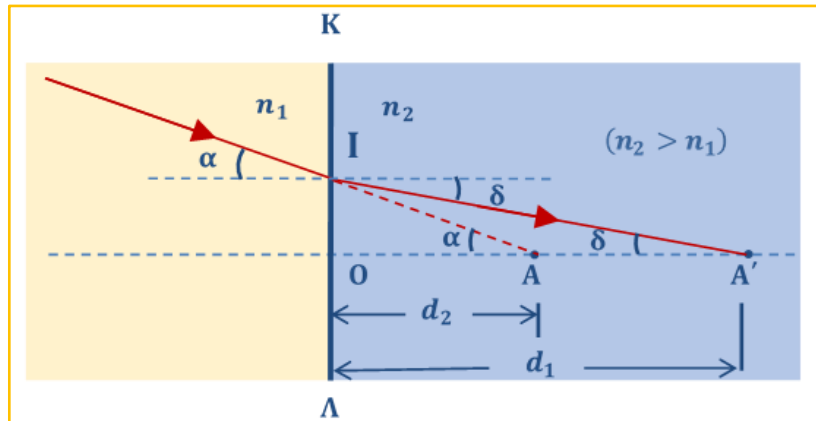
Στην περίπτωση αυτή από φανταστικό σημειακό αντικείμενο δημιουργείται (μέσω της διάθλασης) πραγματικό είδωλο (Σχ. 3-10 και Σχ. 3-11).

Τονίζεται ότι στην εξίσωση (3-8) οι αποστάσεις d_1, d_2 θα λαμβάνονται θετικές εάν αναφέρονται σε πραγματικά αντικείμενα (ή είδωλα) ενώ θα λαμβάνονται αρνητικές εάν αναφέρονται σε φανταστικά αντικείμενα (ή είδωλα).

Η απόσταση d_1 είναι η απόσταση του στίγματος της προσπίπτουσας δέσμης από την διαθλαστική επιφάνεια και n_1 ο δείκτης διάθλασης του οπτικού μέσου που βρίσκεται η προσπίπτουσα δέσμη, ενώ d_2 είναι η απόσταση του στίγματος της διαθλώμενης δέσμης και n_2 ο δείκτης διάθλασης του μέσου που βρίσκεται η διαθλώμενη δέσμη.

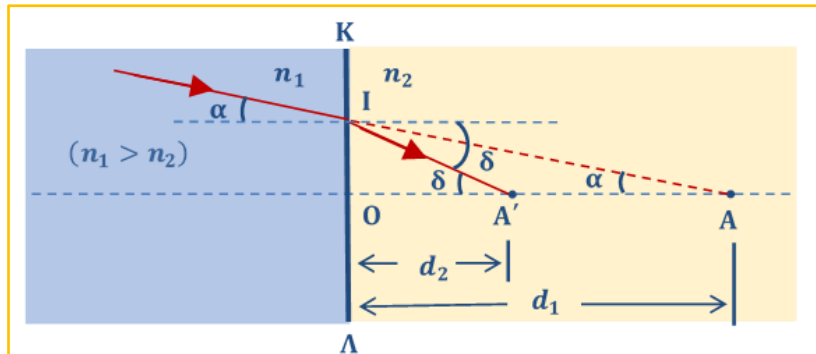
Σε επίπεδο δίοπτρο σχηματίζεται φανταστικό είδωλο από πραγματικό αντικείμενο και πραγματικό είδωλο από φανταστικό αντικείμενο.

Το είδωλο ενός γραμμικού αντικειμένου παρουσιάζεται πάντοτε ορθό ως προς το αντικείμενο (Σχ. 3-12).



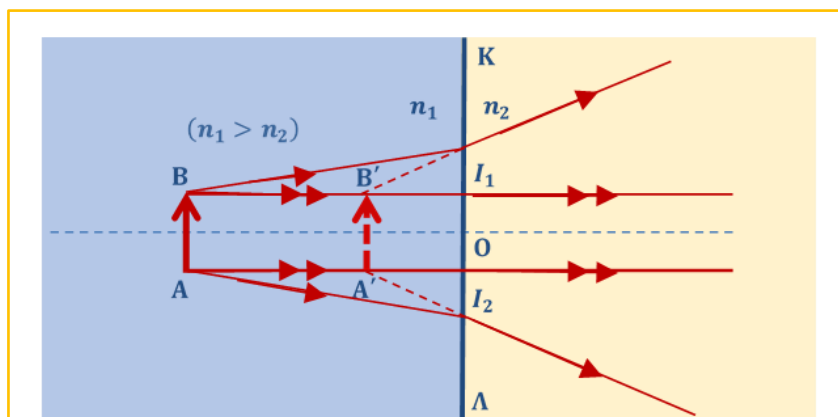
Σχήμα 3-10

Εύρεση ειδώλου σε επίπεδο δίοπτρο από σημειακό, φωτεινό φανταστικό αντικείμενο όταν το φως μεταβαίνει από αραιότερο σε πυκνότερο οπτικό μέσο.



Σχήμα 3-11

Εύρεση ειδώλου σε επίπεδο δίοπτρο από σημειακό, φωτεινό φανταστικό αντικείμενο όταν το φως μεταβαίνει από πυκνότερο σε αραιότερο οπτικό μέσο.



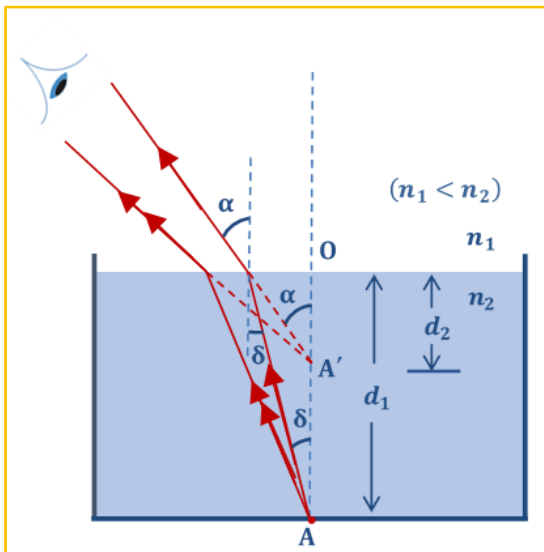
Σχήμα 3-12

Το είδωλο ενός γραμμικού αντικειμένου σε επίπεδο δίοπτρο.

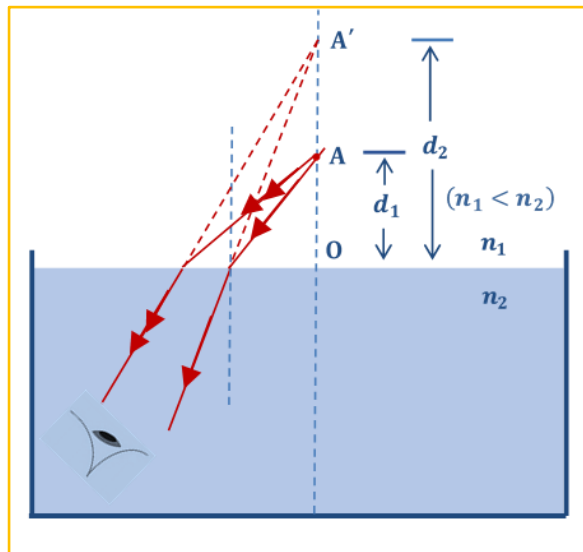
3.9 Φαινόμενα που οφείλονται στη διάθλαση υγρών.

Φαινόμενα που οφείλονται στη διάθλαση υγρών είναι η φαινόμενη ανύψωση π.χ. του πυθμένα δοχείου. Ένα φωτεινό αντικείμενο που βρίσκεται εντός διαφανούς υγρού και παρατηρείται από εξωτερικό παρατηρητή λόγω του φαινομένου της διάθλασης των εξερχόμενων ακτινών θα φαίνεται ότι είναι σε θέση διαφορετική της πραγματικής.

Στην περίπτωση αυτή επειδή οι φωτεινές ακτίνες προέρχονται από οπτικά πυκνότερο μέσο αποκλίνουν της κάθετου καθώς εξέρχονται από το υγρό με αποτέλεσμα να δημιουργείται στο παρατηρητή η εσφαλμένη εντύπωση ότι αυτό βρίσκεται σε σχετικά υψηλότερη θέση από την πραγματική (Σχ. 3-13).



Σχήμα 3-14
Φαινόμενη ανύψωση αντικειμένου
εντός υγρού.



Σχήμα 3-14
Φαινόμενη απομάκρυνση αντικειμένου.
εκτός υγρού.

Η φαινόμενη ανύψωση στην περίπτωση αυτή είναι:

$\Delta d = d_1 - d_2$ και επειδή: $d_2 = \frac{d_1}{n}$ αφού $n_1 = n$ και $n_2 = 1$ (αέρας) τελικά ισχύει:

$$\Delta d = d_1 \left(1 - \frac{1}{n}\right) \quad (3-9)$$

Έστω τώρα ότι η φωτεινή πηγή είναι στον αέρα και ο παρατηρητής στο υγρό (Σχ.3-14).

Η φαινόμενη απομάκρυνση θα είναι:

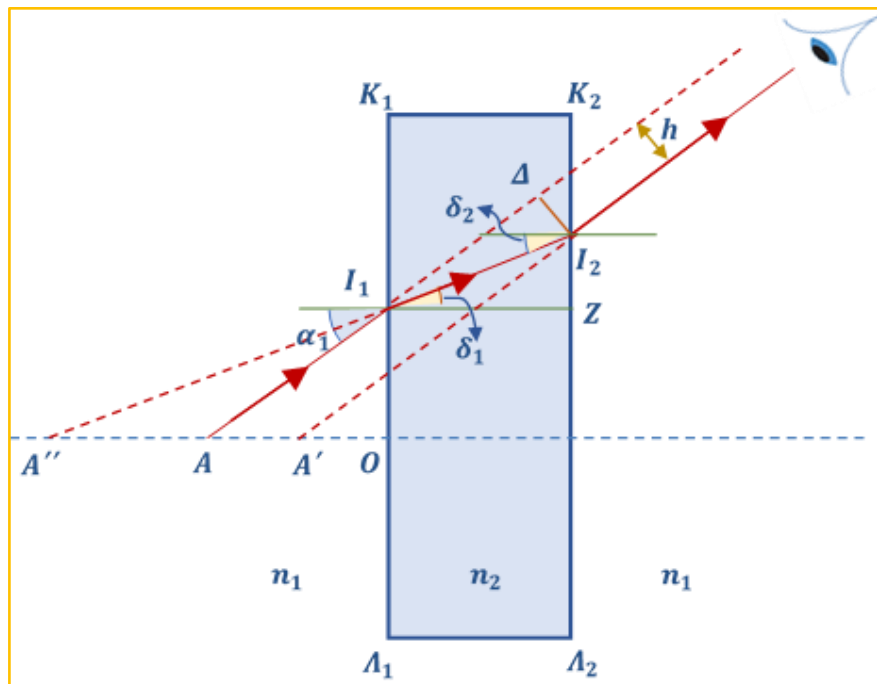
$\Delta d = d_1 - d_2$ και επειδή: $d_2 = nd_1$ αφού $n_1 = 1$ (αέρας) και $n_2 = n$ τελικά ισχύει:

$$\Delta d = d_1(n - 1) \quad (3-10)$$

3.10 Διάθλαση δια μέσου διαφανούς πλάκας με επίπεδες, παράλληλες έδρες.

Έστω διαφανής πλάκα με παράλληλες έδρες η οποία διαθέτει απόλυτο δείκτη διάθλασης n_2 και πάχος d . Η πλάκα περιβάλλεται από το ίδιο οπτικό μέσο απολύτου δείκτη διάθλασης n_1 , όπου $n_2 > n_1$.

Από μια σημειακή φωτεινή πηγή A μονοχρωματική ακτίνα προσπίπτει στη πρώτη έδρα στην θέση I_1 και επειδή εισέρχεται σε οπτικά πυκνότερο μέσο πλησιάζει την κάθετο και έτσι φαίνεται σαν να προέρχεται από το A'' . Το σημείο A'' αποτελεί είδωλο φανταστικό του πραγματικού αντικειμένου A για την πρώτη έδρα της επίπεδης πλάκας (Σχ.3-15).



Σχήμα 3-15

Παράλληλη μετατόπιση ακτίνας δια μέσου πλάκας με παράλληλες έδρες.

Από την σχέση για τα επίπεδα δίοπτρα ισχύει: $-\frac{d_1}{d'} = \frac{n_1}{n_2}$

Το σημείο A'' αποτελεί ταυτόχρονα πραγματικό αντικείμενο για τη δεύτερη έδρα της πλάκας η οποία παρέχει τελικά φανταστικό είδωλο A' . Από τη σχέση των επιπέδων δίοπτρων για τη

δεύτερη έδρα θα ισχύει: $-\frac{d' + d}{d_2 + d} = \frac{n_2}{n_1}$

Από τον συνδυασμό των δυο προηγούμενων σχέσεων προκύπτει:

$$d' = d_1 \frac{n_2}{n_1} \text{ και } d_1 \frac{n_2}{n_1} + d = d_2 \frac{n_2}{n_1} + d \frac{n_2}{n_1} \text{ επομένως } d_1 \frac{n_2}{n_1} + d = d_2 \frac{n_2}{n_1} + d \frac{n_2}{n_1}$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της προηγούμενης σχέσης με $\frac{n_1}{n_2}$ προκύπτει:

$$d_1 + d \frac{n_1}{n_2} = d_2 + d \text{ και τελικά: } d_2 = d_1 + d \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right)$$

Η μεταβολή της θέσης του τελικού ειδώλου σε σχέση με το αρχικό αντικείμενο είναι:

$$AA' = \Delta d = d_1 - d_2 = d - d \frac{n_1}{n_2} = d \left(1 - \frac{n_1}{n_2} \right) \text{ επομένως:}$$

$$AA' = d \left(1 - \frac{n_1}{n_2} \right) \quad (3-11)$$

Εάν το οπτικό μέσο που περιβάλλει την πλάκα είναι ο αέρας ($n_1 = 1$) τότε η προηγούμενη σχέση γράφεται: $AA' = d \left(1 - \frac{1}{n}\right)$ όπου $n = n_2$.

Ο νόμος του Snell στα σημεία I_1 και I_2 , δίνει: $n_1 \eta \mu \alpha_1 = n_2 \eta \mu \delta_1$ και $n_2 \eta \mu \delta_2 = n_1 \eta \mu \alpha_2$

Αν ληφθεί υπ' όψη ότι $\delta_1 = \delta_2$ ως εντός εναλλάξ των δυο παραλλήλων από τις προηγούμενες σχέσεις προκύπτει: $\eta \mu \alpha_1 = \eta \mu \alpha_2$ και άρα $\alpha_1 = \alpha_2$. Επομένως η τελικά εξερχόμενη ακτίνα θα είναι παράλληλη στην αρχικά προσπίπτουσα (με την απαραίτητη προϋπόθεση ότι εκατέρωθεν της πλάκας υπάρχει το ίδιο ακριβώς οπτικό μέσο).

Όταν εκατέρωθεν της πλάκας δεν υπάρχει το ίδιο οπτικό μέσο η τελικά εξερχόμενη ακτίνα δεν θα είναι παράλληλη στην αρχικά προσπίπτουσα. Για την εύρεση του τελικά σχηματιζόμενου ειδώλου εφαρμόζεται η σχέση των επιπέδων διόπτρων για τις δύο έδρες της πλάκας ξεχωριστά.

Η παράλληλη μετατόπιση της εξερχόμενης ακτίνας προσδιορίζεται από τον υπολογισμό της απόστασης $I_2 \Delta = h$ (Σχ. 3-15).

Από το τρίγωνο $I_1 I_2 Z$ προκύπτει: $I_1 I_2 = \frac{I_1 Z}{\sigma \nu \nu \delta_1} = \frac{d}{\sigma \nu \nu \delta_1}$ και από το $I_1 I_2 \Delta$:

$h = I_2 \Delta = I_1 I_2 \eta \mu (\alpha_1 - \delta_1)$ και τελικά:

$$h = d \frac{\eta \mu (\alpha_1 - \delta_1)}{\sigma \nu \nu \delta_1} \quad (3-12)$$

Η γωνία πρόσπτωσης λαμβάνει τιμές από 0° (κάθετη πρόσπτωση) έως τις 90° (παράλληλη πρόσπτωση) και επομένως η παράλληλη μετατόπιση θα παίρνει τιμές από 0 έως d . Αυτό προκύπτει αλγεβρικά από τη διερεύνηση της προηγούμενης σχέσης:

α) Όταν $\alpha = 0^\circ$, τότε και $\delta = 0^\circ$ άρα και παράλληλη μετατόπιση με $h = 0$.

β) Όταν $\alpha = 90^\circ$, τότε ισχύει: παράλληλη μετατόπιση με $h = d \frac{\eta \mu (90^\circ - \delta_1)}{\sigma \nu \nu \delta_1} = d \frac{\sigma \nu \nu \delta_1}{\sigma \nu \nu \delta_1} = d$.

Ένας παρατηρητής δια μέσου επίπεδης πλάκας όταν παρατηρεί ένα σημειακό αντικείμενο Α θα το αντιλαμβάνεται πιο κοντά σε αυτόν.

3.11 Διάθλαση δια μέσου πολλών παραλλήλων πλακών.

Έστω φωτεινή μονοχρωματική ακτινοβολία διαπερνά τις πλάκες του σχήματος που ακολουθεί (Σχ. 3-16). Με την εφαρμογή του νόμου του Snell σε κάθε σημείο εισόδου προκύπτει:

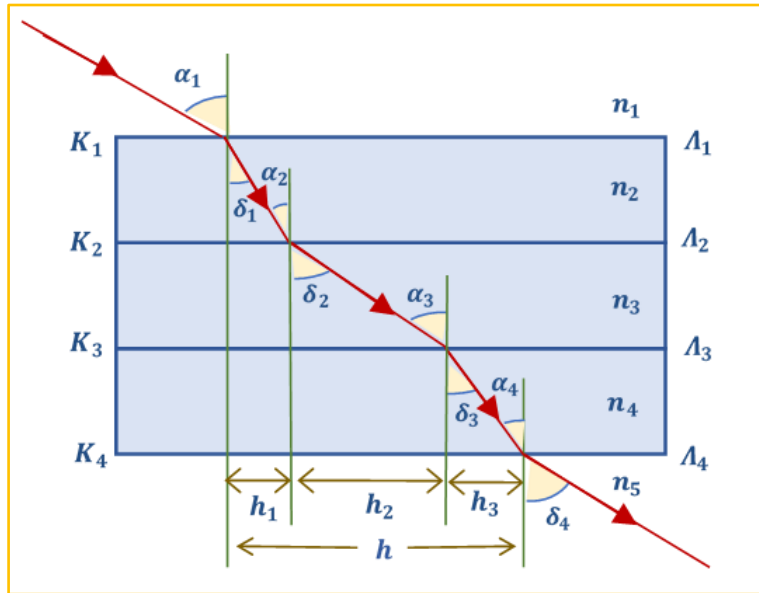
$$n_1 \eta \mu \alpha_1 = n_2 \eta \mu \delta_1, \quad n_2 \eta \mu \alpha_2 = n_3 \eta \mu \delta_2, \quad n_3 \eta \mu \alpha_3 = n_4 \eta \mu \delta_3, \quad n_4 \eta \mu \alpha_4 = n_5 \eta \mu \delta_4$$

Εάν μάλιστα ληφθεί υπ' όψη ότι: $\delta_1 = \alpha_2$, $\delta_2 = \alpha_3$, $\delta_3 = \alpha_4$ (γωνίες εντός εναλλάξ παραλλήλων ευθειών) τότε διά πολλαπλασιασμού κατά μέλη των προηγούμενων εξισώσεων αποδεικνύεται ότι ισχύει:

$$n_1 \eta \mu \alpha_1 = n_5 \eta \mu \delta_4. \quad (3-13)$$

Επομένως η γωνία υπό την οποία εξέρχεται τελικώς η φωτεινή ακτίνα από το σύστημα των πλακών είναι ανεξάρτητη του αριθμού αυτών καθώς και της φύσης τους.

Εάν η μονοχρωματική φωτεινή ακτίνα μεταβαίνει από τον αέρα στον αέρα δηλαδή $n_1 = n_5 = 1$ διερχόμενη από πολλές πλάκες με παράλληλες έδρες δεν παθαίνει εκτροπή αλλά εξέρχεται παράλληλα στην αρχική προσπίπτουσα διότι $\alpha_1 = \delta_4$.



Σχήμα 3-16

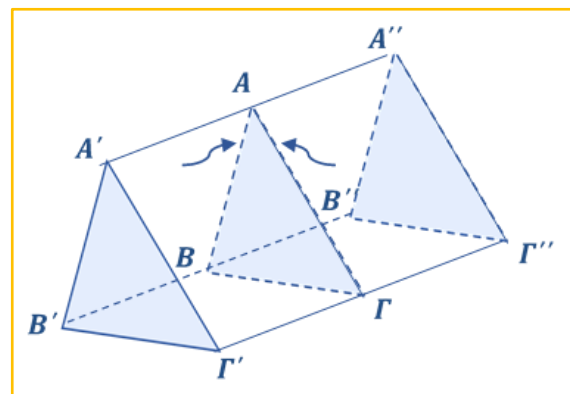
Διάθλαση δια μέσου πολλών, διαδοχικών πλακών.

3.12 Διάθλαση σε πρίσμα.

Οπτικό πρίσμα καλείται κάθε διαφανές, ομογενές και ισότροπο οπτικό μέσο το οποίο περιορίζεται από δύο επίπεδες επιφάνειες που δεν είναι παράλληλες (Σχ. 3-17).

Οι επιφάνειες $A\Gamma\Gamma'A''$ και $A'B'B''A''$ καλούνται έδρες του πρίσματος. Η τομή AA'' των επιπέδων αυτών καλείται ακμή του πρίσματος η δε σχηματιζόμενη διέδρος γωνία A θλαστική (ή διαθλαστική γωνία). Κάθε τομή $AB\Gamma$ από επίπεδο κάθετο στην ακμή AA'' καλείται κύρια τομή του πρίσματος.

Η επιφάνεια $B'B''\Gamma''\Gamma'$ είναι επίπεδο κάθετο στην κύρια τομή του πρίσματος και καλείται βάση αυτού.



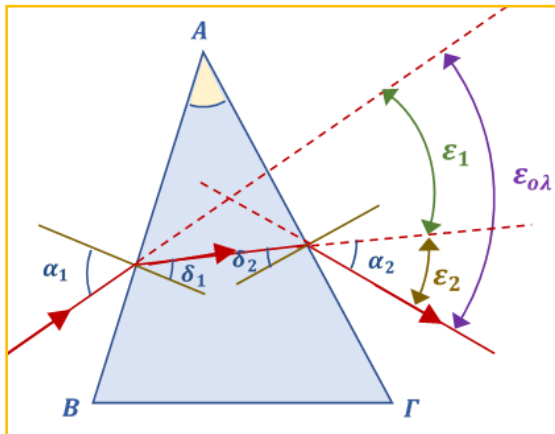
Σχήμα 3-17

Κύρια τομή οπτικού πρίσματος

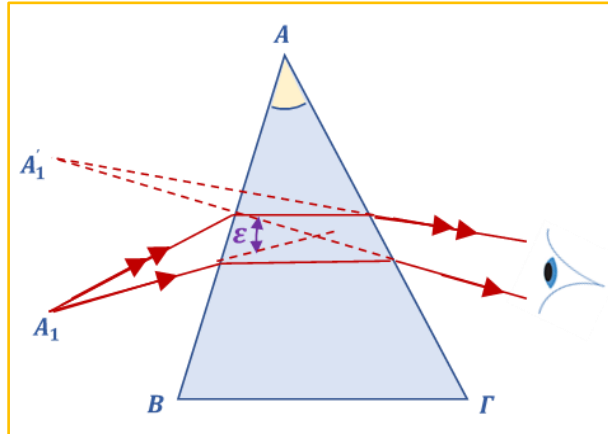
Για την μελέτη του φαινομένου της διάθλασης δια μέσου ενός οπτικού πρίσματος γίνονται οι παρακάτω υποθέσεις :

- Η χρησιμοποιούμενη λεπτή φωτεινή δέσμη είναι μονοχρωματική.
- Η δέσμη των ακτινών βρίσκεται στην επιφάνεια κύριας πρισματικής τομής.
- Οι προσπίπτουσες ακτίνες βρίσκονται κάτω από την κάθετο σε μια έδρα του οπτικού πρίσματος στο σημείο πρόσπτωσης.

- δ) Ο απόλυτος δείκτης διάθλασης του πρίσματος n_2 είναι μεγαλύτερος του απολύτου δείκτη διάθλασης n_1 που το περιβάλλει. Θεωρείται ότι υπάρχει το ίδιο οπτικό μέσο εξωτερικά εκατέρωθεν του πρίσματος.
- ε) **Εκτροπή** καλείται η γωνία ϵ που σχηματίζεται από τη διεύθυνση της προσπίπτουσας ακτίνας με την διεύθυνση της τελικά εξερχόμενης (Σχ. 3-18).



Σχήμα 3-19
Γωνία εκτροπής σε οπτικό πρίσμα.



Σχήμα 3-19
Εκτροπή αντικειμένου προς την κορυφή πρίσματος.

Η γωνία εκτροπής εξαρτάται από την γωνία προσπτώσεως α από την θλαστική γωνία A του πρίσματος και από το σχετικό δείκτη διάθλασης του πρίσματος ως προς το μέσον που το περιβάλλει.

Όταν παρατηρητής δεχθεί τις τελικώς εξερχόμενες ακτίνες θα αντιλαμβάνεται ότι προέρχονται από το σημείο A'_1 (είδωλο) και όχι από το σημείο A (αντικείμενο). Επομένως τα αντικείμενα που παρατηρούνται δια μέσου πρίσματος φαίνονται να εκτρέπονται με φορά προς την κορυφή του (Σχ. 3-19).

Η προηγούμενη διαπίστωση προέρχεται από το γεγονός ότι όλες οι φωτεινές ακτίνες που εξέρχονται από το πρίσμα εκτρέπονται προς τη βάση του.

3.13 Υπολογιστικές σχέσεις στα πρίσματα.

Έστω οπτικό πρίσμα με δείκτη διάθλασης n το οποίο περιβάλλεται από αέρα του οποίου ο δείκτης διάθλασης λαμβάνεται ίσος με την μονάδα. Ο νόμος του Snell όταν εφαρμοστεί στα σημεία I_1 και I_2 (Σχ. 3-20) δίνει:

$$n\mu\alpha_1 = n\eta\mu\delta_1 \quad (3-14)$$

$$n\eta\mu\delta_2 = n\mu\alpha_2 \quad (3-15)$$

Η γωνία K ισούται με τη θλαστική γωνία A του πρίσματος (έχει με αυτήν πλευρές κάθετες μια προς μία). Από το τρίγωνο I_1KI_2 προκύπτει:

$$A = \delta_1 + \delta_2 \quad (3-16)$$

Η γωνία εκτροπής ε από το τρίγωνο AI_1I_2 ως εξωτερική θα ισούται με το άθροισμα των δυο απέναντι εσωτερικών γωνιών φ και θ δηλαδή: $\varepsilon = \varphi + \theta$.

Επειδή $\varphi = \alpha_1 - \delta_1$ και $\theta = \alpha_2 - \delta_2$

θα ισχύει: $\varepsilon = \alpha_1 - \delta_1 + \alpha_2 - \delta_2 \Rightarrow$

$\varepsilon = \alpha_1 + \alpha_2 - A$ και τελικά:

$$\varepsilon = \alpha_1 + \alpha_2 - A \quad (3-17)$$

Με την προηγούμενη σχέση υπολογίζεται η γωνία εκτροπής ενός τριγωνικού πρίσματος.

Όπως μάλιστα προκύπτει από την σχέση αυτή η γωνία εκτροπής εξαρτάται από:

- Τη θλαστική γωνία α του πρίσματος.
- Το δείκτη διάθλασης n του πρίσματος (θεωρώντας ότι αυτό περιβάλλεται από αέρα) και
- Τη γωνία πρόσπτωσης α_1 της φωτεινής μονοχρωματικής ακτίνας στο πρίσμα.

Σύμφωνα με την αρχή της αντιστρόφου πορείας του φωτός εάν η ακτίνα προσπίπτει υπό γωνία δ_2 θα εξέρχεται υπό γωνία α_2 . Βέβαια και στις δυο αυτές περιπτώσεις θα παρατηρείται η ίδια γωνία εκτροπής ε . Επομένως στην ίδια γωνία εκτροπής θα αντιστοιχούν δυο διαφορετικές γωνίες πρόσπτωσης η α_1 αλλά και η α_2 .

Στη συνέχεια θα αποδειχθεί ότι η γωνία εκτροπής ε_{\min} είναι η ελάχιστη όταν:

Η γωνία εκτροπής σε τυχαίο πρίσμα δίνεται από τη σχέση: $\varepsilon = \alpha_1 + \delta_2 - A$ η οποία για να γίνει ελάχιστη θα πρέπει η παράγωγος της συνάρτησης αυτής ως προς α_1 να είναι μηδέν.

$$\text{Δηλαδή: } \frac{d\varepsilon}{d\alpha_1} = 0$$

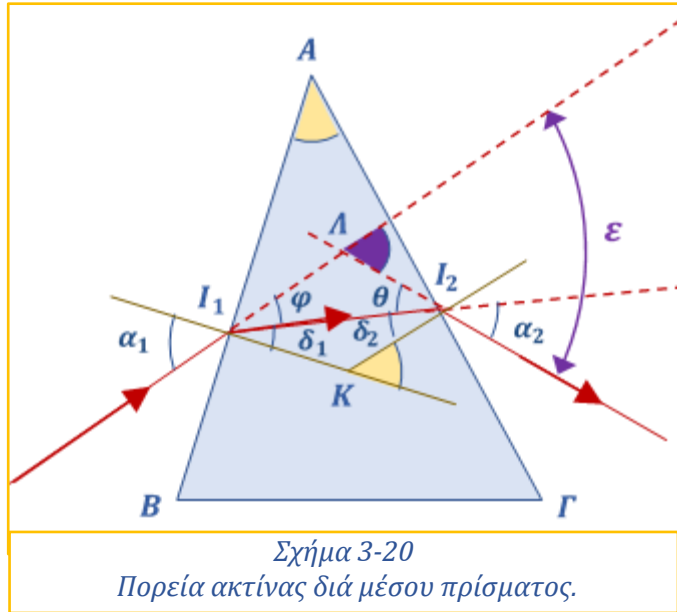
Επειδή η θλαστική γωνία του πρίσματος είναι σταθερή, θα πρέπει να ισχύει: $\frac{d\varepsilon}{d\alpha_1} = 1 + \frac{d\alpha_2}{d\alpha_1}$

Από τις προηγούμενες σχέσεις προκύπτει: $\frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = -1$ (1)

Δια παραγωγίσεως ως προς α_1 της σχέσης $\delta_1 + \delta_2 = A$ προκύπτει: $\frac{d\delta_1}{d\alpha_1} + \frac{d\delta_2}{d\alpha_1} = 0$ (2)

Ομοίως διά παραγωγίσεως αντιστοίχως των εξισώσεων 3-14 και 3-15 προκύπτει:

$$\frac{d\alpha_1}{d\delta_1} = n \frac{\sigma\upsilon\nu \delta_1}{\sigma\upsilon\nu \alpha_1} \quad (3) \quad \text{και} \quad \frac{d\alpha_2}{d\delta_2} = n \frac{\sigma\upsilon\nu \delta_2}{\sigma\upsilon\nu \alpha_2} \quad (4)$$



Από τον συνδυασμό των προηγούμενων σχέσεων (1), (2), (3), (4) προκύπτει:

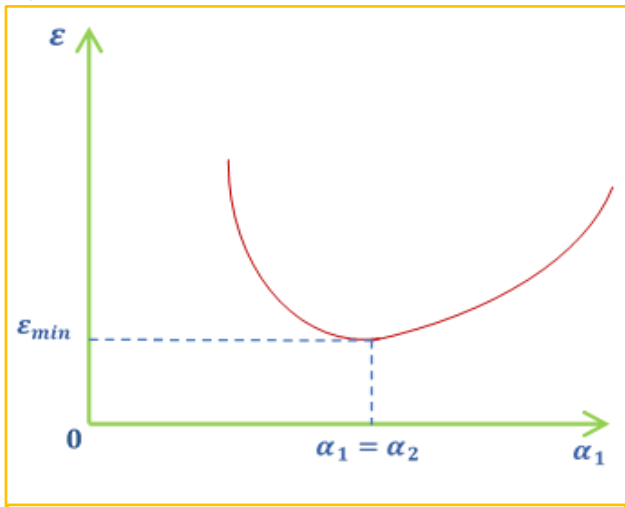
$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \delta_1} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \delta_2} \text{ και άρα } \frac{\sin^2 \alpha_1}{\sin^2 \delta_1} = \frac{\sin^2 \alpha_2}{\sin^2 \delta_2} \Rightarrow \frac{1 - \eta \mu^2 \alpha_1}{1 - \eta \mu^2 \delta_1} = \frac{1 - \eta \mu^2 \alpha_2}{1 - \eta \mu^2 \delta_2}$$

$$\text{και τελικά: } \frac{1 - \eta \mu^2 \alpha_1}{1 - \eta \mu^2 \delta_1} = \frac{n^2 - \eta \mu^2 \delta_2}{n^2 - \eta \mu^2 \alpha_2}$$

Επομένως: $(1 - n^2)\eta \mu^2 \alpha_1 = (1 - n^2)\eta \mu^2 \alpha_2 \Rightarrow \eta \mu^2 \alpha_1 = \eta \mu^2 \alpha_2$ και τελικά:

$$\alpha_1 = \alpha_2 \quad (3-18)$$

Εάν υποθεθεί ότι η θλαστική γωνία A του πρίσματος και ο δείκτης διάθλασης n αυτού διατηρούνται σταθερά τότε η μεταβολή της γωνίας εκτροπής σε συνάρτηση με τη γωνία πρόσπτωσης α δίνεται από το διάγραμμα $\epsilon = f(\alpha_1)$ (Σχ. 3-21). Επίσης από το διάγραμμα αυτό προκύπτει ότι σε μια τιμή της γωνίας εκτροπής αντιστοιχούν δυο τιμές της γωνίας πρόσπτωσης α_1, α_2 .



Σχήμα 3-21
Ελάχιστη γωνία εκτροπής

Από τις δυο αυτές τιμές η μια αντιστοιχεί στη γωνία πρόσπτωσης και η άλλη στη γωνία της τελικώς εξερχόμενης ακτίνας. Ακόμη είναι φανερό ότι όταν η γωνία α_1 αυξάνει, η γωνία α_2 ελαττώνεται και στη θέση ελαχίστης εκτροπής θα ισχύει $\alpha_1 = \alpha_2$.

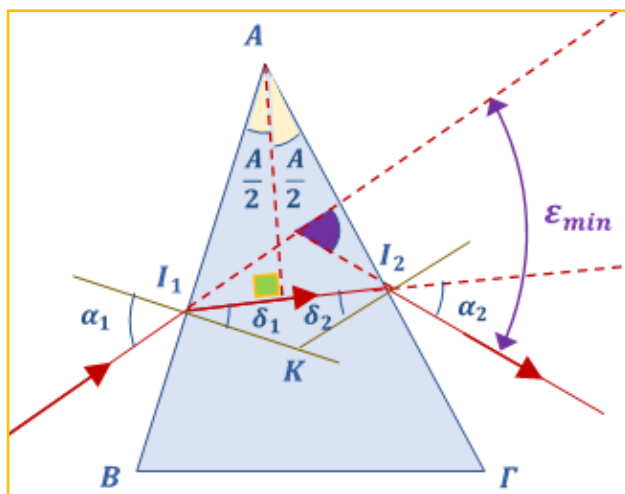
3.14 Υπολογισμός του δείκτη διάθλασης πρίσματος από την γωνία ελαχίστης εκτροπής.

Επειδή στην θέση ελαχίστης εκτροπής η γωνία πρόσπτωσης α_1 είναι ίση με την γωνία της αναδυόμενης ακτίνας α_2 οι τύποι του τριγωνικού πρίσματος στην περίπτωση αυτή θα διαμορφώνονται ως εξής:

$$\frac{\eta \mu \alpha_1}{\eta \mu \delta_1} = n, \quad A = 2\delta_1,$$

$$\text{και } \epsilon_{\min} = 2\alpha_1 - A$$

Οι παραπάνω τύποι αποτελούν τους τύπους της ελαχίστης εκτροπής.



Σχήμα 3-22
Πορεία ακτίνας στο εσωτερικό πρίσματος κατά την ελάχιστη εκτροπή

Εάν είναι γνωστή η ελάχιστη γωνία εκτροπής μίας φωτεινής ακτίνας που προσπίπτει στο πρίσμα από τον συνδυασμό των προηγούμενων σχέσεων προσδιορίζεται ο δείκτης διάθλασης ενός πρίσματος:

$$n = \frac{\eta\mu \frac{\varepsilon_{\min} + A}{2}}{\eta\mu \frac{A}{2}} \quad (3-19)$$

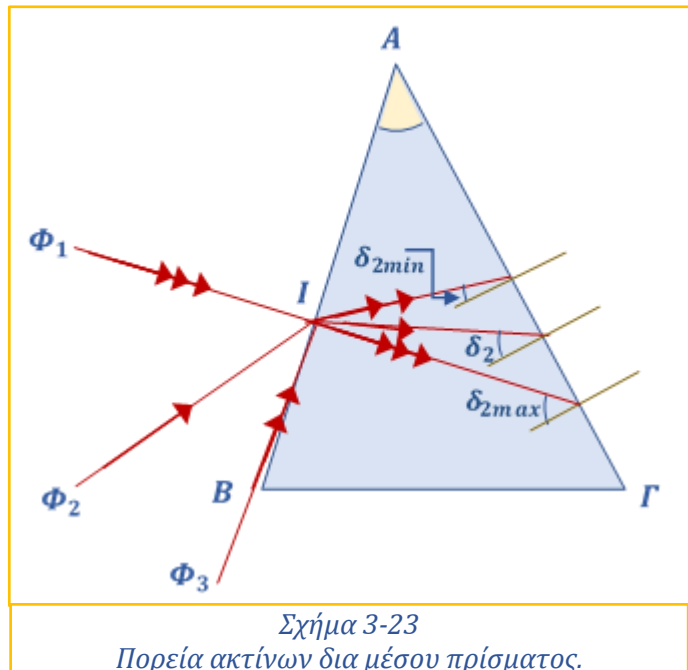
Από την ισότητα $\alpha_2 = \alpha_1$ προκύπτει ότι στην ελάχιστη εκτροπή το τμήμα της ακτίνας που βρίσκεται μέσα στο πρίσμα έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που διχοτομεί την διεδρική γωνία του πρίσματος (Σχ. 3-22).

3.15 Συνθήκες εξόδου μιας ακτίνας από τριγωνικό πρίσμα.

Οι σχέσεις του τριγωνικού πρίσματος που προαναφέρθηκαν ισχύουν με την προϋπόθεση ότι η ακτίνα II' που συναντά την δεύτερη έδρα αυτού θα πάθει διάθλαση, δηλαδή θα προσπέσει με γωνία α_2 μικρότερη της οριζικής γωνίας δ_{2op} και έτσι θα εξέλθει.

Η γωνία πρόσπτωσης α_1 της φωτεινής ακτίνας Φ που προσπίπτει στην πρώτη έδρα του πρίσματος μεταβάλλεται από την τιμή $\alpha_1 = 0^\circ$ ως την τιμή $\alpha_1 = 90^\circ$.

Από τη σχέση: $A = \delta_1 + \delta_2 \Rightarrow \delta_2 = A - \delta_1$ και προκύπτει ότι η γωνία δ_2 εξαρτάται από τη γωνία δ_1 και άρα τελικά από την γωνία α_1 (Σχ. 3-23).



Σχήμα 3-23
Πορεία ακτίνων δια μέσου πρίσματος.

1. Εάν $\alpha_1 = 0^\circ \Rightarrow \delta_1 = 0^\circ \Rightarrow \delta_2 = \delta_{2max} = A$ (ακτίνα Φ_1).
2. Εάν $\alpha_1 = 90^\circ \Rightarrow \delta_1 = \delta_{1max} = \delta_{op} \Rightarrow \delta_2 = \delta_{2min} = A - \delta_{op}$ (ακτίνα Φ_2).
3. Εάν $0^\circ < \alpha_1 < 90^\circ \Rightarrow 0^\circ < \delta_1 < \delta_{op} \Rightarrow 0^\circ < \delta_1 < \delta_{op} \Rightarrow 0^\circ < A - \alpha_2 < \delta_{op} \Rightarrow -\delta_{op} < \alpha_2 - A < 0^\circ$ και τελικά: $A - \delta_{op} < \alpha_2 < A$ (3) (ακτίνα Φ_3).

Για να εξέρχεται πάντα μια ακτίνα, ανεξάρτητα από την τιμή της γωνίας πρόσπτωσης α_1 , από ένα πρίσμα θα πρέπει: $\delta_{2max} < \delta_{op}$ ή λόγω της σχέσης (1) θα πρέπει:

$$A \leq \delta_{op} \quad (3-20)$$

Για να μην εξέρχεται μια ακτίνα, ανεξάρτητα από την τιμή της γωνίας πρόσπτωσης α_1 , από ένα πρίσμα θα πρέπει:

$\delta_{2\min} > \delta_{op}$ ή λόγω της εξίσωσης (2) θα πρέπει: $A - \delta_{op} > \delta_{op}$ ή τελικά:

$$A > 2\delta_{op} \quad (3-21)$$

Όταν ισχύει: $\delta_{op} < A < 2\delta_{op}$ η φωτεινή ακτίνα για ορισμένες τιμές της γωνίας α_1 θα εξέρχεται από το πρίσμα ενώ για άλλες δεν θα εξέρχεται. Όταν το πρίσμα περιβάλλεται από αέρα ισχύει:

$$\frac{\eta\mu\alpha_1}{\eta\mu\delta_1} = n \quad \text{και} \quad A = \delta_1 + \delta_2$$

Από τις προηγούμενες σχέσεις προκύπτει: $\eta\mu(A - \delta_2) = \frac{\eta\mu\alpha_1}{n}$ (3)

Ακόμη ισχύει: $\eta\mu\delta_{op} = \frac{1}{n}$ και τελικά: $\eta\mu(A - \delta_2) = \eta\mu\alpha_1 \eta\mu\delta_{op}$ (4)

Για να εξέρχεται μία ακτίνα από το πρίσμα πρέπει να ισχύει:

$$\delta_2 < \delta_{op} \Rightarrow -\delta_2 > -\delta_{op} \Rightarrow A - \delta_2 > A - \delta_{op} \Rightarrow \eta\mu(A - \delta_2) > \eta\mu(A - \delta_{op}) \quad (5)$$

Από τις σχέσεις (4) και (5) προκύπτει: $\eta\mu\alpha_1 > \frac{\eta\mu(A - \delta_{op})}{\eta\mu\delta_{op}}$ και επομένως όταν:

$\delta_{op} < A < 2\delta_{op}$ και $\eta\mu\alpha_1 > \frac{\eta\mu(A - \delta_{op})}{\eta\mu\delta_{op}}$ η φωτεινή ακτίνα θα εξέρχεται από το πρίσμα,

ενώ όταν: $\delta_{op} < A < 2\delta_{op}$ και $\eta\mu\alpha_1 < \frac{\eta\mu(A - \delta_{op})}{\eta\mu\delta_{op}}$ η φωτεινή ακτίνα δεν θα εξέρχεται.

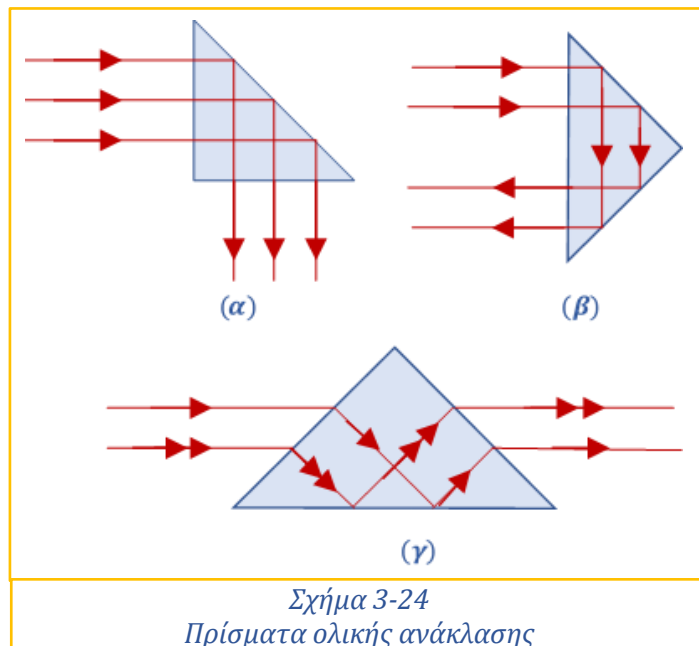
3.16 Πρίσματα ολικής ανάκλασης.

Πρίσματα ολικής ανάκλασης ονομάζονται εκείνα που έχουν ορική γωνία μικρότερη των 45° (η ορική γωνία του γυαλιού είναι περίπου 42°) και έχουν κύρια τομή ένα ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο.

Μία φωτεινή δέσμη εντός των πρισμάτων αυτών παθαίνει μία ή περισσότερες ολικές ανακλάσεις.

Σε ένα πρίσμα ολικής ανάκλασης μία φωτεινή ακτίνα μπορεί να, υποστεί εκτροπή κατά 90° ή 180° ή και να διατηρήσει σταθερή διεύθυνση, όπως φαίνεται στα παρακάτω σχήματα.

Όταν παράλληλη φωτεινή δέσμη προσπέσει κάθετα σε μία από τις δύο κάθετες πλευρές του ορθογωνίου πρισματος παθαίνει ολική ανάκλαση



Σχήμα 3-24
Πρίσματα ολικής ανάκλασης

στην υποτείνουσα του ορθογωνίου πρισματος και τελικά εξερχόμενη έχει υποστεί εκτροπή κατά

90° (Σχ. 3-24α). Όταν παράλληλη φωτεινή δέσμη προσπέσει κάθετα στην υποτείνουσα ορθογωνίου πρίσματος υφίσταται στο εσωτερικό του δύο ολικές ανακλάσεις και τελικά εξερχόμενη έχει υποστεί εκτροπή κατά 180° (Σχ. 3-24β). Όταν παράλληλη φωτεινή δέσμη προσπέσει παράλληλα στην υποτείνουσα ορθογωνίου πρίσματος υφίσταται στο εσωτερικό του ολική ανάκλαση στην υποτείνουσά του και υφίσταται παράλληλη μετατόπιση (Σχ. 3-24γ).

Τα πρίσματα ολικής ανάκλασης χρησιμοποιούνται στα οπτικά όργανα

3.17 Λεπτά πρίσματα.

Ένα τριγωνικό πρίσμα ονομάζεται λεπτό όταν η θλαστική του γωνία είναι μικρή ($\alpha < 15^\circ$). Επειδή στα λεπτά πρίσματα η γωνία A είναι μικρή θα είναι αντίστοιχα μικρές και οι γωνίες $\alpha_1, \delta_1, \alpha_2, \delta_2$, οπότε οι εξισώσεις 1.3.14 και 1.3.15 των πρισμάτων θα γράφονται:

$\alpha_1 = n \delta_1, \delta_2 = n \alpha_2$ και επομένως ο τύπος της εκτροπής θα γράφεται:

$\varepsilon = n \alpha_2 + n \delta_1 - A = n(\alpha_2 + \delta_1) - A = nA - A = (n - 1)A$ και τελικά:

$$\varepsilon = (n - 1)A \quad (3-22)$$

Από τη τελευταία σχέση προκύπτει ότι στα λεπτά πρίσματα η γωνία εκτροπής δεν εξαρτάται από τη γωνία πρόσπτωσης α_1 της φωτεινής ακτίνας που προσπίπτει στο πρίσμα, αλλά μόνο από το δείκτη διάθλασης n του πρίσματος και την θλαστική γωνία A αυτού.

3.18 Συνδυασμός λεπτών πρισμάτων.

Όταν δύο λεπτά πρίσματα είναι ενωμένα η ολική εκτροπή μίας φωτεινής ακτίνας που θα περάσει από αυτά ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των εκτροπών που θα πάθαινε από το κάθε πρίσμα χωριστά ήτοι:

$$\varepsilon_{O\Lambda} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (3-23)$$

Στην προηγούμενη σχέση τα ε_1 και ε_2 είναι ομόσημα όταν είναι ενωμένα κορυφή - κορυφή και ετερόσημα στην περίπτωση που είναι ενωμένα κορυφή - βάση.

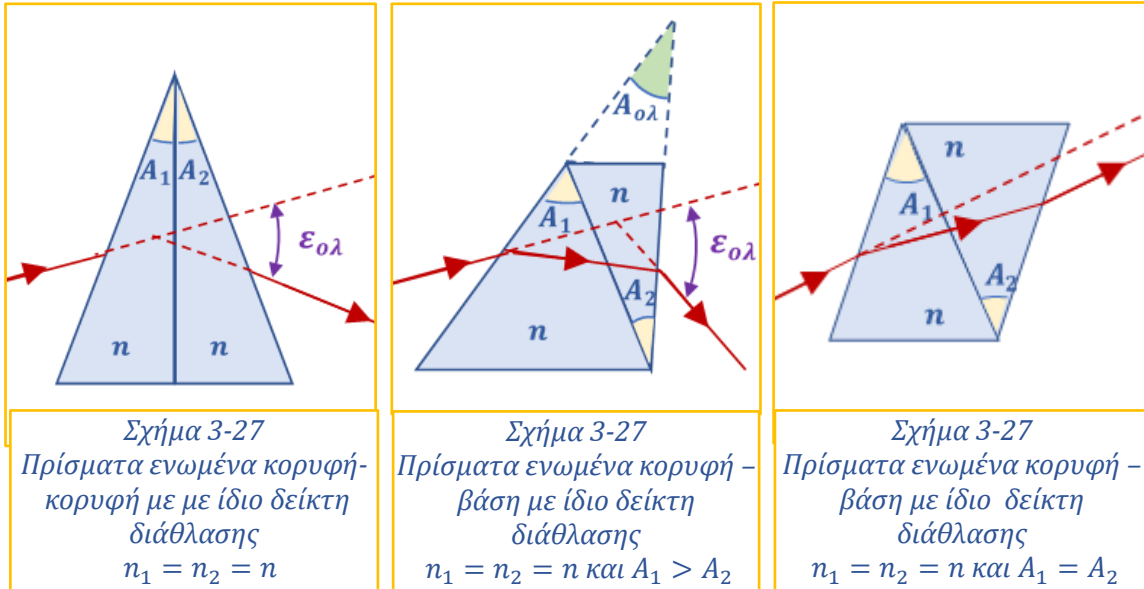
Η μελέτη του συνδυασμού των λεπτών πρισμάτων είναι ιδιαίτερα σημαντική για την περιγραφή της πορείας των φωτεινών ακτινών δια μέσου των οφθαλμικών φακών (πρισματικών ή π. ολυεστικκών).

Διακρίνονται τρεις περιπτώσεις:

A) Τα δύο ενωμένα πρίσματα έχουν τον ίδιο δείκτη διάθλασης ($n_1 = n_2 = n$):

1. Αν τα δύο πρίσματα είναι ενωμένα κορυφή - κορυφή (δηλαδή η κορυφή του ενός με την κορυφή του άλλου) (Σχ. 3-25). Στην περίπτωση αυτή επειδή: $n_1 = n_2 = n$ θα ισχύει: $\varepsilon_{O\Lambda} = (n - 1) A_{O\Lambda}$ και επειδή $A_{O\Lambda} = A_1 + A_2$ λαμβάνεται: $\varepsilon_{O\Lambda} = (n - 1)(A_1 + A_2)$ ή τελικά: $\varepsilon_{O\Lambda} = (n - 1)A_1 + (n - 1)A_2 \Rightarrow \varepsilon_{O\Lambda} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$

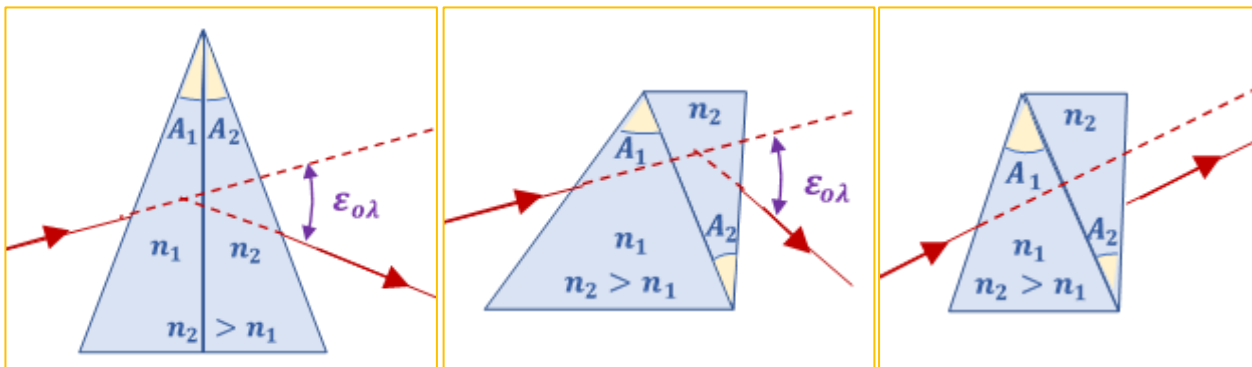
2. Αν τα δύο πρίσματα είναι ενωμένα κορυφή - βάση (δηλαδή η κορυφή του ενός με την βάση του άλλου και $A_1 \neq A_2$) (Σχ. 3-26). Στην περίπτωση αυτή επειδή $n_1 = n_2 = n$ ισχύει: $\epsilon_{0\Lambda} = (n - 1) A_{0\Lambda}$ ακόμη $A_1 = A_{0\Lambda} + A_2 \Rightarrow A_{0\Lambda} = A_1 - A_2$ και επομένως η ολική εκτροπή θα δίνεται από την σχέση: $\epsilon_{0\Lambda} = (n - 1)(A_1 - A_2)$ ή τελικά: $\epsilon_{0\Lambda} = (n - 1)A_1 - (n - 1)A_2 \Rightarrow \epsilon_{0\Lambda} = \epsilon_1 - \epsilon_2$



3. Αν τα δύο πρίσματα είναι ενωμένα κορυφή - βάση και $A_1 = A_2$ (Σχ. 3-27). Στην περίπτωση αυτή επειδή $n_1 = n_2 = n$ τα δύο πρίσματα θα ισοδυναμούν με μία επίπεδη πλάκα και η φωτεινή ακτίνα διερχόμενη διά μέσου αυτής υφίσταται μία παράλληλη μετατόπιση.

Β) Τα δύο ενωμένα πρίσματα έχουν διαφορετικό δείκτη διάθλασης ($n_1 \neq n_2$).

Η ολική εκτροπή θα ισούται με το άθροισμα των εκτροπών που θα υφίστατο η ακτίνα αν διερχόταν από το κάθε πρίσμα ξεχωριστά και διαδοχικά και κάθε ένα από αυτά τα πρίσματα περιβαλλόταν από αέρα.



Σχήμα 3-28 Πρίσματα με διαφορετικούς δείκτες διάθλασης ενωμένα (α) κορυφή- κορυφή (β) κορυφή - βάση με $\epsilon_1 > \epsilon_2$ και (γ) κορυφή - βάση με $\epsilon_1 = \epsilon_2$.

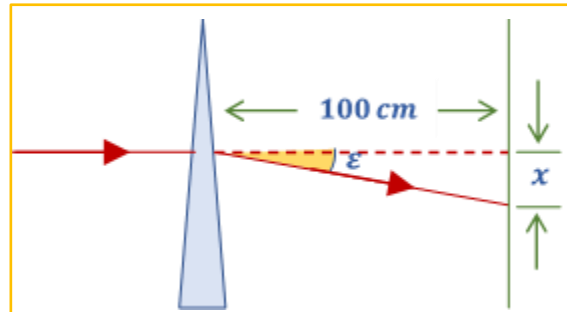
- Αν τα πρίσματα είναι ενωμένα κορυφή - κορυφή (Σχ. 3-28). Στην περίπτωση αυτή ισχύει: $A_1 > A_2$ θα ισχύει: $\epsilon_{0\Lambda} = \epsilon_1 + \epsilon_2 = (n - 1)A_1 - (n - 1)A_2 = (n - 1)(A_1 - A_2)$
- Αν $\epsilon_1 > \epsilon_2$ (Σχ. 3-26β) τότε: $\epsilon_{0\Lambda} = \epsilon_1 - \epsilon_2 = (n_1 - 1)A_1 - (n_2 - 1)A_2$

3. Αν $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ (Σχ. 3-26γ) τότε: $\varepsilon_{0\Lambda} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 0$

Γ) Όταν τα δύο πρίσματα συνδέονται με τυχαίο προσανατολισμό τότε η ολική εκτροπή θα προσδιορίζεται από το διανυσματικό άθροισμα των αποκλίσεων του κάθε πρίσματος χωριστά, όπως προκύπτουν αυτές σε επίπεδο κάθετο στη διεύθυνση της φωτεινής ακτίνας που προσπίπτει στα πρίσματα. Στην οπτομετρία η γωνία εκτροπής μετριέται σε πρισματικές διοπτρίες.

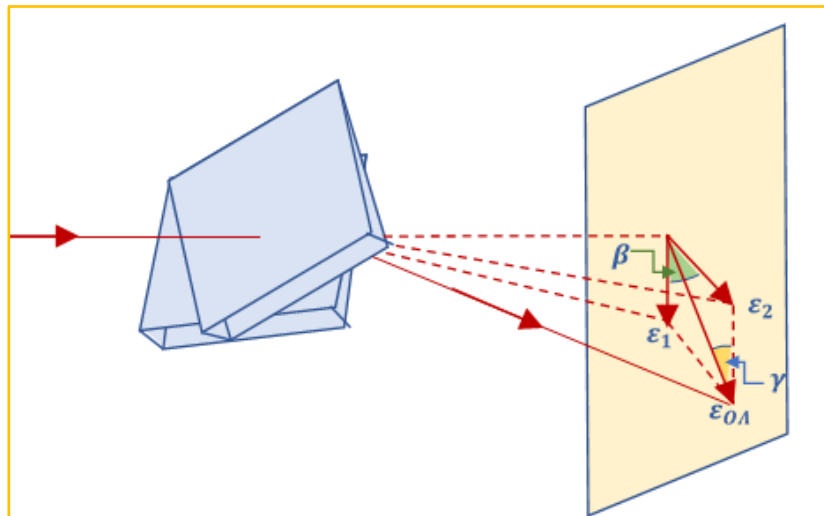
Μία πρισματική διοπτρία (1^{Δ}) είναι η απόκλιση που παρατηρείται σε μία ακτίνα σε απόσταση 100 cm από ένα πρίσμα (Σχ. 3-29). Επομένως η αντιστοιχία μεταξύ πρισματικών διοπτριών και ακτινίων θα είναι: (1^{Δ}) = $0,01\text{ rad}$.

Κατά την μέτρηση της διόφθαλμης προσαρμογής οι οφθαλμίατροι χρησιμοποιούν ένα συνδυασμό από δύο λεπτά πρίσματα με ίσες κατά μέτρο εκτροπές που μπορούν να περιστρέφονται σε αντίθετες κατευθύνσεις στο επίπεδό τους. Μία τέτοια διάταξη (γνωστή ως πρίσμα Risley)



Σχήμα 3-29 Απόκλιση φωτεινής ακτίνας σε απόσταση 100 cm από πρίσμα.

Κατά την μέτρηση της διόφθαλμης προσαρμογής οι οφθαλμίατροι χρησιμοποιούν ένα συνδυασμό από δύο λεπτά πρίσματα με ίσες κατά μέτρο εκτροπές που μπορούν να περιστρέφονται σε αντίθετες κατευθύνσεις στο επίπεδό τους. Μία τέτοια διάταξη (γνωστή ως πρίσμα Risley) ισοδυναμεί με ένα πρίσμα μεταβλητής εκτροπής (ή πρισματικής ισχύος). Όταν τα πρίσματα είναι ενωμένα κορυφή - κορυφή τότε η συνολική εκτροπή είναι διπλάσια από αυτή που παρουσιάζει το κάθε ένα πρίσμα ενώ αν είναι ενωμένα κορυφή - βάση η συνολική εκτροπή είναι μηδέν. Όταν τα πρίσματα σχηματίζουν τυχαία γωνία μεταξύ τους η συνολική εκτροπή και η κατεύθυνσή της προσδιορίζεται από την διανυσματική πρόσθεση των αποκλίσεων από το κάθε πρίσμα χωριστά. Όπως προκύπτει και από το σχήμα (3-30) η ολική απόκλιση θα είναι:



Σχήμα 3-30

Διανυσματική πρόσθεση των αποκλίσεων από δύο πρίσματα που σχηματίζουν τυχαία γωνία μεταξύ τους.

Όπως προκύπτει και από το σχήμα (3-30) η ολική απόκλιση θα είναι:

$$\varepsilon_{0\Lambda} = \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + 2\varepsilon_1\varepsilon_2\text{συν}\beta}$$

όπου: β η γωνία που σχηματίζουν οι κύριες τομές των δύο πρισμάτων. Η γωνία γ που σχηματίζει η τελική διεύθυνση της απόκλισης της φωτεινής ακτίνας θα είναι:

$$\eta\mu\gamma = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{0\Lambda}} \eta\mu\beta$$

Αν $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ δηλαδή τα πρίσματα παρέχουν την ίδια εκτροπή τότε:

$$\varepsilon_{O\Lambda} = \sqrt{2\varepsilon^2(1 + \sigma\nu\beta)} = \sqrt{4\varepsilon^2\sigma\nu^2\frac{\beta}{2}} = 2\sigma\nu\frac{\beta}{2} \text{ και}$$

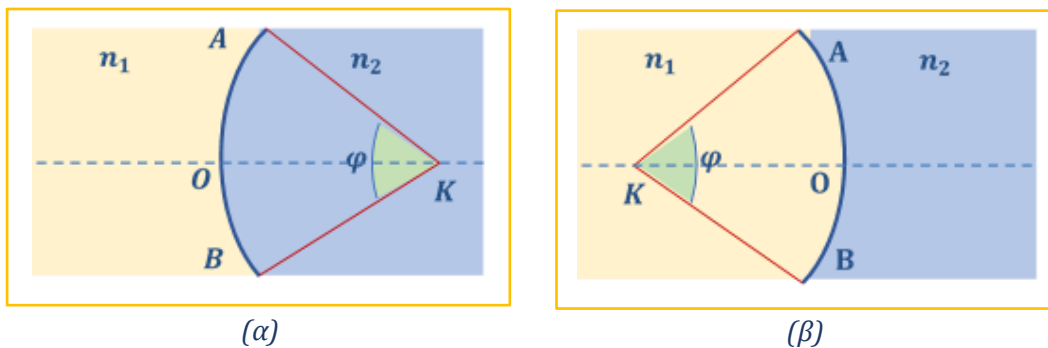
$$\eta\mu\gamma = \frac{\varepsilon}{2\varepsilon\sigma\nu\frac{\beta}{2}} 2\eta\mu\frac{\beta}{2}\sigma\nu\frac{\beta}{2} \Rightarrow \eta\mu\gamma = \eta\mu\frac{\beta}{2} \text{ και τελικά: } \gamma = \frac{\beta}{2}$$

4 Σφαιρικό Δίοπτρο

4.1 Γενικά

Σφαιρικό δίοπτρο καλείται κάθε σύστημα δύο οπτικών μέσων που διαχωρίζονται από σφαιρική διαθλαστική επιφάνεια. Το κέντρο της σφαίρας (τμήμα της οποίας είναι η διαθλαστική επιφάνεια) καλείται κέντρο καμυλότητας ενώ η ακτίνα R της σφαίρας καλείται ακτίνα καμυλότητας του σφαιρικού δίοπτρου.

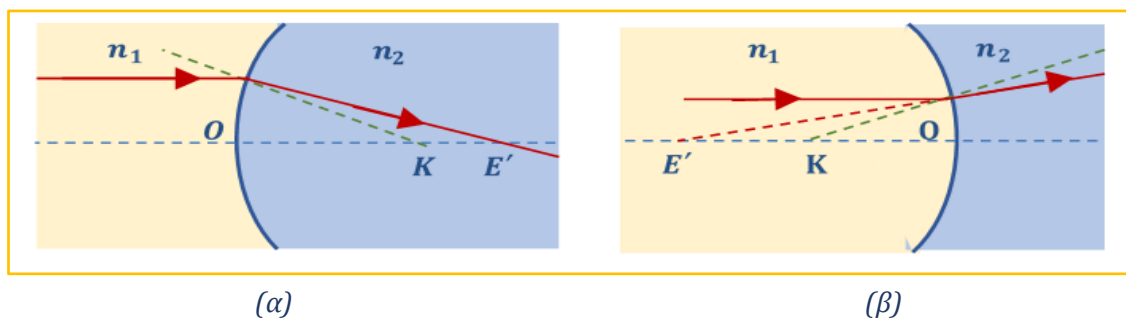
Το μέσον O του τόξου AB της κυρίας τομής του δίοπτρου καλείται κορυφή αυτού. Η ευθεία OK καλείται κύριος άξονας του δίοπτρου, ενώ κάθε άλλη ευθεία που περνάει από το κέντρο καμυλότητας δευτερεύον άξονας του δίοπτρου. Η γωνία α υπό την οποία φαίνεται το τόξο AB από το κέντρο καμυλότητας K καλείται άνοιγμα του δίοπτρου.



Σχήμα 4-1
(α) Κυρτό δίοπτρο και (β) Κοίλο δίοπτρο.

Τα σφαιρικά δίοπτρα χωρίζονται σε κυρτά και κοίλα ανάλογα με τη θέση του κέντρου καμυλότητας αυτών. Αν το κέντρο καμυλότητας K βρίσκεται από την πλευρά της διαθλώμενης ακτίνας είναι κυρτό (Σχ. 4-1α) ενώ αν βρίσκεται από την πλευρά της προσπίπτουσας ακτίνας είναι κοίλο (Σχ. 4-1β).

Ένα κυρτό δίοπτρο είναι συγκλίνον (ή θετικό) όταν $n_2 > n_1$ ενώ είναι αποκλίνων (ή αρνητικό) όταν $n_2 < n_1$. Ένα κοίλο δίοπτρο είναι συγκλίνων (ή θετικό) όταν $n_2 < n_1$ ενώ είναι αποκλίνων (ή αρνητικό) όταν $n_2 > n_1$.



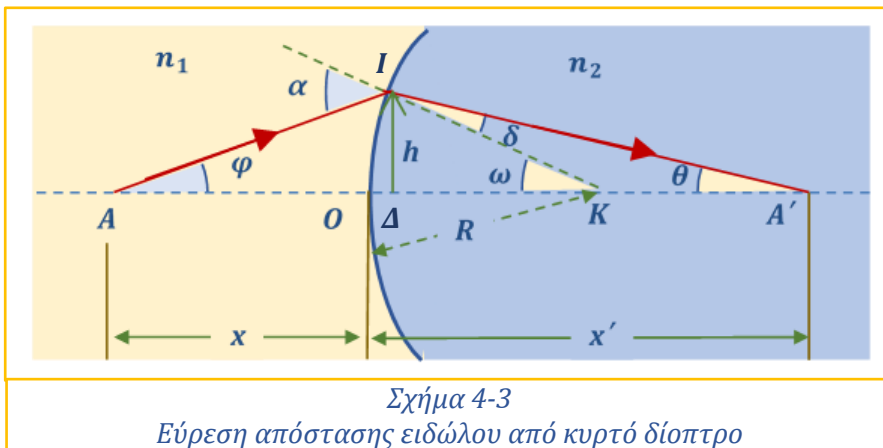
Σχήμα 4-2
Πορεία ακτίνας παράλληλης στον κύριο άξονα σφαιρικού δίοπτρου (α) όταν το σφαιρικό δίοπτρο είναι θετικό και (β) όταν είναι αρνητικό. Εύρεση κυρίων εστιών σφαιρικού δίοπτρου

Στο σχήμα 4.2 δείχνεται η πορεία μίας ακτίνας παράλληλης ως προς τον κύριο άξονα του διόπτρου όταν διέρχεται διά μέσου ενός (α) θετικού διόπτρου (κυρτό με $n_2 > n_1$) και ενός (β) αρνητικού διόπτρου (κοίλο με $n_2 > n_1$).

4.2 Εξίσωση σφαιρικού διόπτρου

Έστω σημειακή φωτεινή πηγή A που βρίσκεται στο κύριο άξονα κυρτού διόπτρου που χωρίζει δύο οπτικά μέσα με δείκτες διάθλασης n_1 και n_2 με $n_2 > n_1$.

Μία ακτίνα από τη φωτεινή πηγή A προσπίπτει στην επιφάνεια του διόπτρου στο σημείο I διαθλάται και συναντά πάλι τον κύριο άξονα στο σημείο A' . Η απόσταση του αντικειμένου A από την επιφάνεια του διόπτρου είναι $OA = x$ και η απόσταση του ειδώλου $OA' = x'$ (Σχ.4-3).



Από τα τρίγωνα IKA και IKA' προκύπτει: $\omega = \theta + \delta$ (1) και $\alpha = \omega + \varphi$ (2)

Από τον νόμο του Snell στο σημείο της διάθλασης ισχύει: $\frac{\eta\mu\alpha}{\eta\mu\delta} = \frac{n_2}{n_1}$ και επειδή οι γωνίες α, δ

είναι πολύ μικρές: $\frac{\alpha}{\delta} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \alpha n_1 = \delta n_2$ (3)

Από τον συνδυασμό των σχέσεων (1), (2), (3) προκύπτει: $n_1(\omega + \varphi) = n_2(\omega - \theta)$

Άρα $n_1\omega + n_1\varphi = n_2\omega - n_2\theta \Rightarrow n_1\varphi + n_2\theta = (n_2 - n_1)\omega$ (4).

Εάν οι γωνίες μετρούνται σε ακτίνια και είναι πολύ μικρές ισχύει ότι ισούνται με τις εφαπτόμενες των: $\varepsilon\varphi\alpha \approx \alpha, \varepsilon\varphi\alpha' \approx \alpha', \varepsilon\varphi\omega \approx \omega$. Επιπρόσθετα επειδή το δίοπτρο έχει μικρό άνοιγμα το O ταυτίζεται με το Δ (Σχ. 4-3).

Από τα τρίγωνα AID και $A'ID$ προκύπτει:

$\varepsilon\varphi\alpha = \frac{h}{x}$ ή $\alpha = \frac{h}{x}$ (5) και $\varepsilon\varphi\alpha' = \frac{h}{x'}$ ή $\alpha' = \frac{h}{x'}$ (6).

Ομοίως από το τρίγωνο IKD προκύπτει: $\varepsilon\varphi\omega = \frac{h}{R} \omega = \frac{h}{R}$ (7).

Από το συνδυασμό των προηγούμενων σχέσεων (4), (5), (6) και (7) αποδεικνύεται ότι:

$$\frac{n_1}{x} + \frac{n_2}{x'} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (4-1)$$

Η ποσότητα $\frac{n_2 - n_1}{R}$ στην εξίσωση (4-1) καλείται ισχύς του δίοπτρου:

$$P = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (4-2)$$

Η μονάδα μετρήσεως της ισχύος καλείται διοπτρία (D) και ισχύει: $1D = \frac{1}{m} = m^{-1}$

Η σχέση (4-1) επομένως μπορεί να γραφεί και ως εξής:

$$\frac{n_1}{x} + \frac{n_2}{x'} = P \quad (4-3)$$

Αν το αντικείμενο A τοποθετηθεί στο άπειρο τότε ο λόγος $\frac{n_1}{x}$ τείνει στο μηδέν.

Αυτό σημαίνει ότι το είδωλο του βρίσκεται σε καθορισμένη θέση E' . Από το σημείο αυτό θα διέρχονται μετά τη διάθλαση τους όλες οι ακτίνες μίας παράλληλης δέσμης ως προς τον κύριο άξονα. Το σημείο E' καλείται δεύτερη εστία (ή εστία ειδώλου) για το σφαιρικό δίοπτρο η δε απόσταση της από το δίοπτρο δεύτερη εστιακή απόσταση f' (Σχ. 4-2α). Τελικά θα ισχύει:

$$f' = \frac{Rn_2}{n_2 - n_1} \quad (4-4)$$

Αν το αντικείμενο A τοποθετηθεί σε μία καθορισμένη θέση E τότε η διαθλώμενη δέσμη των ακτίνων που προκύπτει είναι παράλληλη στο κύριο άξονα.

Ο λόγος επομένως $\frac{n_2}{x'}$ τείνει στο μηδέν.

Η θέση E καλείται πρώτη κυρία εστία (ή εστία αντικειμένου) για το σφαιρικό δίοπτρο η δε απόσταση της από την επιφάνεια του δίοπτρου πρώτη εστιακή απόσταση f . Θα ισχύει:

$$f = \frac{Rn_1}{n_2 - n_1} \quad (4-5)$$

Εάν το σφαιρικό δίοπτρο είναι αποκλίνων (η αρνητικό) οι εστιακές του αποστάσεις είναι αρνητικές και επομένως οι κυρίες του εστίες φανταστικές (Σχ. 4-2β).

Ότι ισχύει για την πρώτη και τη δεύτερη εστία του κυρίου άξονα ισχύει και για την πρώτη και δεύτερη εστία των δευτερευόντων εστιών. Το σύνολο των δευτερευόντων εστιών δίδει δύο σφαιρικές επιφάνειες οι οποίες για μικρή περιοχή γύρω από την κυρία εστία μπορούν να θεωρηθούν ως δύο επίπεδες επιφάνειες που καλούνται πρώτο και δεύτερο εστιακό επίπεδο του δίοπτρου.

Από τον συνδυασμό της σχέσης (4-2) με τις εξισώσεις (4-4) και (4-5) προκύπτει:

$$P = \frac{n_1}{f} = \frac{n_2}{f'} \quad (4-6)$$

Ο τύπος των σφαιρικών δίοπτρων χρησιμοποιείται για κάθε αντικείμενο (ή είδωλο) πραγματικό (ή φανταστικό) και για κάθε τύπο δίοπτρου (κυρτό ή κοίλο).

Αν ένα αντικείμενο (ή είδωλο) είναι πραγματικό τότε οι αποστάσεις x, x' είναι θετικές ενώ αν είναι φανταστικό είναι αρνητικές. Η ακτίνα καμπυλότητας είναι θετική στα κυρτά δίοπτρα ενώ είναι αρνητική στα κοίλα. Εάν $n_1 < n_2$, τότε: $|f| < |f'|$ ενώ εάν $n_1 > n_2$, τότε: $|f| > |f'|$

Σε ένα θετικό (ή συγκλίνων) δίοπτρο οι εστιακές αποστάσεις είναι θετικές ενώ σε ένα αρνητικό (ή αποκλίνων) δίοπτρο οι εστιακές αποστάσεις είναι αρνητικές.

4.3 Γραφική εύρεση ειδώλου για σημειακό αντικείμενο

Όταν ένα σημειακό αντικείμενο βρίσκεται στο κύριο άξονα ενός σφαιρικού δίοπτρου για την εύρεση του ειδώλου του ακολουθείται η εξής διαδικασία:

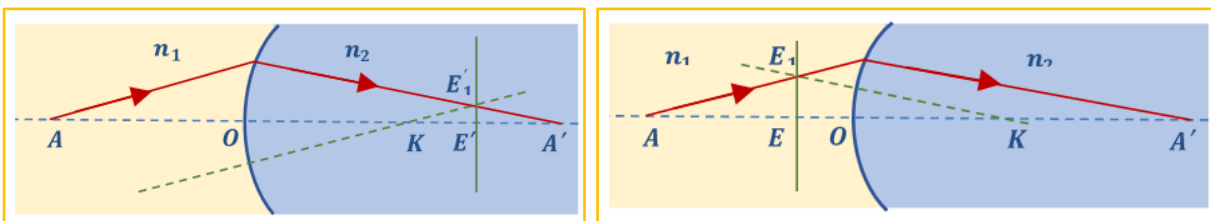
1ος τρόπος: Χαράσσεται μία τυχαία φωτεινή ακτίνα και ένας δευτερεύων άξονας παράλληλος σε αυτή. Ο δευτερεύων άξονας θα τμήσει το δεύτερο εστιακό επίπεδο σε ένα σημείο.

Επειδή η φωτεινή ακτίνα είναι παράλληλη στο δευτερεύοντα άξονα μετά την διάθλαση της θα πρέπει να περάσει από την δεύτερη εστία του άξονα αυτού.

2ος τρόπος: Χαράσσεται ένας τυχαίος δευτερεύων άξονας και από το αντικείμενο λαμβάνεται εκείνη η ακτίνα που διέρχεται από την πρώτη εστία του δευτερεύοντα άξονα. Η ακτίνα μετά τη διάθλαση της θα γίνει παράλληλη στο δευτερεύοντα άξονα.

Παρακάτω δίνονται διάφορες περιπτώσεις γραφικού προσδιορισμού ειδώλου από σφαιρικό δίοπτρο και με τους δυο τρόπους.

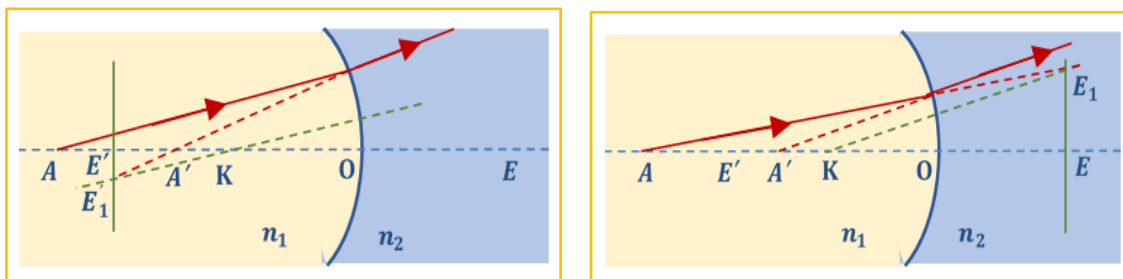
A. Γραφικός προσδιορισμός ειδώλων για σημειακά αντικείμενα από σφαιρικά δίοπτρα που είναι θετικά (ή συγκλίνοντα):



Σχήμα 4-4

Εύρεση ειδώλου σημειακού αντικείμενο από συγκλίνων δίοπτρο.

B. Γραφικός προσδιορισμός ειδώλων για σημειακά αντικείμενα από σφαιρικά δίοπτρα που είναι αρνητικά (ή αποκλίνοντα):



Σχήμα 4-5

Εύρεση ειδώλου σημειακού αντικείμενο από αποκλίνων δίοπτρο.

4.4 Γραφικός προσδιορισμός ειδώλου γραμμικού αντικειμένου

Έστω κυρτό σφαιρικό δίοπτρο που χωρίζει δύο οπτικά μέσα με δείκτες διάθλασης n_1 και n_2 αντίστοιχα ($n_2 < n_1$).

Το είδωλο ενός γραμμικού αντικειμένου AB προσδιορίζεται γραφικά με τη βοήθεια δύο εκ των εξής τριών ακτίνων:

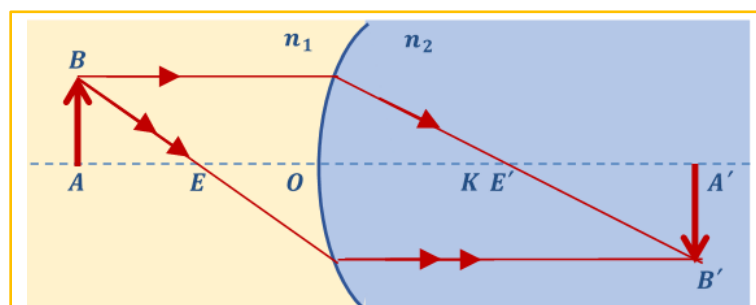
1. Μίας ακτίνας που είναι παράλληλη στο κύριο άξονα του δίοπτρου. Αυτή μετά τη διάθλαση της θα πρέπει να περάσει από τη δεύτερη εστία του δίοπτρου.
2. Μίας ακτίνας που διέρχεται από την πρώτη εστία του κυρίου άξονα. Αυτή μετά τη διάθλαση της θα πρέπει να γίνει παράλληλη στο κύριο άξονα.
3. Μίας ακτίνας που στοχεύει το κέντρο καμπυλότητας του δίοπτρου. Αυτή θα συνεχίσει τη ευθύγραμμη διάδοση της επειδή προσπίπτει κάθετα στη διαχωριστική επιφάνεια των δύο μέσων.

Χρησιμοποιώντας τις προηγούμενες ακτίνες από το σημείο B βρίσκεται το είδωλο B' αυτού. Κατόπιν χαράσσεται κάθετη στο κύριο άξονα. Το σημείο τομής με αυτόν προσδιορίζει το είδωλο A' του αντικειμένου A .

Παρακάτω δίνονται διάφορες περιπτώσεις γραφικού προσδιορισμού ειδώλου γραμμικού αντικειμένου από σφαιρικό δίοπτρο.

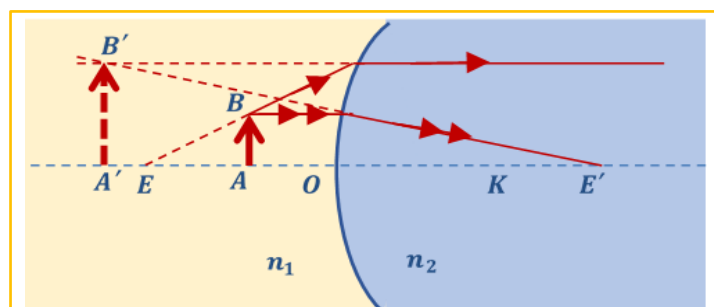
A. Γραφικός προσδιορισμός ειδώλων για γραμμικά αντικείμενα από σφαιρικά δίοπτρα που είναι θετικά (ή συγκλίνοντα):

1. Όταν το γραμμικό αντικείμενο είναι πραγματικό και πέραν της πρώτης εστίας E του δίοπτρου (Σχ. 4-6). Στην περίπτωση αυτή λαμβάνεται είδωλο πραγματικό και πέραν της δεύτερης εστίας E' .



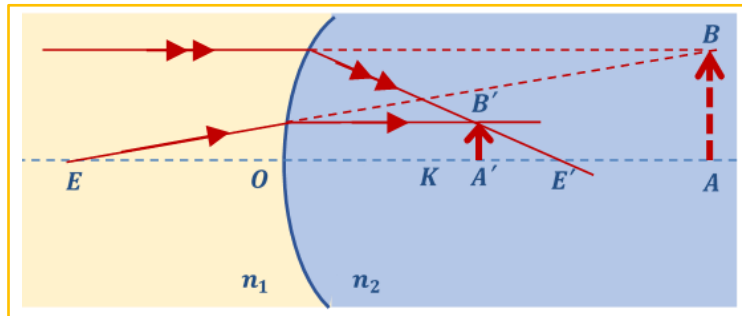
Σχήμα 4-6
Το αντικείμενο είναι πέραν της F .

2. Όταν το γραμμικό αντικείμενο είναι πραγματικό και βρίσκεται μεταξύ της πρώτης εστίας E και της κορυφής του δίοπτρου (Σχ. 4-7). Στην περίπτωση αυτή λαμβάνεται είδωλο φανταστικό και μεγαλύτερο του αντικειμένου.



Σχήμα 4-7 Το αντικείμενο είναι μεταξύ της πρώτης εστίας F και της κορυφής του δίοπτρου.

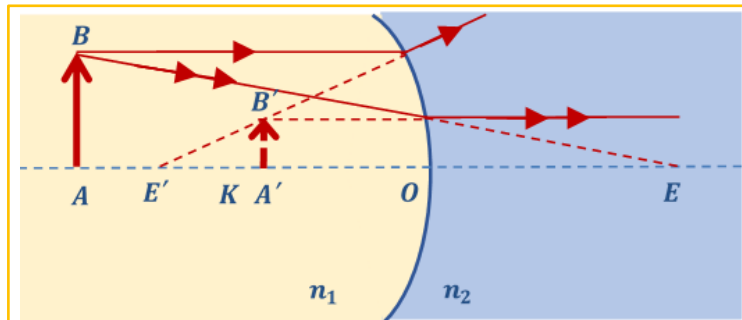
3. Όταν το γραμμικό αντικείμενο είναι φανταστικό (Σχ.4-8). Στην περίπτωση αυτή λαμβάνεται είδωλο φανταστικό.



Σχήμα 4-8
Το αντικείμενο είναι φανταστικό.

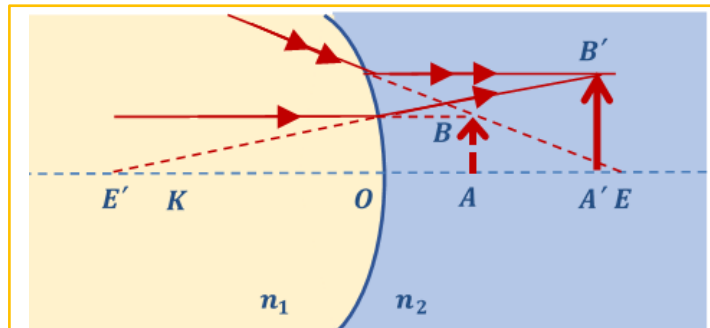
B. Γραφικός προσδιορισμός ειδώλων για γραμμικά αντικείμενα από σφαιρικά δίοπτρα που είναι αρνητικά (ή αποκλίνοντα):

1. Όταν το γραμμικό αντικείμενο είναι πραγματικό (Σχ. 4-9). Στην περίπτωση αυτή λαμβάνεται είδωλο φανταστικό και μικρότερο του αντικειμένου



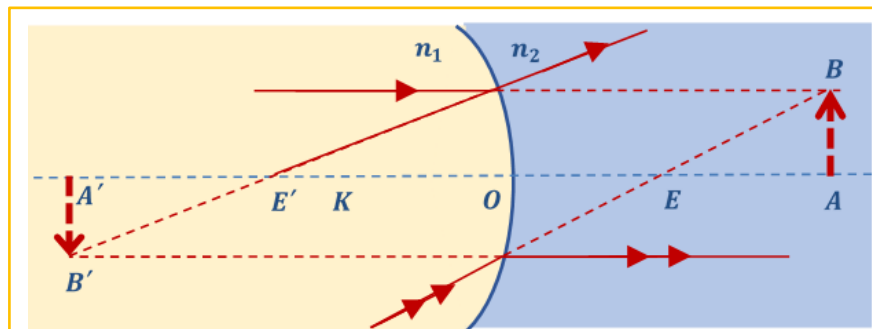
Σχήμα 4-9
Το αντικείμενο είναι πραγματικό

2. Όταν το γραμμικό αντικείμενο είναι φανταστικό και βρίσκεται μεταξύ της κορυφής του δίοπτρου και της πρώτης εστίας F του δίοπτρου (Σχ. 4-10). Στην περίπτωση αυτή λαμβάνεται είδωλο πραγματικό και μικρότερο του αντικειμένου



Σχήμα 4-10
Το αντικείμενο είναι φανταστικό μεταξύ της κορυφής και της πρώτης εστίας του δίοπτρου.

3. Όταν το γραμμικό αντικείμενο είναι φανταστικό και πέραν της πρώτης εστίας F του δίοπτρου (Σχ. 4-11).



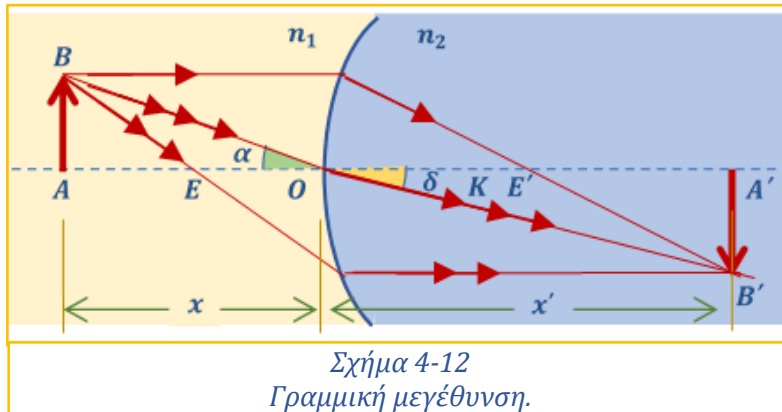
Σχήμα 4-11 Το αντικείμενο είναι φανταστικό και πέραν της πρώτης εστίας του δίοπτρου.

4.5 Γραμμική μεγέθυνση

Γραμμική μεγέθυνση $M_{Γρ}$ καλείται το πηλίκο του μεγέθους του ειδώλου προς το μέγεθος του αντικειμένου. Δηλαδή:

$$M_{Γρ} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{y'}{y} \quad (4-7)$$

Η φωτεινή ακτίνα AO μετά την διάθλασή της θα περάσει από το B' (Σχ.4-12).



Αν εφαρμοστεί ο νόμος του Snell στο σημείο O προκύπτει: $\frac{\eta\mu\alpha}{\eta\mu\delta} = \frac{n_2}{n_1}$

Επειδή οι γωνίες α, δ είναι μικρές ισχύει $\eta\mu\alpha \cong \varepsilon\varphi\alpha$ και $\eta\mu\delta \cong \varepsilon\varphi\delta$ η προηγούμενη σχέση

γράφεται: $\frac{\varepsilon\varphi\alpha}{\varepsilon\varphi\delta} = \frac{n_2}{n_1}$ Ακόμη ισχύει: $\varepsilon\varphi\alpha = \frac{y}{x}$ αλλά και $\varepsilon\varphi\delta = \frac{-y'}{x'}$ (διότι $A'B'$ ανεστραμμένο).

Από τον συνδυασμό των προηγούμενων εξισώσεων προκύπτει:

$$-\frac{y}{y'} \cdot \frac{x'}{x} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{y}{y'} = -\frac{x'}{x} \frac{n_1}{n_2} \quad \text{Τελικά η γραμμική μεγέθυνση είναι:}$$

$$M_{Γρ} = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x} \frac{n_1}{n_2} \quad (4-8)$$

Αν η γραμμική μεγέθυνση $M_{Γρ}$ είναι θετική, το είδωλο είναι ορθό, ενώ αν είναι αρνητική το είδωλο θα είναι ανεστραμμένο.

Αν η απόλυτη τιμή της μεγέθυνσης είναι μεγαλύτερη της μονάδας, ήτοι: $|M_{Γρ}| > 1$ ή $\left| \frac{y'}{y} \right| > 1$

τότε το είδωλο θα είναι μεγαλύτερο του αντικειμένου.

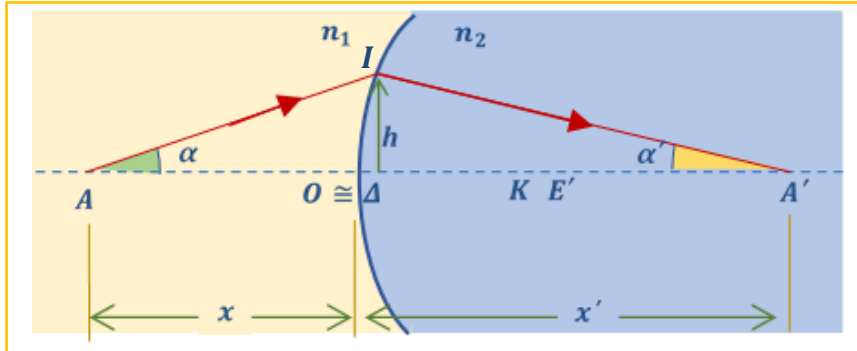
4.6 Γωνιακή μεγέθυνση

Από ένα σημειακό αντικείμενο A χαράσσεται μία τυχαία ακτίνα η οποία σχηματίζει με το κύριο άξονα του δίοπτρου γωνία α . Αυτή μετά τη διάθλαση της τέμνει το κύριο άξονα του δίοπτρου στο σημείο A' (το A' είναι είδωλο του A) και σχηματίζει με τον κύριο άξονα γωνία α' (Σχ. 4-13.)

Γωνιακή μεγέθυνση καλείται ο λόγος της γωνίας α' προς την γωνία α .

$$M_{\Gamma\omega\nu} = \frac{\alpha'}{\alpha} \quad (4-9)$$

Μία γωνία που σχηματίζεται από μία φωτεινή ακτίνα και τον κύριο άξονα θα λαμβάνεται θετική όταν η στροφή από την ακτίνα προς τον άξονα είναι αντιωρολογιακής φοράς ενώ είναι αρνητική εάν η στροφή από την ακτίνα στον άξονα είναι ωρολογιακής φοράς.



Σχήμα 4-13
Γωνιακή μεγέθυνση.

Επομένως για τις γωνίες του σχήματος 4.19 θα ισχύει: $\alpha < 0$ ενώ $\alpha' > 0$

Επειδή οι γωνίες α , α' είναι μικρές, θα ισχύει $\alpha \cong \varepsilon\varphi\alpha$ και $\alpha' \cong \varepsilon\varphi\alpha'$. Ο τύπος επομένως της

γωνιακής μεγέθυνσης θα γράφεται:
$$M_{\Gamma\omega\nu} = \frac{\varepsilon\varphi\alpha'}{\varepsilon\varphi\alpha}$$

Από τα τρίγωνα AID και $A'I'D$ προκύπτει: $ID = -A\Delta\varepsilon\varphi\alpha = A'\Delta\varepsilon\varphi\alpha'$

Επειδή τα σημεία O και Δ μπορεί να θεωρηθεί ότι ταυτίζονται, αφού το σφαιρικό δίοπτρο έχει μικρό γωνιακό άνοιγμα, θα ισχύει: $x\varepsilon\varphi\alpha = -x'\varepsilon\varphi\alpha'$ και επομένως:

$$M_{\Gamma\omega\nu} = \frac{\varepsilon\varphi\alpha'}{\varepsilon\varphi\alpha} = -\frac{x}{x'}$$

Δια συνδυασμού της προηγούμενης σχέσης με το τύπο της γραμμικής μεγέθυνσης προκύπτει:

$n_1 y \varepsilon\varphi\alpha = n_2 y' \varepsilon\varphi\alpha'$ και επειδή οι γωνίες α , α' είναι μικρές:

$$n_1 y \alpha = n_2 y' \alpha' \quad (4-10)$$

Η τελευταία σχέση αποτελεί το θεώρημα του Lagrange-Helmholtz.

Δια πολλαπλασιασμού των εξισώσεων της γραμμικής και της γωνιακής μεγέθυνσης προκύπτει:

$$M_{\Gamma\rho} M_{\Gamma\omega\nu} = \frac{y' \alpha'}{y \alpha} = \frac{n_1 x' x}{n_2 x x'} = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{ή τελικά:}$$

$$M_{\Gamma\rho} M_{\Gamma\omega\nu} = \frac{f}{f'} \quad (4-11)$$

5 Σφαιρικοί φακοί.

5.1 Ορισμοί.

Σφαιρικός φακός καλείται κάθε διάφανη ομογενές και ισότροπο μέσο που περιορίζεται από δύο σφαιρικές επιφάνειες, ή μία σφαιρική και μία επίπεδη επιφάνεια. Άρα ο φακός αποτελεί ένα σύστημα δύο δίοπτρων (δύο σφαιρικών ή ενός σφαιρικού και ενός επίπεδου δίοπτρου).

Κύριος άξονας σε ένα φακό καλείται η ευθεία που συνδέει τα δύο κέντρα καμπυλότητας των δύο σφαιρικών δίοπτρων ή η ευθεία που διέρχεται από το κέντρο καμπυλότητας του σφαιρικού δίοπτρου και είναι κάθετη στην επιφάνεια του επίπεδου δίοπτρου.

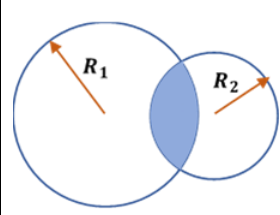
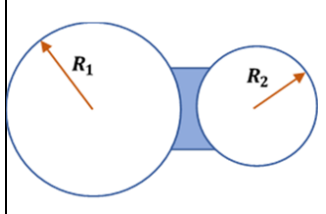
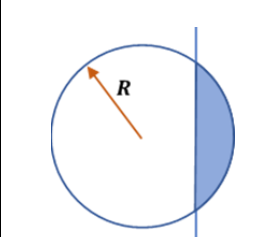
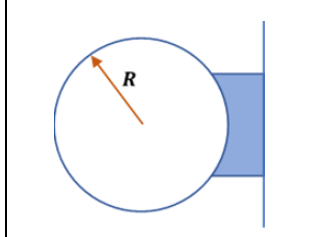
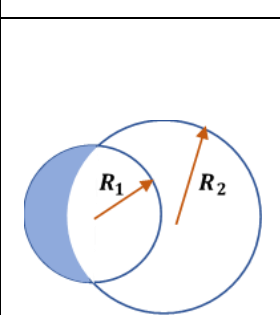
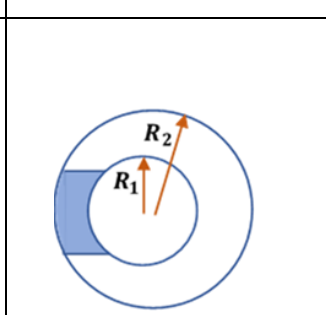
Ακτίνες καμπυλότητας καλούνται οι ακτίνες των σφαιρικών δίοπτρων.

Κύρια τομή ενός φακού καλείται κάθε τομή αυτού από επίπεδο που διέρχεται από τον κύριο άξονα.

5.2 Είδη φακών

Ανάλογα με την μορφή που έχουν τα δίοπτρα από τα οποία αποτελείται ένας φακός ταξινομείται σε μία από τις παρακάτω κατηγορίες:

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.1

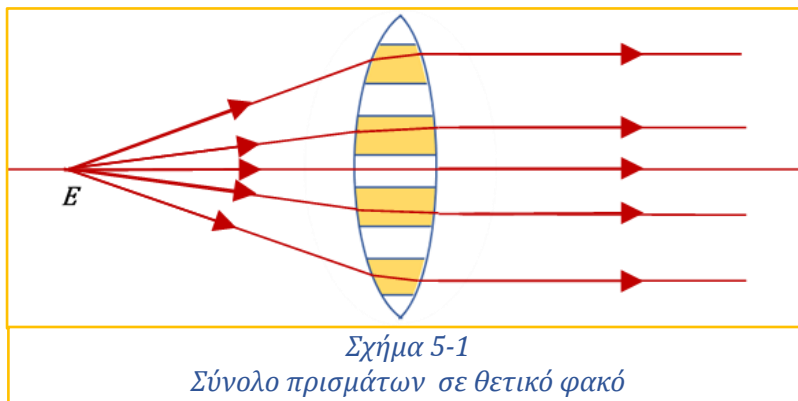
α.	Αμφίκυρτος (περιορίζεται από δύο κυρτές επιφάνειες).		δ.	Αμφίκοιλος (περιορίζεται από δύο κοίλες επιφάνειες).	
β.	Επιπεδόκυρτος (περιορίζεται από μία κυρτή και από μία επίπεδη επιφάνεια).		ε.	Επιπεδόκοιλος: (περιορίζεται από μία κοίλη και από μία επίπεδη επιφάνεια).	
γ.	Συγκλίνων (ή θετικός) μηνίσκος (περιορίζεται από μία κυρτή και από μία κοίλη επιφάνεια που τέμνονται).		στ.	Αποκλίνων (ή αρνητικός) μηνίσκος: (περιορίζεται από μια κοίλη και μια κυρτή επιφάνεια που δεν τέμνονται).	

Η ονομασία των φακών, σε σχέση με την μορφή των επιφανειών τους, δόθηκε θεωρώντας ότι το φως συναντά την κάθε επιφάνεια του φακού και όχι κατά την δίοδο δια μέσου αυτού. Έτσι ένας αμφίκυρτος φακός θεωρείται ότι έχει κυρτές τις δύο επιφάνειες του αν το φως έρχεται μία φορά εξ αριστερών (συναντά την πρώτη του επιφάνεια) και μία φορά εκ δεξιών (συναντά την δεύτερη του επιφάνεια που είναι κυρτή).

Τα τρία πρώτα είδη έχουν την ιδιότητα να μετατρέπουν σε συγκλίνουσα μία δέσμη παραλλήλων ακτίνων που προσπίπτει σε αυτούς και ονομάζονται συγκλίνοντες (ή θετικοί) φακοί.

Τα τρία επόμενα είδη έχουν την ιδιότητα να μετατρέπουν σε αποκλίνουσα μία δέσμη παραλλήλων ακτίνων που προσπίπτει σε αυτούς και ονομάζονται, αποκλίνοντες (ή αρνητικοί) φακοί.

Η μορφή των προηγούμενων τύπων φακών και ο τρόπος δημιουργίας τους δίνονται στο παρακάτω σχήμα (Σχ. 5-1).

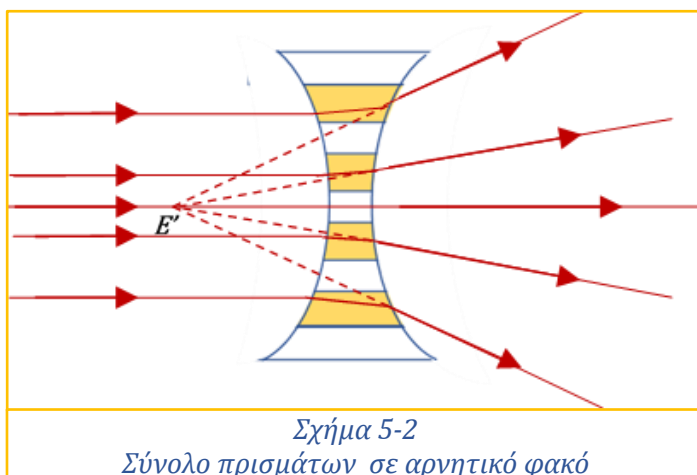


Οι συγκλίνοντες φακοί είναι λεπτοί στα άκρα και παχύς στο κέντρο ενώ οι αποκλίνοντες είναι λεπτοί στο κέντρο και παχύς στα άκρα.

Εάν το φως διαπερνά το φακό, τότε κατά την διέλευση μίας φωτεινής ακτί-

νας δια μέσου ενός αμφίκυρτου φακού αυτή θα συναντά πρώτα μία κυρτή επιφάνεια και μετά μία κοίλη.

Κάθε φακός θεωρείται ότι αποτελείται από πολλά πρίσματα. Στους συγκλίνοντες φακούς η βάση των πρισμάτων βρίσκεται προς το μέρος του κυρίου άξονα και η θλαστική τους γωνία αυξάνει



καθώς απομακρύνονται από αυτόν. (Σχήμα 5-2)

Εάν μία δέσμη παράλληλων ακτίνων προσπέσει σε ένα θετικό φακό οι ακτίνες που είναι σε ένα θετικό φακό οι ακτίνες που είναι σε μεγαλύτερη απόσταση από τον κύριο άξονα θα υποστούν μεγαλύτερη εκτροπή (συναντούν πρίσματα με μεγαλύτερη θλαστική γωνία) από αυτές που βρίσκο-

νται πιο κοντά στο κύριο άξονα με αποτέλεσμα να συγκλίνουν όλες στο ίδιο σημείο.

Στους αποκλίνοντες φακούς η βάση των πρισμάτων βρίσκεται προς την περιφέρεια των φακών και η θλαστική τους γωνία αυξάνει καθώς απομακρύνονται από τον κύριο άξονα (Σχ. 5-3)

Εάν μία δέσμη παράλληλων ακτινών προσπέσει σε έναν αρνητικό φακό οι ακτίνες που είναι σε μεγαλύτερη απόσταση από το κύριο άξονα θα υποστούν μεγαλύτερη εκτροπή (συναντούν πρίσματα με μεγαλύτερη θλαστική γωνία) από αυτές που βρίσκονται πιο κοντά στο κύριο άξονα με αποτέλεσμα να συγκλίνουν όλες στο ίδιο σημείο.

Οι φακοί διακρίνονται ως προς το πάχος τους σε λεπτούς και παχύς. Το σχήμα 5-3 δείχνει πως παριστάνονται συμβολικά οι λεπτοί φακοί.

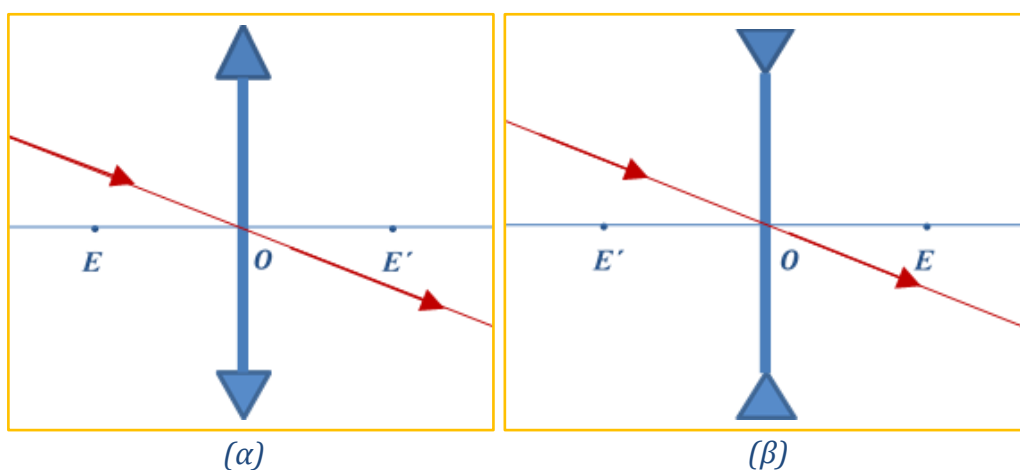
Όταν μια φωτεινή δέσμη περάσει δια μέσου ενός θετικού φακού οι ακτίνες της πλησιάζουν τον κύριο άξονα αυτού. Όταν μια φωτεινή δέσμη περάσει δια μέσου ενός αρνητικού φακού οι ακτίνες της απομακρύνονται από τον κύριο άξονα αυτού. Έτσι μια αποκλίνουσα δέσμη φωτός όταν περάσει από ένα θετικό φακό μπορεί να παραμείνει αποκλίνουσα ή να γίνει συγκλίνουσα ενώ όταν θα διέλθει από ένα αρνητικό φακό θα γίνει περισσότερο αποκλίνουσα. Μια συγκλίνουσα δέσμη φωτός όταν περάσει από ένα θετικό φακό θα γίνει περισσότερο συγκλίνουσα ενώ από ένα αρνητικό φακό θα παραμείνει συγκλίνουσα ή θα γίνει αποκλίνουσα.

5.3 Λεπτοί φακοί

Ένας φακός χαρακτηρίζεται λεπτός όταν η απόσταση των δύο επιφανειών του είναι πολύ μικρή ώστε να θεωρείται αμελητέα. Στην περίπτωση αυτή τα σημεία που ο κύριος άξονα τέμνει τις δύο επιφάνειες του φακού θεωρείται ότι ταυτίζονται.

Το κοινό σημείο του κυρίου άξονα με το φακό καλείται **οπτικό κέντρο**. Κάθε ευθεία που διέρχεται από το οπτικό κέντρο και δεν συμπίπτει με τον κύριο άξονα του φακού καλείται δευτερεύοντας άξονας αυτού.

Όσες φωτεινές ακτίνες διέρχονται από το οπτικό κέντρο ενός λεπτού φακού δεν υφίστανται διάθλαση και συνεχίζουν ευθύγραμμα την πορεία τους (Σχ. 5-3 α,β).



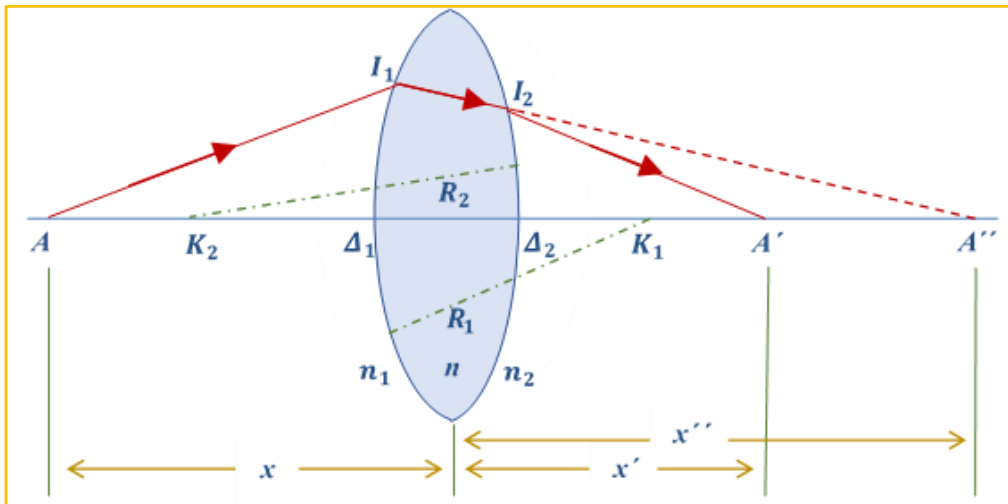
Σχήμα 5-3
Σχηματική παράσταση λεπτού φακού (α) Συγκλίνων και (β) Αποκλίνων

Όσα θα αναφερθούν στους λεπτούς φακούς ισχύουν με τις εξής προϋποθέσεις

1. Γωνιακό άνοιγμα των φακών μικρό (10° έως 20°).
2. Οι φωτεινές ακτίνες που προσπίπτουν στο φακό σχηματίζουν μικρή γωνία με τον κύριο άξονα του φακού.

5.4 Εύρεση θέσεως ειδώλου ενός σημειακού αντικειμένου

Έστω A σημειακή φωτεινή πηγή (αντικείμενο) μονοχρωματικού φωτός που βρίσκεται σε απόσταση x από την κυρτή επιφάνεια ενός αμφίκυρτου φακού με δείκτη διάθλασης n ο οποίος περιβάλλεται από αέρα. (Στο σχήμα 5-4: $n_1 = n_2 = n_{\text{αέρα}}=1$). Μία δέσμη φωτεινών ακτίνων που θα περάσει δια μέσου του λεπτού αυτού φακού θα έχει στίγμα (είδωλο) ένα σημείο A' που βρίσκεται σε απόσταση x' από την πίσω επιφάνεια του φακού (Σχ. 5-4). Το σημείο A αποτελεί αντικείμενο για την πρώτη επιφάνεια του φακού και δίνει είδωλο A'' που είναι σε απόσταση x'' και είναι πραγματικό.



Σχήμα 5-4

Εύρεση θέσης ειδώλου από σημειακό αντικείμενο. Αλγεβρικός υπολογισμός.

Από την σχέση των σφαιρικών διόπτρων προκύπτει: $\frac{1}{x} + \frac{n}{x''} = \frac{n-1}{R_1}$ (1)

όπου R_1 η ακτίνα καμπυλότητας της πρώτης επιφάνειας του φακού και είναι $R_1 > 0$. Το είδωλο A'' της πρώτης επιφάνειας αποτελεί φανταστικό αντικείμενο για την δεύτερη επιφάνεια του φακού η οποία δίνει ένα είδωλο A' πραγματικό σε απόσταση x' από το φακό. Εφαρμόζοντας την σχέση των σφαιρικών διόπτρων για τη δεύτερη επιφάνεια του φακού προκύπτει:

$$-\frac{n}{x''} + \frac{1}{x'} = \frac{1-n}{R_2} \quad (2)$$

όπου, R_2 η ακτίνα καμπυλότητας της δεύτερης επιφάνειας του φακού και είναι $R_2 < 0$.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (5-1)$$

Δια προσθέσεως των προηγούμενων σχέσεων (1) και (2) προκύπτει:

Εάν το περιβάλλον μέσον του φακού είναι το ίδιο και από τις δύο πλευρές του φακού (Στο σχήμα 5.6 $n_1 = n_2$) αντίστοιχα αποδεικνύεται ότι:

$$\frac{n_1}{x} + \frac{n_1}{x'} = (n - n_1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (5-2)$$

Εάν ο φακός περιβάλλεται από διαφορετικά οπτικά μέσα με δείκτες διάθλασης n_1 και n_2 (Στο σχήμα 5.6 $n_1 \neq n_2$) αντίστοιχα αποδεικνύεται ότι::

$$\frac{n_1}{x} + \frac{n_2}{x'} = \frac{n - n_1}{R_1} - \frac{n_2 - n}{R_2} \quad (5-3)$$

Τονίζεται ιδιαίτερα ότι σε όλες τις προηγούμενες σχέσεις η προσημοθέτηση των ακτινών καμπυλότητας έχει γίνει με την έννοια ότι το φως καθώς διαπερνά τον αμφίκυρτο φακό συναντά πρώτα κυρτή ($R_1 > 0$) και μετά κοίλη πλευρά ($R_2 < 0$).

5.5 Κύριες εστίες, δευτερεύουσες εστίες, εστιακά επίπεδα

Εάν η φωτεινή πηγή Α απομακρυνθεί από το φακό και μεταφερθεί σε άπειρη απόσταση, παραμένουσα όμως στα κύριο άξονα, τότε:

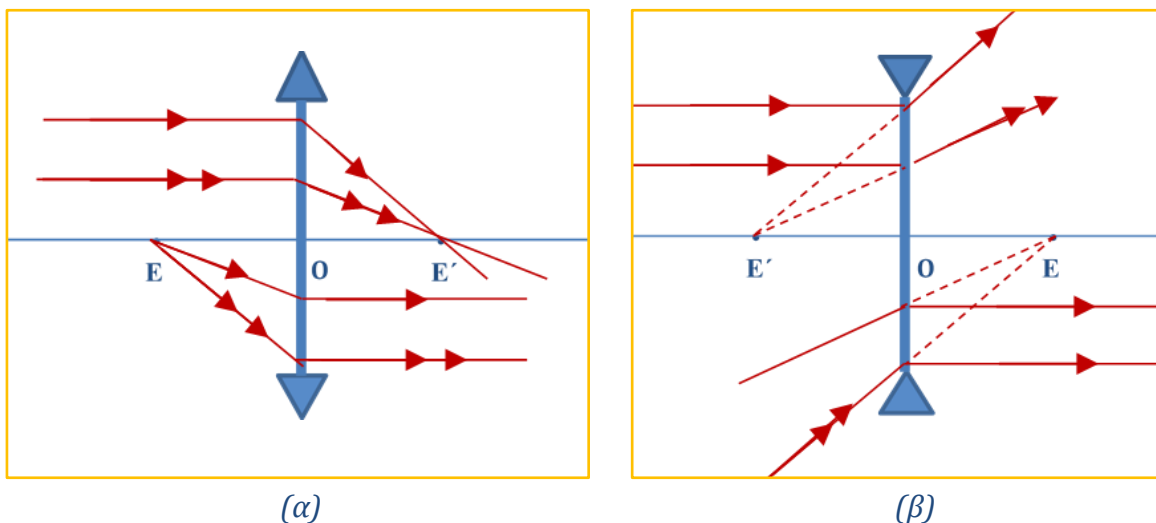
$$x \rightarrow \infty \text{ και } \frac{1}{x} = 0. \text{ Επομένως η σχέση (5-1) θα γράφεται: } \frac{1}{x'} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Δηλαδή το στίγμα (είδωλο) της διαθλώμενης δέσμης θα απέχει από το φακό απόσταση:

$$x' = \frac{1}{(n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)}$$

Το σημείο αυτό ονομάζεται δεύτερη κυρία εστία E' τού φακού, η δε απόσταση του από τον φακό δεύτερη εστιακή απόσταση f' . Δηλαδή:

$$f' = \frac{n_1}{(n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)} \quad (5-4)$$



Σχήμα 5-5
Κύριες εστίες (α) συγκλίνοντος και (β) αποκλίνοντος φακού.

Η δεύτερη εστιακή απόσταση καλείται και εστιακή απόσταση ειδώλου ενώ η δεύτερη κυρία εστία και εστία ειδώλου.. Στην περίπτωση που ο φακός είναι συγκλίνων η δεύτερη κυρία εστία είναι πραγματική και η δεύτερη εστιακή απόσταση θετική (Σχ. 5-5α) ενώ όταν ο φακός είναι αποκλίνων η δεύτερη κυρία εστία είναι φανταστική και η δεύτερη εστιακή απόσταση αρνητική (Σχ. 5-5β).

$$f = \frac{1}{(n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)} \quad (5-5)$$

Εάν θεωρηθεί ότι το αντικείμενο Α βρίσκεται στον κύριο άξονα σε τέτοια θέση ώστε οι διαθλώμενες από το φακό ακτίνες να εξέρχονται παράλληλες (είδωλο στο άπειρο), τότε:

$$x' \rightarrow \infty \text{ και } \frac{n}{x'} = 0. \text{ Επομένως θα ισχύει: } \frac{1}{x} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

Δηλαδή το στίγμα (αντικείμενο) της προσπίπτουσας δέσμης θα απέχει από το φακό απόσταση:

$$x = \frac{1}{(n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}$$

Το σημείο αυτό ονομάζεται πρώτη κυρία εστία f (ή εστία αντικειμένου) και η απόσταση του από το φακό πρώτη εστιακή απόσταση f (ή εστιακή απόσταση αντικειμένου), δηλαδή:

Λαμβάνοντας υπ' όψη τα προηγούμενα, ο τύπος για την εύρεση του ειδώλου για λεπτό φακό όταν περιβάλλεται από αέρα θα γράφεται:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} = \frac{1}{f'} \quad (5-6)$$

Επομένως όταν εκατέρωθεν του φακού υπάρχει ίδιο οπτικό μέσο οι δύο εστιακές αποστάσεις είναι ίσες $f=f'$.

Στην περίπτωση που ο φακός περιβάλλεται από ίδιο οπτικό μέσο με δείκτη διάθλασης n_1 η πρώτη και δεύτερη εστιακή του απόσταση θα είναι ίσες ($f = f'$) και θα δίνονται από την σχέση:

$$f = f' = \frac{n_1}{(n - n_1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}$$

Στην περίπτωση αυτή η θέση του ειδώλου βρίσκεται από την σχέση: $\frac{n_1}{x} + \frac{n_1}{x'} = \frac{n_1}{f} = \frac{n_1}{f'}$ ήτοι:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} = \frac{1}{f'} \quad (5-7)$$

Όταν εκατέρωθεν του φακού υπάρχει διαφορετικό οπτικό μέσο ($n_1 \neq n_2$) η πρώτη και δεύτερη εστιακή του απόσταση θα είναι άνισες ($f \neq f'$) και θα δίνονται από την σχέση:

$$f = \frac{n_1}{\frac{n - n_1}{R_1} + \frac{n_2 - n}{R_2}} \quad \text{και} \quad f' = \frac{n_2}{\frac{n - n_1}{R_1} + \frac{n_2 - n}{R_2}}$$

Στην περίπτωση αυτή η θέση του ειδώλου βρίσκεται από την σχέση:

$$\frac{n_1}{x} + \frac{n_2}{x'} = \frac{n_1}{f} = \frac{n_2}{f'} \quad (5-8)$$

5.6 Ισχύς λεπτού φακού

Η ισχύς ενός λεπτού φακού θα είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των ισχύων P_1 και P_2 των δύο διόπτρων από τα οποία αποτελείται. Ανάλογα με το μέσο που περιβάλλει τον φακό διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις

1. Αν ο φακός περιβάλλεται από αέρα ($n_{\alpha\epsilon\rho\alpha} = 1$) ισχύει:

$$P = P_1 + P_2 = \frac{n-1}{R_1} + \frac{1-n}{R_2} \text{ και τελικά } P = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Επομένως από το συνδυασμό των σχέσεων 5.4, 5.6 και 5.12 προκύπτει:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} = \frac{1}{f'} = P = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (5-9)$$

Στην περίπτωση αυτή (δηλαδή όταν ο φακός περιβάλλεται από αέρα) η ισχύς ενός φακού ορίζεται ως το αντίστροφο της εστιακής του απόστασης. Μονάδα μέτρησης της ισχύος είναι η μία (1 D) διοπτρία, που ισούται με: $1D = 1m^{-1}$

2. Αν ο φακός περιβάλλεται από ίδιο οπτικό μέσο ($n_1 = n_2$) ισχύει:

$$P = P_1 + P_2 = \frac{n-n_1}{R_1} + \frac{1-n_1}{R_2} \text{ και τελικά } P = (n-n_1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

τότε αντίστοιχα σε συνδυασμό με τις σχέσεις 5-7, 5-8 προκύπτει:

$$\frac{n_1}{x} + \frac{n_1}{x'} = \frac{n_1}{f} = \frac{n_1}{f'} = P = (n-n_1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (5-10)$$

Από την προηγούμενη σχέση προκύπτει:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} = \frac{1}{f'} \quad (5-11)$$

3. Αν ο φακός περιβάλλεται από διαφορετικά οπτικά μέσα με δείκτες διάθλασης n_1 και n_2 αντίστοιχα ($n_1 \neq n_2$) ισχύει:

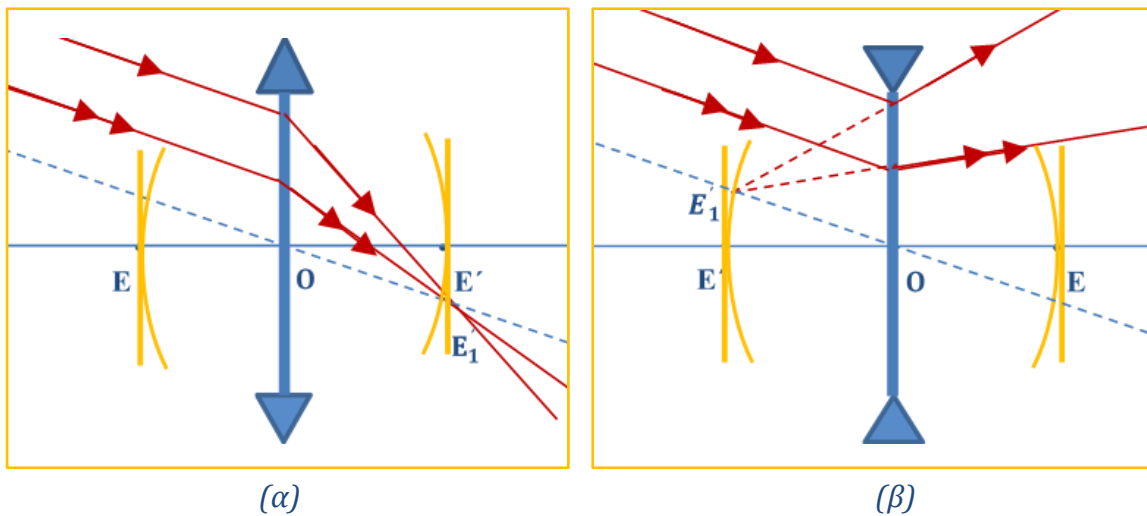
$$P = P_1 + P_2 = \frac{n-n_1}{R_1} + \frac{n_2-n}{R_2}$$

τότε αντίστοιχα σε συνδυασμό με τις σχέσεις 5-7, 5-8 προκύπτει:

$$\frac{n_1}{x} + \frac{n_2}{x'} = \frac{n_1}{f} = \frac{n_2}{f'} = P = \frac{n-n_1}{R_1} + \frac{n_2-n}{R_2} \quad (5-12)$$

Στους συγκλίνοντες φακούς η ισχύς είναι θετική, όπως θετικές είναι και οι εστιακές αποστάσεις f, f' . Αυτό σημαίνει ότι η κυρία εστία E βρίσκεται μπροστά από τον φακό και η E' πίσω από αυτόν. Στους αποκλίνοντες φακούς η ισχύς είναι αρνητική, όπως αρνητικές είναι και οι εστιακές αποστάσεις f, f' . Αυτό σημαίνει ότι η κυρία εστία E βρίσκεται πίσω από τον φακό και η E' μπροστά από αυτόν.

Αν οι φωτεινές ακτίνες προσπέσουν σε ένα φακό παράλληλα σε ένα δευτερεύοντα άξονα και ο φακός είναι συγκλίνων, αυτές διέρχονται πάλι από ένα πραγματικό σημείο E_1' το οποίο καλείται δευτερεύουσα εστία (Σχ. 5-6α).



Σχήμα 5-6
Δευτερεύουσες εστίες και εστιακά επίπεδα συγκλίνοντος λεπτού φακού (α) συγκλίνοντος και (β) αποκλίνοντος φακού.

Στους αποκλίνοντες φακούς η ισχύς είναι αρνητική όπως αρνητικές είναι και οι εστιακές αποστάσεις f, f' . Αυτό σημαίνει ότι η κυρία εστία E βρίσκεται πίσω από το φακό και η E' μπροστά από αυτόν. (Σχ. 5-6β).

Και στις δύο προηγούμενες περιπτώσεις σε κάθε δευτερεύοντα άξονα θα αντιστοιχούν δυο δευτερεύουσες εστίες εκατέρωθεν του φακού. Το σύνολο των δευτερευουσών εστιών καθορίζει δύο εστιακές επιφάνειες. Επειδή ο φακός έχει μικρό άνοιγμα οι δύο επιφάνειες θεωρούνται κατά προσέγγιση επίπεδα κάθετα στο κύριο άξονα που διέρχονται από τις κύριες εστίες. Αυτά καλούνται **εστιακά επίπεδα** του φακού.

5.7 Συγκλίνοντες φακοί

Όταν εκατέρωθεν του συγκλίνοντος φακού υπάρχει κενό (ή αέρας), τότε η θέση ενός

ειδώλου καθορίζεται από τη σχέση: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$

Στη σχέση αυτή εάν το αντικείμενο και το είδωλο είναι πραγματικό οι αποστάσεις τους από το φακό θα είναι θετικές, ενώ αν το αντικείμενο και το είδωλο είναι φανταστικό, οι αποστάσεις τους από το φακό είναι αρνητικές. Η εστιακή απόσταση f συγκλίνοντα φακού είναι θετική. Ο τύπος των συγκλινόντων φακών λυμένος ως προς x' δίνει τη σχέση:

$$x' = \frac{f}{1 - \frac{f}{x}} \quad (5-13)$$

Δίνοντας στο x διάφορες τιμές προσδιορίζονται αντίστοιχες τιμές του x' .

Θετικές τιμές στην απόσταση x αντιστοιχούν στο χώρο μπροστά από το φακό (πραγματικό αντικείμενο) και αρνητικές τιμές στην x στο χώρο, πίσω από το φακό.

Θετικές τιμές στην απόσταση x' αντιστοιχούν στο χώρο πίσω από το φακό (πραγματικό είδωλο) και αρνητικές τιμές του x' στο χώρο μπροστά από το φακό (φανταστικό είδωλο).

α/α	Θέση αντικειμένου		Θέση ειδώλου		Περιγραφή αντικειμένου & είδωλο	
1.	Εάν	$-\infty < x < 0$	τότε	$0 < x' < f$	δηλαδή	Φανταστικό αντικείμενο & είδωλο πραγματικό
2.	Εάν	$0 < x < f$	τότε	$-\infty < x' < 0$	δηλαδή	Πραγματικό αντικείμενο & είδωλο φανταστικό
3.	Εάν	$f < x < \infty$	τότε	$f < x' < +\infty$	δηλαδή	Πραγματικό αντικείμενο & είδωλο πραγματικό

Τα προηγούμενα εξαγόμενα συμφωνούν απόλυτα με τα συμπεράσματα των γεωμετρικών κατασκευών.

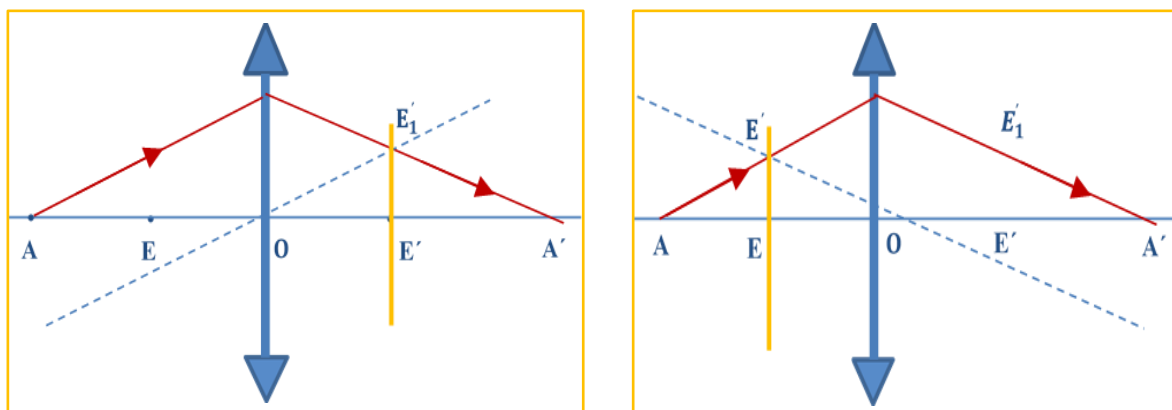
5.8 Σχηματισμός ειδώλου σημειακού αντικειμένου

Η γραφική κατασκευή του ειδώλου που δίνουν οι συγκλίνοντες φακοί για μιά σημειακή φωτεινή πηγή που βρίσκεται πάνω στο κύριο άξονα γίνεται με δύο δυνατούς τρόπους:

- Κάθε φωτεινή ακτίνα που ξεκινά από την πηγή μετά τη διάθλαση της θα είναι παράλληλη σε εκείνο το δευτερεύοντα άξονα από την εστία του οποίου διέρχεται πριν την διάθλαση
- Κάθε φωτεινή ακτίνα που είναι παράλληλη σε ένα δευτερεύοντα άξονα μετά τη διάθλαση της θα διέρχεται από τη δεύτερη εστία του δευτερεύοντα άξονα

Παρακάτω δίνονται διάφορες περιπτώσεις εύρεσης ειδώλου ανάλογα με τη θέση του αντικειμένου και με τους δύο τρόπους:

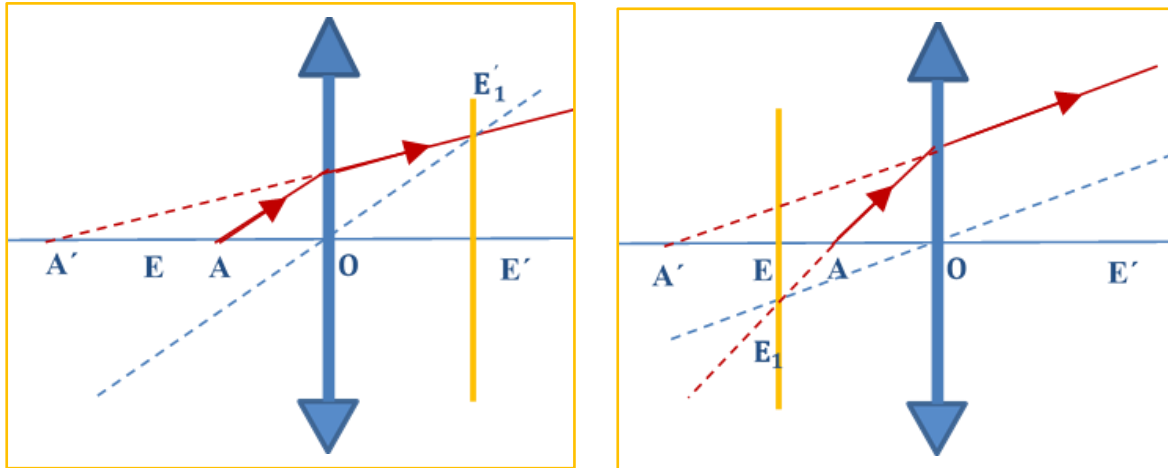
- Το σημειακό αντικείμενο A να βρίσκεται πριν από την πρώτη εστία E του φακού (πραγματικό).



Σχήμα 5-7
Γραφική εύρεση ειδώλου ενός σημειακού αντικειμένου A που βρίσκεται πριν από την κυρία εστία E

Στην περίπτωση αυτή το σχηματιζόμενο είδωλο είναι πραγματικό και βρίσκεται μετά την δεύτερη εστία E' του φακού (Σχ. 5-7).

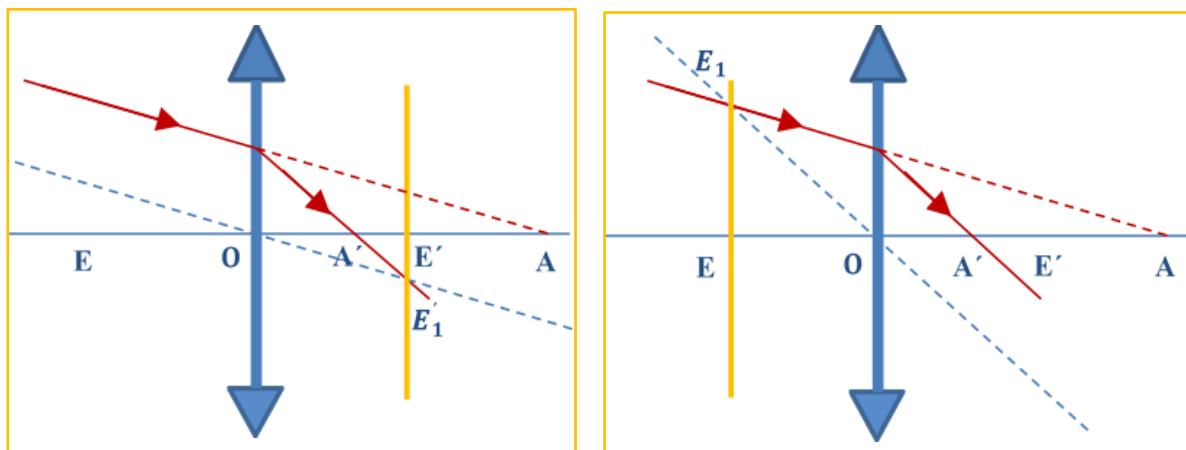
2. Το σημειακό αντικείμενο A να βρίσκεται μεταξύ της εστίας E και του οπτικού κέντρου O του φακού (πραγματικό). Τότε το είδωλο A' είναι φανταστικό (Σχ. 5-8).



Σχήμα 5-8

Γραφική εύρεση ειδώλου ενός σημειακού αντικειμένου που βρίσκεται μεταξύ εστίας E και του οπτικού κέντρου O του φακού.

3. Το σημειακό αντικείμενο A να βρίσκεται πίσω από το φακό (φανταστικό). Τότε το είδωλο A' είναι πραγματικό και βρίσκεται μεταξύ του οπτικού κέντρου του φακού και της δεύτερης εστίας αυτού (Σχ. 5-9).



Σχήμα 5-9

Γραφική εύρεση ειδώλου ενός φανταστικού αντικειμένου.

5.9 Σχηματισμός ειδώλου γραμμικού αντικειμένου

Η γραφική κατασκευή του ειδώλου που δίνουν οι συγκλίνοντες φακοί για ένα φωτεινό αντικείμενο υπό μορφή βέλους, κάθετου στον κύριο άξονα γίνεται ως εξής:

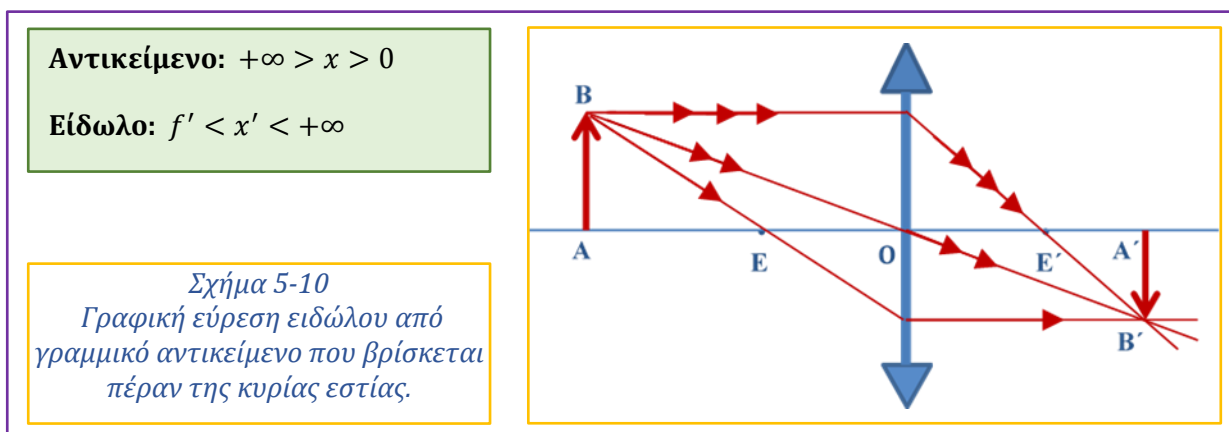
Από την κορυφή B του γραμμικού αντικειμένου AB χαράσσεται ακτίνα παράλληλη στον κύριο άξονα του φακού. Η ακτίνα αυτή μετά τη διάθλαση της διέρχεται από την δεύτερη κυρία εστία E' . Από την κορυφή B του βέλους AB χαράσσεται ακτίνα που διέρχεται από το οπτικό κέντρο O . Αυτή διερχόμενη διά μέσου του φακού διατηρεί την αρχική της πορεία.

Το σημείο τομής των δύο αυτών διαθλώμενων ακτίνων (ή των προεκτάσεων αυτών) θα δίδει το B' που αποτελεί το είδωλο του B . Από το B' φέρεται κάθετη στον κύριο άξονα και προσδιορίζεται το είδωλο $A'B'$ που αποτελεί το είδωλο του αντικειμένου AB .

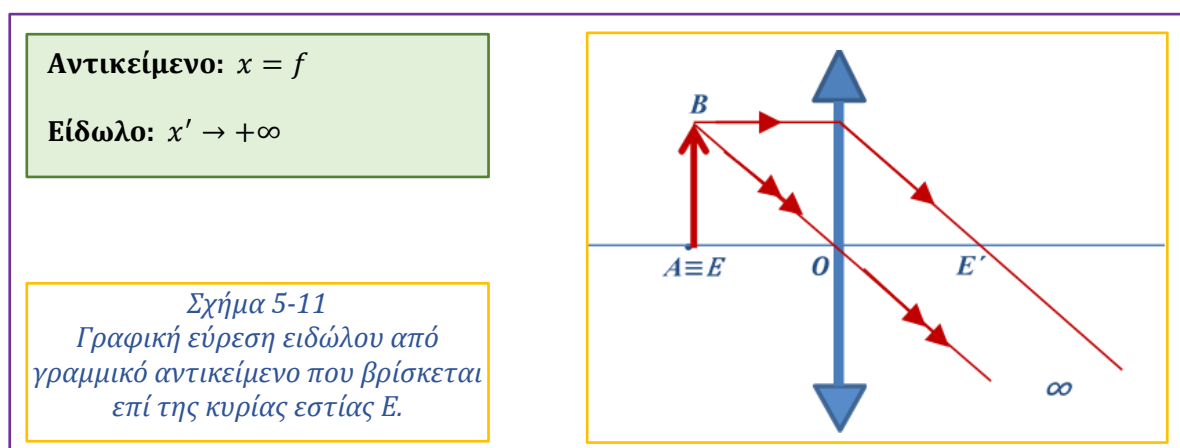
Η μία από τις παραπάνω ακτίνες μπορεί να αντικατασταθεί από εκείνη που ξεκινά από το B και διέρχεται από την πρώτη εστία του φακού. Η ακτίνα αυτή μετά την διάθλαση της καθίσταται παράλληλη στο κύριο άξονα του φακού.

Παρακάτω δίνονται διάφορες περιπτώσεις εύρεσης ειδώλου ανάλογα με τη θέση του αντικειμένου.

1. Το αντικείμενο AB να βρίσκεται πριν από την πρώτης κυρίας εστίας E του φακού (πραγματικό). Το είδωλο $A'B'$ θα είναι πραγματικό ανεστραμμένο και θα βρίσκεται πέραν της δεύτερης κυρίας εστίας E' . (Σχ. 5-10).



2. Το αντικείμενο AB' να βρίσκεται στην πρώτη κυρία εστία E (πραγματικό). Το είδωλο θα σχηματίζεται στο άπειρο και θα είναι πραγματικό (Σχ. 5-11).



3. Το αντικείμενο AB να βρίσκεται μεταξύ της πρώτης κύριας εστίας E και του οπτικού κέντρου O του φακού. Το είδωλο θα είναι φανταστικό, ορθό, μεγαλύτερο του αντικειμένου και θα βρίσκεται πέραν της πρώτης κυρίας εστίας (Σχ. 5-12).

Αντικείμενο: $f > x > 0$

Είδωλο; $-\infty < x' < -f$

Σχήμα 5-12
Γραφική εύρεση ειδώλου από γραμμικό αντικείμενο που βρίσκεται μεταξύ εστίας και οπτικού κέντρου του φακού.

4. Το αντικείμενο AB να βρίσκεται πίσω από το φακό (φανταστικό). Το είδωλο θα είναι πραγματικό, ορθό και θα σχηματίζεται μεταξύ του οπτικού κέντρου O και της δεύτερης κύριας εστίας E' . (Σχ. 5-13).

Αντικείμενο: $0 > x > -\infty$

Είδωλο: $0 < x' < f$

Σχήμα 5-13
Γραφική εύρεση ειδώλου από γραμμικό φανταστικό αντικείμενο.

5.10 Αποκλίνοντες φακοί

Όταν εκατέρωθεν αποκλίνοντος φακού υπάρχει κενό (ή αέρας) τότε, η θέση τού ειδώλου

ενός αντικειμένου καθορίζεται από τη σχέση: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$

Στη σχέση αυτή εάν το αντικείμενο και το είδωλο είναι πραγματικό, οι αποστάσεις τους από το φακό θα είναι θετικές ενώ εάν το αντικείμενο και το είδωλο είναι φανταστικό οι αποστάσεις τους από το φακό θα είναι αρνητικές.

Η εστιακή απόσταση f είναι επίσης αρνητική.

Ο τύπος των αποκλινόντων φακών λυμένος ως προς x' δίνει τη σχέση:

$$x' = \frac{f}{1 - \frac{f}{x}} \quad (5-14)$$

Δίνοντας στο x διάφορες τιμές προσδιορίζονται αντίστοιχες τιμές του x' .

α/α	Θέση αντικειμένου		Θέση ειδώλου		Περιγραφή αντικειμένου & είδωλο	
1.	Εάν	$-\infty < x < f$	τότε	$-\infty < x' < f'$	δηλαδή	Φανταστικό αντικείμενο & είδωλο φανταστικό
2.	Εάν	$f < x < 0$	τότε	$0 < x' < +\infty$	δηλαδή	Φανταστικό αντικείμενο & είδωλο φανταστικό
3.	Εάν	$0 < x < +\infty$	τότε	$f' < x' < 0$	δηλαδή	Πραγματικό αντικείμενο & είδωλο φανταστικό

Τα προηγούμενα εξαγόμενα συμφωνούν απόλυτα με τα συμπεράσματα των γεωμετρικών κατασκευών.

5.11 Σχηματισμός ειδώλου σημειακού αντικειμένου

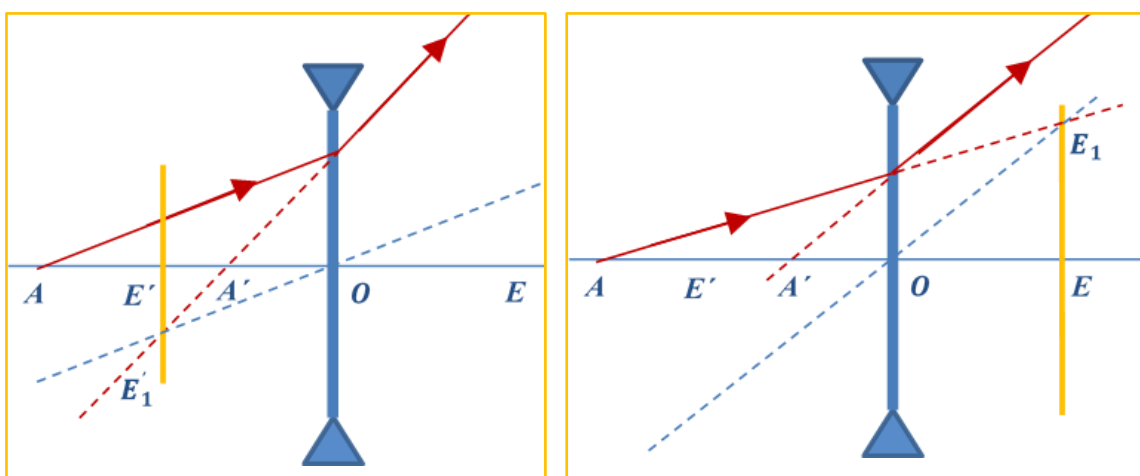
Η γραφική κατασκευή του ειδώλου που δίνουν οι αποκλίνοντες φακοί για μία σημειακή φωτεινή πηγή που βρίσκεται πάνω στον κύριο άξονα γίνεται με δύο τρόπους:

α) Κάθε φωτεινή ακτίνα μετά την διάθλαση της θα είναι πάντοτε παράλληλη σε εκείνο το δευτερεύοντα άξονα την πρώτη εστία του οποίου στόχευε πριν την διάθλαση.

β) Κάθε φωτεινή ακτίνα που προσπίπτει σε φακό παράλληλο σε δευτερεύοντα άξονα μετά τη διάθλαση της θα έχει τέτοια διεύθυνση ώστε η προέκτασή της να διέρχεται από τη δεύτερη εστία του άξονα αυτού.

Παρακάτω δίνονται διάφορες περιπτώσεις εύρεσης ειδώλου ανάλογα με τη θέση του αντικειμένου και με τους δυο τρόπους.

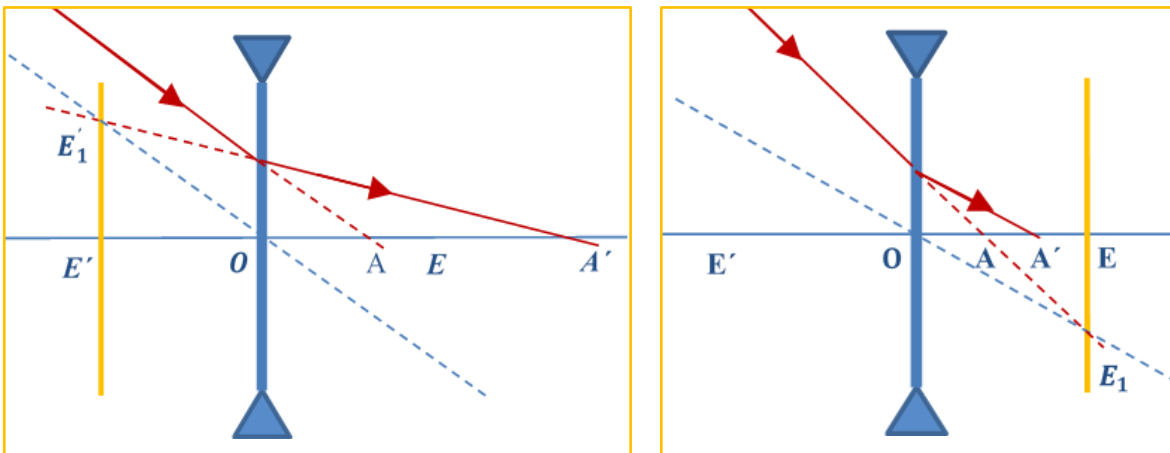
1. Το σημειακό αντικείμενο A να βρίσκεται μπροστά από το φακό (πραγματικό). Τότε το είδωλο A' βρίσκεται μπροστά από το φακό (φανταστικό) (Σχ. 5-14).



Σχήμα 5-14

Γραφική εύρεση ειδώλου από πραγματικό σημειακό αντικείμενο.

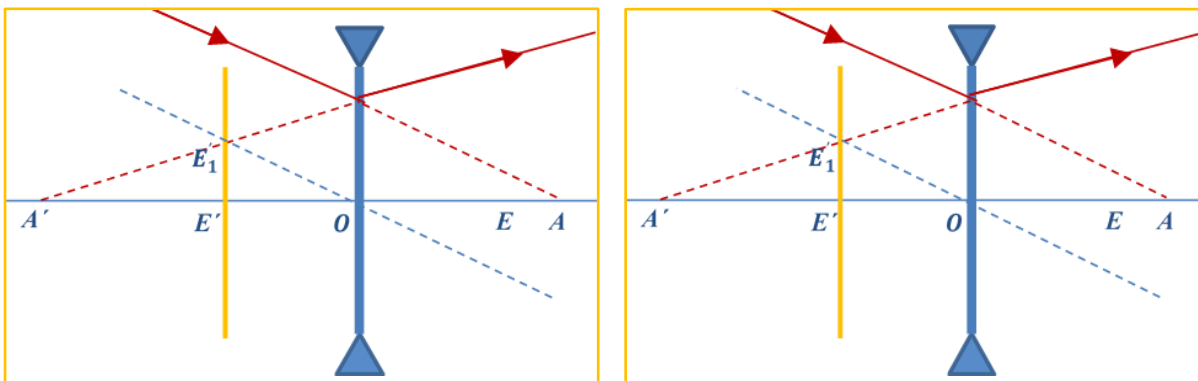
2. Το αντικείμενο A να είναι πίσω από το φακό και μεταξύ του οπτικού κέντρου O και της πρώτης κύριας εστίας E του φακού (φανταστικό). Τότε το είδωλο βρίσκεται μπροστά από το φακό (φανταστικό) (Σχ. 5-15).



Σχήμα 5-15

Γραφική εύρεση ειδώλου από σημειακό αντικείμενο που βρίσκεται μεταξύ οπτικού κέντρου O και πρώτης κυρίας εστίας E (φανταστικό).

3 Το αντικείμενο A να είναι πίσω από το φακό και πέραν της πρώτης εστίας (φανταστικό). Τότε το είδωλο βρίσκεται μπροστά από το φακό και πέραν της δεύτερης εστίας (φανταστικό) (Σχ. 5-16).



Σχήμα 5-16

Γραφική εύρεση ειδώλου από σημειακό αντικείμενο που βρίσκεται πέραν της πρώτης κυρίας εστίας (φανταστικό).

5.12 Σχηματισμός ειδώλου γραμμικού αντικειμένου

Η γραφική κατασκευή του ειδώλου που δίνουν οι αποκλίνοντες φακοί για ένα φωτεινό αντικείμενο υπό μορφή βέλους κάθετου στο κύριο άξονα γίνεται ως εξής:

α) Από την κορυφή B του γραμμικού αντικειμένου AB χαράσσεται ακτίνα παράλληλη στον κύριο άξονα του φακού. Αυτή μετά τη διάθλαση της αποκλίνει ώστε η προέκτασή της να διέρχεται από την δεύτερη κυρία εστία E' του φακού.

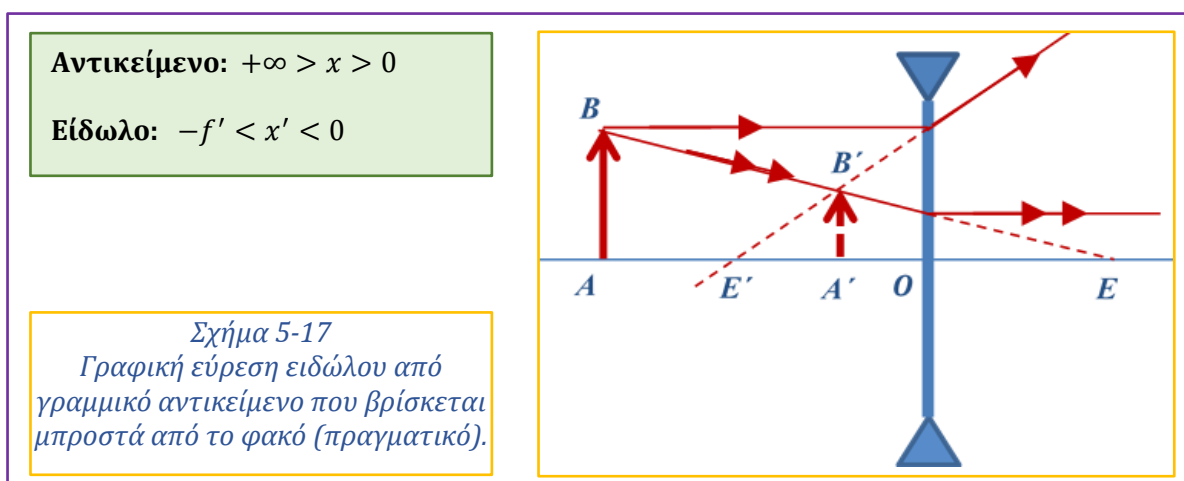
β) Από την κορυφή B του γραμμικού αντικειμένου AB χαράσσεται η ακτίνα που διέρχεται από το οπτικό κέντρο O . Αυτή θα συνεχίσει ευθύγραμμα την πορεία της αφού δεν διαθλάται.

Το σημείο τομής των δύο διαθλώμενων ακτινών (ή των προεκτάσεων αυτών) θα δίνει το B' που αποτελεί το είδωλο του B . Από το B' φέρεται κάθετη στο κύριο άξονα και προσδιορίζεται το είδωλο $A'B'$ του αντικειμένου AB .

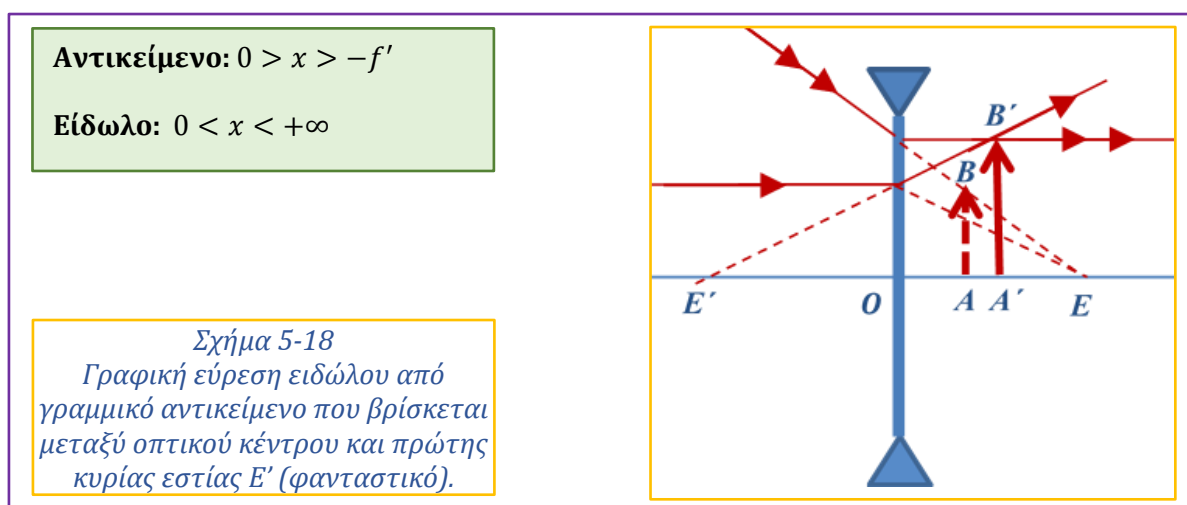
Η μία από τις παραπάνω ακτίνες μπορεί να αντικατασταθεί από εκείνη που ξεκινά από το B και στοχεύει την πρώτη κυρία εστία E του φακού. Αυτή μετά τη διάθλαση της αποκλίνει και καθίσταται παράλληλη στο κύριο άξονα του φακού.

Παρακάτω δίνονται διάφορες περιπτώσεις εύρεσης ειδώλου ανάλογα με τη θέση του αντικειμένου:

1. Το αντικείμενο AB να βρίσκεται μπροστά από το φακό (πραγματικό). Τότε το σχηματιζόμενο είδωλο είναι φανταστικό, μικρότερο του αντικειμένου, ορθό και βρίσκεται μεταξύ δεύτερης κυρίας εστίας E' και οπτικού κέντρου O του φακού (Σχ. 5-17.)

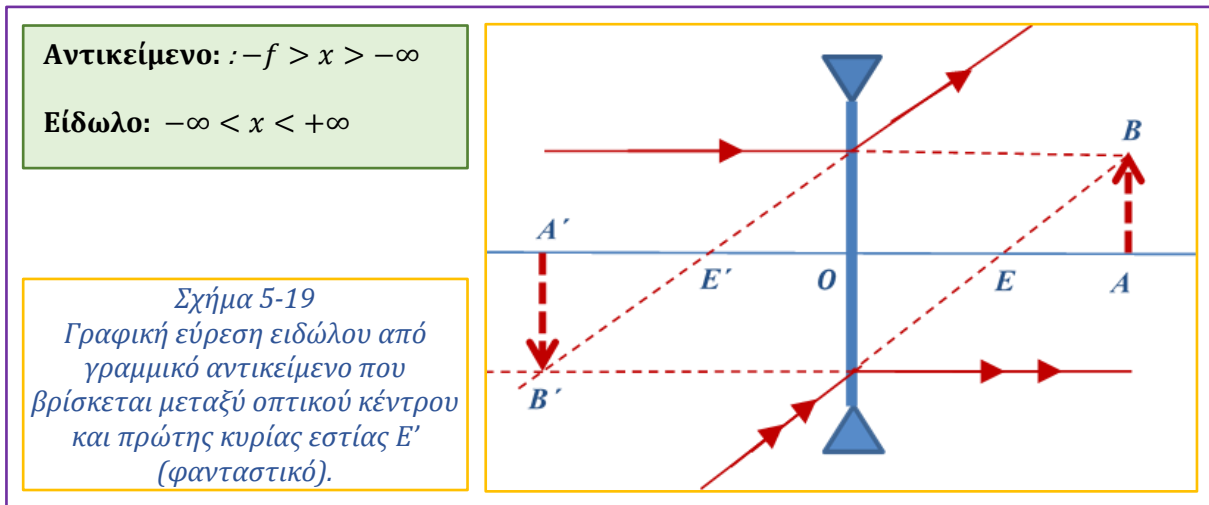


2. Το αντικείμενο AB να βρίσκεται πίσω από το φακό και μεταξύ αυτού και της πρώτης κύριας εστίας E (φανταστικό). Τότε το σχηματιζόμενο είδωλο είναι πραγματικό, ορθό και μεγαλύτερο του αντικειμένου (Σχ. 5-18).



3 Το αντικείμενο AB να βρίσκεται πίσω από το φακό και μετά από την πρώτη κυρία εστία E (φανταστικό).

Τότε το σχηματιζόμενο είδωλο είναι φανταστικό, μεγαλύτερο ή μικρότερο του αντικειμένου, ανεστραμμένο και μπροστά από το φακό (Σχ. 5-20)



5.13 Γραμμική μεγέθυνση

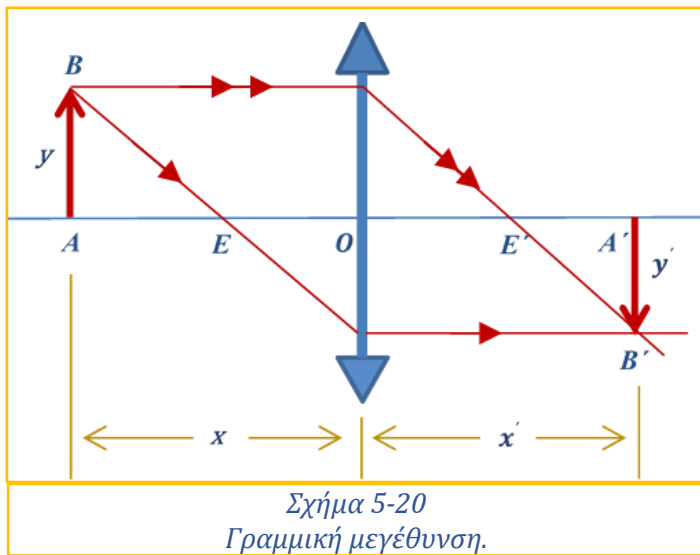
Γραμμική μεγέθυνση ($M_{Γρ}$) καλείται ο λόγος τους μεγέθους του σχηματιζόμενου ειδώλου A'B', ενός γραμμικού αντικειμένου (Σχ. 5-20), προς το αντίστοιχο μέγεθος του αντικειμένου AB δηλαδή:

$$M_{Γρ} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{y'}{y} \quad (5-15)$$

1. Στην περίπτωση που εκατέρωθεν του φακού είναι κενό (ή αέρας) ή υπάρχει ίδιο οπτικό μέσο όπως προκύπτει από το σχήμα 5.19, τα τρίγωνα ABO και A'B'O είναι μεταξύ τους όμοια και επομένως ισχύει:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{x'}{x} \quad \text{ή} \quad \frac{-y'}{y} = \frac{x'}{x}$$

Το μείον στην προηγούμενη σχέση τοποθετήθηκε για να δηλωθεί ότι το είδωλο είναι ανεστραμμένο σε σχέση με το αντικείμενο. Τελικά ισχύει:



$$M_{Γρ} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x} \quad (5-16)$$

Αν η γραμμική μεγέθυνση ($M_{Γρ}$) είναι θετική το είδωλο είναι ορθό ενώ αν είναι αρνητική το είδωλο θα είναι αντεστραμμένο. Επιπρόσθετα αν η απόλυτη τιμή της γραμμικής μεγέθυνσης είναι μεγαλύτερη της μονάδας το είδωλο είναι μεγαλύτερο του αντικειμένου.

Δια συνδυασμού των σχέσεων 5 - 6 και 5 - 16 λαμβάνεται:

$$M_{\Gamma\rho} = -\frac{xf}{(x-f)x} = \frac{f}{f-x} \quad (5-17)$$

Από την διερεύνηση της παραπάνω εξίσωσης προκύπτει ότι:

α/α	Θέση αντικειμένου	Τιμές μεγέθυνσης	Σχέση μεγέθους αντικειμένου - ειδώλου	
A) Για συγκλίνοντες φακούς ($f > 0$).				
1.	Εάν $-\infty < x < 0$	τότε $0 < M_{\Gamma\rho} < +1$	δηλαδή Το είδωλο θα είναι ορθό και επειδή $\left \frac{y'}{y}\right < 1$ και μικρότερο του αντικειμένου.	
2.	Εάν $0 < x < f$	τότε $+1 < M_{\Gamma\rho} < +\infty$	δηλαδή Το είδωλο θα είναι ορθό και επειδή $\left \frac{y'}{y}\right > 1$ και μεγαλύτερο του αντικειμένου.	
3.	Εάν $f = x$	τότε $M_{\Gamma\rho} \rightarrow \infty$	δηλαδή είδωλο απείρως μεγάλο	
4.	Εάν $2f > x > f$	τότε $-\infty < M_{\Gamma\rho} < -1$	δηλαδή είδωλο ανεστραμμένο και επειδή: $\left \frac{y'}{y}\right > 1$ το είδωλο θα είναι μεγαλύτερο του αντικειμένου.	
5.	Εάν $x = 2f$	τότε $M_{\Gamma\rho} = \frac{y'}{y} = -1$	δηλαδή είδωλο ανεστραμμένο και ίσο με το αντικείμενο.	
6.	Εάν $+\infty > x > 2f$	τότε $-1 < M_{\Gamma\rho} < 0$	δηλαδή είδωλο ανεστραμμένο και επειδή: $\left \frac{y'}{y}\right < 1$ το είδωλο θα είναι μικρότερο του αντικειμένου.	
B) Για αποκλίνοντες φακούς ($f < 0$).				
		$-\infty < x < 2f$	$-1 < M_{\Gamma\rho} < 0$	είδωλο φανταστικό, ανεστραμμένο και επειδή: $\left \frac{y'}{y}\right < 1$ δηλαδή είδωλο μικρότερο του αντικειμένου.
		$x = -2f$	$M_{\Gamma\rho} = -1$	είδωλο φανταστικό, ανεστραμμένο, και επειδή $ y' = y $ είδωλο ίσο με το αντικείμενο.
		$2f < x < f$	$-1 < M_{\Gamma\rho} < 0$	είδωλο ανεστραμμένο και επειδή: $\left \frac{y'}{y}\right < 1$ το είδωλο θα είναι μικρότερο του αντικειμένου.
		$f = x$	$M_{\Gamma\rho} \rightarrow \infty$	είδωλο απείρως μεγάλο.
		$f < x < 0$	$0 < M_{\Gamma\rho} < +1$	είδωλο πραγματικό, ορθό και επειδή: $\frac{y'}{y} < 1$ το είδωλο θα είναι μικρότερο του αντικειμένου.
		$0 < x < +\infty$	$0 < M_{\Gamma\rho} < \mp 1$	Είδωλο φανταστικό, ορθό και επειδή: $\frac{y'}{y} < 1$ το είδωλο θα είναι μικρότερο του αντικειμένου.

2. Στην περίπτωση που εκατέρωθεν του φακού υπάρχουν διαφορετικά οπτικά μέσα με δείκτες διάθλασης n_1 και n_2 αντίστοιχα με $n_1 \neq n_2$ η γραμμική μεγέθυνση υπολογίζεται λαμβάνοντας υπ' όψη τις μεγεθύνσεις που λαμβάνουν χώρα στα επί μέρους σφαιρικά δίοπτρα από τα οποία αποτελείται ο φακός. Επομένως εάν από το πρώτο δίοπτρο λαμβάνεται είδωλο $A''B'' = y''$ σε απόσταση x'' από το φακό θα ισχύει:

$$M_{\Gamma\rho,1} = \frac{y''}{y} = -\frac{x''}{x} \frac{n_1}{n}$$

Όπου n ο δείκτης διάθλασης του φακού.

Για το δεύτερο δίοπτρο θα ισχύει:

$$M_{\Gamma\rho,2} = \frac{y'}{y''} = -\frac{x'}{(-)x''} \frac{n}{n_2}$$

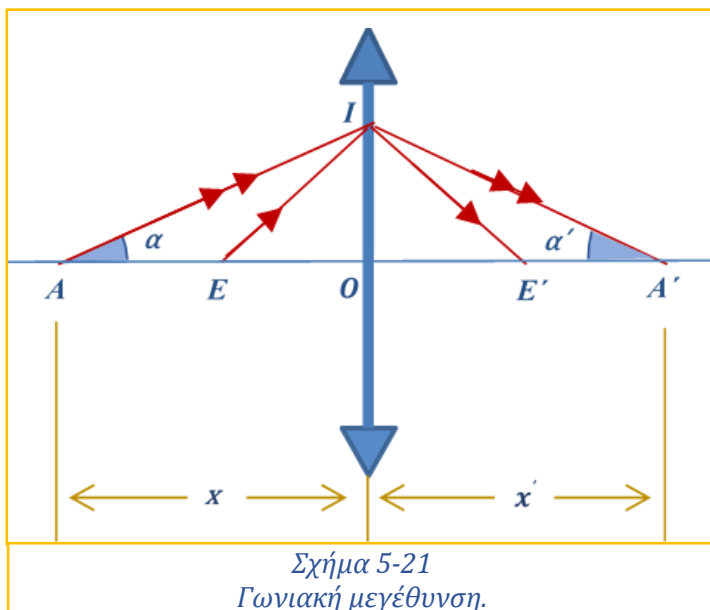
Το μείον στην προηγούμενη σχέση υποδηλώνει ότι το $A''B''$ στο δεύτερο δίοπτρο είναι φανταστικό αντικείμενο. Εάν οι προηγούμενες εξισώσεις πολλαπλασιαστούν κατά μέλη τότε η μεγέθυνση για τον φακό θα είναι:

$$M_{\Gamma\rho} = M_{\Gamma\rho,1} M_{\Gamma\rho,2} = \frac{y'' y'}{y y''} = \left(-\frac{x''}{x} \frac{n_1}{n} \right) \left(-\frac{x'}{(-)x''} \frac{n}{n_2} \right) \text{ και τελικά:}$$

$$M_{\Gamma\rho} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x} \frac{n_1}{n_2} \quad (5-18)$$

5.14 Γωνιακή μεγέθυνση

Γωνιακή μεγέθυνση ($M_{\Gamma\omega\nu}$) καλείται ο λόγος της γωνίας που σχηματίζει η διαθλώμενη ακτίνα με τον κύριο άξονα του φακού προς την γωνία που σχηματίζει η προσπίπτουσα ακτίνα με τον κύριο



$$M_{\Gamma\omega\nu} = \frac{\alpha'}{\alpha} \quad (5-19)$$

άξονα αυτού (Σχ. 5-21), δηλαδή:

Όπως προκύπτει και από το σχήμα 5-21 η γωνιακή μεγέθυνση εξαρτάται από τη θέση του αντικειμένου καθώς και από την ισχύ του φακού.

Επειδή οι γωνίες α , α' είναι μικρές, θα ισχύει $\alpha \cong \varepsilon\varphi\alpha$ και $\alpha' \cong \varepsilon\varphi\alpha'$. Ο τύπος επομένως της γωνιακής μεγέθυνσης θα γράφεται:

$$M_{\Gamma\omega\nu} = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\varepsilon\varphi\alpha'}{\varepsilon\varphi\alpha}$$

Από τα τρίγωνα AIO και $A'I'O$ προκύπτει: $IO = AO \varepsilon\varphi\alpha = A'O \varepsilon\varphi\alpha'$

$$M_{\Gamma\omega\nu} = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\varepsilon\varphi\alpha'}{\varepsilon\varphi\alpha} = -\frac{x}{x'} \quad (5-20)$$

Από την προηγούμενη σχέση προκύπτει: $x\varepsilon\varphi\alpha = x'\varepsilon\varphi\alpha'$ και επομένως:

Δια συνδυασμού της προηγούμενης σχέσης με το τύπο της γραμμικής μεγέθυνσης προκύπτει:

$$n_1 y \alpha = -n_2 y' \alpha' \quad (5-21)$$

$n_1 y \varepsilon\varphi\alpha = n_2 y' \varepsilon\varphi\alpha'$ και επειδή οι γωνίες α, α' είναι μικρές:

Η τελευταία σχέση αποτελεί το θεώρημα του Lagrange-Helmholtz για λεπτό φακό.

Δια πολλαπλασιασμού των εξισώσεων της γραμμικής και της γωνιακής μεγέθυνσης προκύπτει:

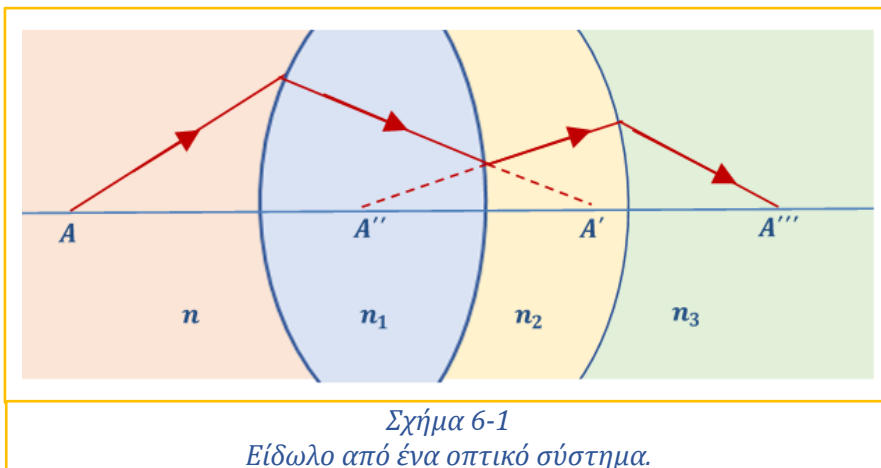
$$M_{\Gamma\rho} M_{\Gamma\omega\nu} = \frac{y' \alpha'}{y \alpha} = \frac{n_1 x' x}{n_2 x x'} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{f}{f'} \quad (5-22)$$

6 Οπτικά συστήματα.

6.1 Ομοαξονικό οπτικό σύστημα.

Ένα οπτικό σύστημα μπορεί να είναι μια επιφάνεια διαχωρισμού δυο οπτικών μέσων, μια οπή σε αδιαφανές μέσο, ένας φακός, ένα πρίσμα, ένα κάτοπτρο ή συνδυασμοί τέτοιων στοιχείων. Με ένα οπτικό σύστημα επιδιώκεται η απεικόνιση φωτεινών αντικειμένων (Σχ. 6-2).

Το κάθε οπτικό σύστημα έχει κατάλληλα διαμορφωμένες ανακλαστικές ή διαθλαστικές επιφάνειες ώστε από ένα σημειακό αντικείμενο A να λαμβάνεται ένα σημειακό είδωλο A' . Τα σημεία A και A' καλούνται συζυγή ως προς το οπτικό σύστημα.



Ένα οπτικό σύστημα που αποτελείται από οπτικά μέσα με διαχωριστικές επιφάνειες εκ περιστροφής γύρω από κοινό άξονα καλείται ομοαξονικό σύστημα. Ο κοινός άξονας περιστροφής καλείται οπτικός άξονας

του συστήματος. Κάθε επίπεδο που περιέχει τον οπτικό άξονα καλείται μεσημβρινό επίπεδο (ή κύρια τομή). Λόγω της συμμετρίας όλα τα μεσημβρινά επίπεδα είναι ισότιμα. Ακτίνες μεσημβρινές δηλαδή ακτίνες που προσπίπτουν στο σύστημα ευρισκόμενες σε μεσημβρινό επίπεδο παραμένουν σε αυτό το επίπεδο σε όλη τη πορεία τους δια μέσου του οπτικού συστήματος καθώς και μετά την έξοδό τους από αυτό.

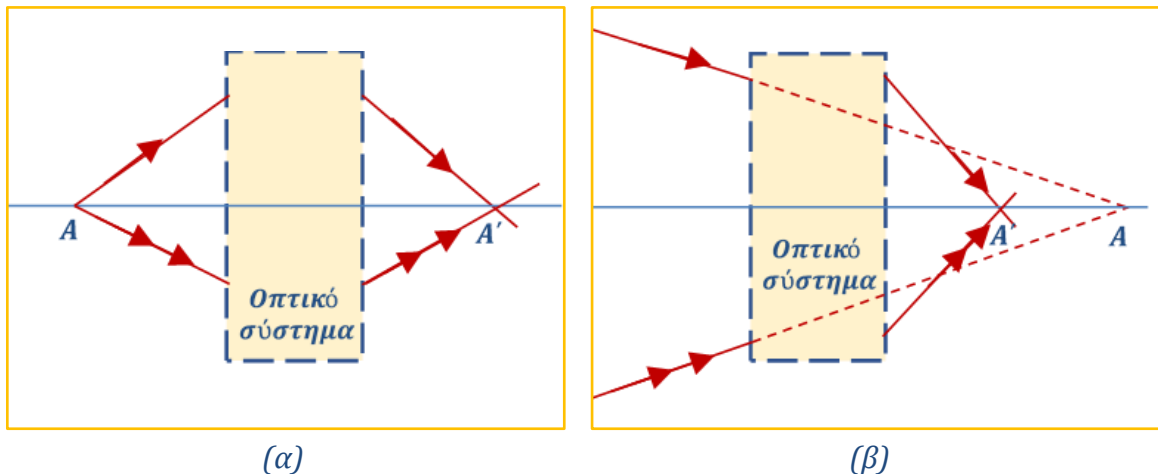
Ακτίνες που δεν περιέχονται σε μεσημβρινό επίπεδο – στρεβλές- δεν δίνουν καλή απεικόνιση και αποφεύγονται. Επομένως η μελέτη ενός ομοαξονικού συστήματος μπορεί να περιορισθεί σε ένα μεσημβρινό επίπεδο αφού σε όλα θα συμβαίνουν τα ίδια φαινόμενα.

Οι επιφάνειες των οπτικών στοιχείων, φακών ή κατόπτρων ενός ομοαξονικού συστήματος μπορεί να μην είναι σφαιρικές. Αρκεί να είναι εκ περιστροφής. Τα περισσότερα οπτικά συστήματα είναι ομοαξονικά οπτικά συστήματα (τηλεσκόπια, μικροσκόπια, φωτογραφικές μηχανές κ.α.) ή αποτελούνται από δυο ή περισσότερα ομοαξονικά οπτικά συστήματα (φασματογράφοι, περισκόπια κ.α.). Είναι λοιπόν φανερή η αξία της μελέτης τους. Στα οπτικά ομοαξονικά συστήματα που αποτελούνται από στοιχεία με σφαιρικές επιφάνειες τα κέντρα καμπυλότητας των σφαιρικών επιφανειών βρίσκονται πάνω στον οπτικό άξονα. Η ακριβής τοποθέτηση των φακών ή των κατόπτρων πάνω στον οπτικό άξονα, το κεντράρισμα και η ευθυγράμμιση όπως λέγεται έχει μεγάλη σημασία για την επίδοση του συστήματος.

6.2 Το τέλειο οπτικό σύστημα και η προσέγγισή του.

Ανεξάρτητα από τη δυνατότητα κατασκευής του ένα τέλειο οπτικό σύστημα σύμφωνα με τον ορισμό που έδωσε ο J.C. Waxwel (1831-1879) θα πρέπει να εκπληρώνει τους τρεις παρακάτω όρους:

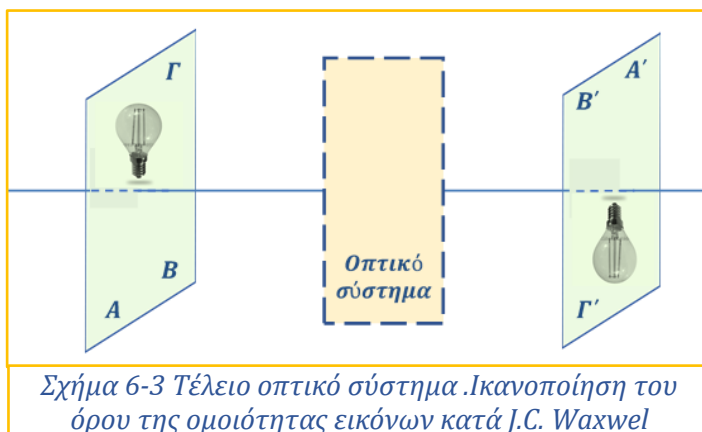
1) Συζυγή σημεία: Όλες οι ακτίνες που προέρχονται από σημειακό αντικείμενο (πραγματικό ή φανταστικό) μετά τη διέλευσή τους από το οπτικό σύστημα θα διέρχονται από σημείο A' (πραγματικό ή φανταστικό) συζυγές του A (Σχ. 6-2α,β).



Σχήμα 6-2
Τέλειο οπτικό σύστημα. Ικανοποίηση των όρων των συζυγών σημείων και συζυγών επιπέδων κατά J.C. Waxwel

2) Συζυγή επίπεδα: Ένα φωτεινό αντικείμενο που βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στον οπτικό άξονα ομοαξονικού συστήματος έχει εικόνα (είδωλο) επίσης σε συζυγή επίπεδο κάθετο στον οπτικό άξονα (Σχ. 6-3).

3) Ομοιότητα εικόνων: Το αντικείμενο και η εικόνα του είναι όμοια. Δηλαδή ο λόγος δυο αντίστοιχων διαστάσεων είναι σταθερός για κάθε ζεύγος συζυγών επιπέδων. Ο σταθερός αυτός λόγος καλείται μεγέθυνση του ζεύγους των συζυγών επιπέδων (Σχ. 6-3).



Σχήμα 6-3 Τέλειο οπτικό σύστημα. Ικανοποίηση του όρου της ομοιότητας εικόνων κατά J.C. Waxwel

Εάν οι προηγούμενοι όροι εκπληρώνονται για δυο ζεύγη επιπέδων, θα εκπληρώνονται για κάθε ζεύγος επιπέδων και το οπτικό σύστημα θα είναι τέλειο. Όπως είναι γνωστό από την μελέτη των φακών και κατόπτρων, που έχει προηγηθεί, τα συστήματα αυτά συμπεριφέρονται κατά προσέγγιση ως τέλεια όταν οι

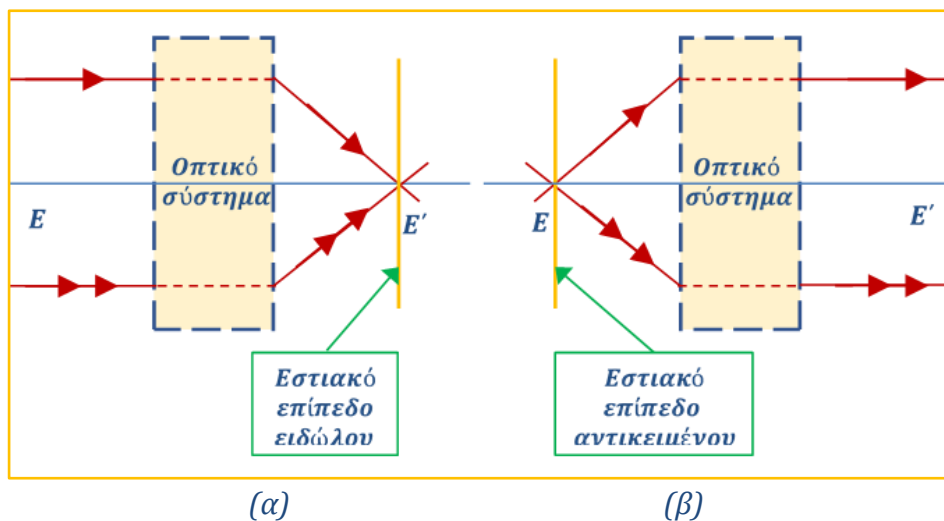
ακτίνες σε ολόκληρη τη πορεία τους περιορίζονται σε στενή περιοχή γύρω από τον οπτικό άξονα. Στη περίπτωση αυτή οι ακτίνες σχηματίζουν μικρές γωνίες, τόσο μεταξύ τους όσο και με τον

κύριο άξονα και γι' αυτό καλούνται παραξονικές ακτίνες. Η προσέγγιση μικρών γωνιών ($\eta\mu\theta \cong \theta$, $\sigma\upsilon\nu\theta \cong \theta$ και $\epsilon\phi\theta \cong \theta$) καλείται παραξονική ή προσέγγιση Gauss. Κάθε οπτικό ομοαξονικό σύστημα που συμπεριφέρεται σαν να ισχύει η προσέγγιση Gauss θα είναι τέλει ομοαξονικό σύστημα

Η μελέτη των γενικών ιδιοτήτων των ομοαξονικών συστημάτων με την υπόθεση ότι είναι τέλεια είναι χρήσιμη διότι επιτρέπει την εξαγωγή γενικών συμπερασμάτων για πολύπλοκα ομοαξονικά συστήματα. Τα συμπεράσματα αυτά και οι τύποι εφαρμόζονται αυτούσια σε παραξονική προσέγγιση.

6.3 Εστίες και εστιακά επίπεδα.

Έστω φωτεινό σημείο στο άπειρο πάνω στον κύριο άξονα. Σύμφωνα με τον πρώτο όρο, οι παράλληλες ακτίνες προς το κύριο άξονα θα περνάνε μετά την διέλευση τους στο σύστημα από ένα σημείο του κυρίου άξονα E' (Σχ. 6-4α). Το E' που είναι συζυγές του φωτεινού σημείου στο άπειρο καλείται δεύτερη κυρία εστία (ή εστία ειδώλου) του συστήματος (Σχ. 6-4β).

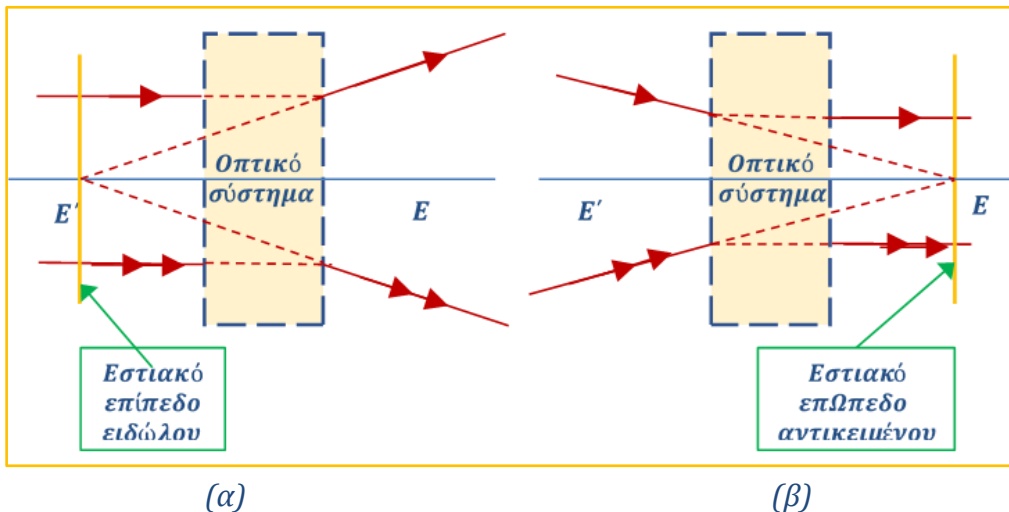


Σχήμα 6-4 Γραφικός προσδιορισμός κυρίων εστιών και εστιακών επιπέδων συγκλίνοντος οπτικού συστήματος.

Το επίπεδο (E') που είναι κάθετο στον κύριο άξονα στην εστία E' καλείται δεύτερο εστιακό επίπεδο (ή εστιακό επίπεδο ειδώλου) του συστήματος και είναι συζυγές αντίστοιχου επιπέδου στο άπειρο (Σχ. 6-5α).

Αντίστοιχα υπάρχει στην πραγματική περιοχή για τα αντικείμενα ένα σημείο E , και αντίστοιχα κάθετο επίπεδο (E), τέτοιο ώστε ακτίνες που ξεκινούν από το E βγαίνουν από το σύστημα παράλληλες στον άξονα (Σχ. 6-5β).

Το σημείο E καλείται πρώτη κυρία εστία (ή εστία αντικειμένου) και το επίπεδο (E) πρώτο εστιακό επίπεδο (ή εστιακό επίπεδο ειδώλου). Οι ονομασίες "πρώτη" και "δεύτερη" για τις κύριες εστίες δεν σημαίνουν και την σειρά τοποθέτησής τους στον άξονα. Μπορεί η E να είναι δεξιά του συστήματος και η E' αριστερά αντίστοιχα. Στη περίπτωση αυτή οι εστίες είναι φανταστικές.



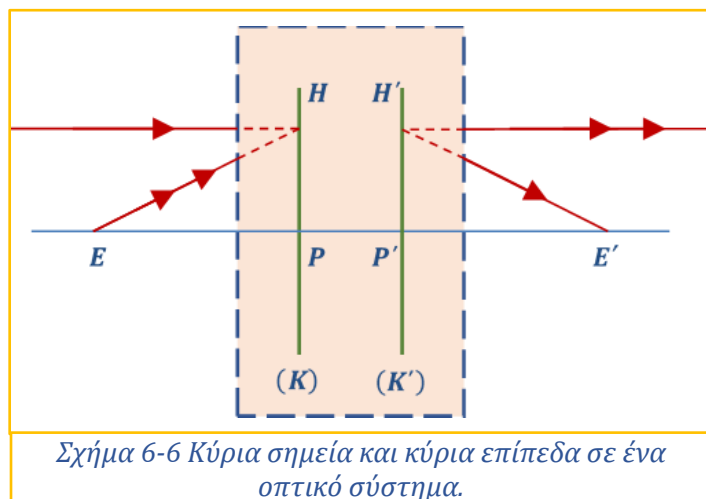
Σχήμα 6-5 Γραφικός προσδιορισμός κυρίων εστιών και εστιακών επιπέδων αποκλίνοντος οπτικού συστήματος.

Τα σημεία E και E' όπως και τα επίπεδα (ϵ) και (ϵ') δεν είναι μεταξύ τους συζυγή. Τα E' , (ϵ') είναι συζυγή με σημείο και επίπεδο στο άπειρο στην πραγματική περιοχή των αντικειμένων ενώ τα E , (ϵ) είναι συζυγή με σημείο και επίπεδο στο άπειρο στην πραγματική περιοχή των ειδώλων.

6.4 Κύρια επίπεδα.

Έστω ένα ομοαξονικό σύστημα με κύριες εστίες E και E' (Σχ. 6-6). Μια φωτεινή ακτίνα (β) που ξεκινά από την πρώτη εστία E μετά την (άγνωστη) πορεία της μέσα στο σύστημα βγαίνει από αυτό (β') παράλληλη στον κύριο άξονα.

Οι προεκτάσεις των συζυγών ακτινών (β) και (β') τέμνονται σε ένα σημείο H . Είναι φανερό ότι αν προσπίπτει η (β') στο οπτικό σύστημα η συζυγή της θα είναι η (β) (σύμφωνα με την αρχή της αντιστρόφου πορείας του φωτός). Τώρα έστω η ακτίνα (α) παράλληλη στον άξονα. Η συζυγής της (α') περνάει από την κύρια εστία E' . Οι προεκτάσεις των ακτινών (α) και (α') τέμνονται σε ένα σημείο H' . Τα σημεία P και P' είναι συζυγή.



Σχήμα 6-6 Κύρια σημεία και κύρια επίπεδα σε ένα οπτικό σύστημα.

Σύμφωνα με τον ορισμό του τέλει οπτικού συστήματος τα επίπεδα (κ) και (κ') που είναι κάθετα στον κύριο άξονα από τα H και H' και οι τομές τους P και P' με τον άξονα είναι συζυγή σημεία. Το επίπεδο (κ) που αντιστοιχεί στην πρώτη εστία λέγεται πρώτο κύριο επίπεδο του συστήματος ενώ αυτό που καθορίζεται από την δεύτερη εστία δηλαδή το (κ') καλείται δεύτερο κύριο επίπεδο. Τα σημεία P και P' καλούνται αντίστοιχα πρώτο και δεύτερο κύριο σημείο του συστήματος. Επειδή

για όλα τα σημεία H και H' ισχύει: $HP=H'P'$, δηλαδή μεγέθυνση ίση με την μονάδα, τα κύρια επίπεδα ορίζονται και ως εξής:

Κύρια επίπεδα οπτικού ομοαξονικού συστήματος καλείται ένα ζεύγος συζυγών επιπέδων με μεγέθυνση ίση με την μονάδα επομένως όταν μία ακτίνα προσπίπτουσα συναντά το πρώτο κύριο επίπεδο (K) στο σημείο H δηλαδή σε κάποιο ύψος y η διαθλώμενη της θα συναντά το δεύτερο κύριο επίπεδο (K') στο σημείο H' στο ίδιο ύψος (εννοούνται προεκτάσεις).

6.5 Πορείες ακτίνων σε οπτικό σύστημα.

Στα σχήματα που ακολουθούν θεωρούνται γνωστές οι θέσεις των κυρίων εστιών, και των κυρίων επιπέδων του τέλει ομοαξονικού συστήματος.

Τονίζεται ότι οι πορείες αφορούν τις αρχικές και τελικές ακτίνες δηλαδή τις διευθύνσεις πριν την πρώτη και μετά την τελευταία διάθλαση στις αντίστοιχες επιφάνειες. Για την ενδιάμεση πορεία πρέπει να είναι γνωστές οι θέσεις, το σχήμα των επιφανειών και οι δείκτες διάθλασης των μέσων ανάμεσα στις διαχωριστικές επιφάνειες.

6.6 Σχηματισμός ειδώλου σημειακού αντικειμένου.

Η γραφική κατασκευή του ειδώλου που δίνουν τα οπτικά συστήματα για μία σημειακή φωτεινή πηγή που βρίσκεται πάνω στο κύριο άξονα γίνεται με δύο δυνατούς τρόπους:

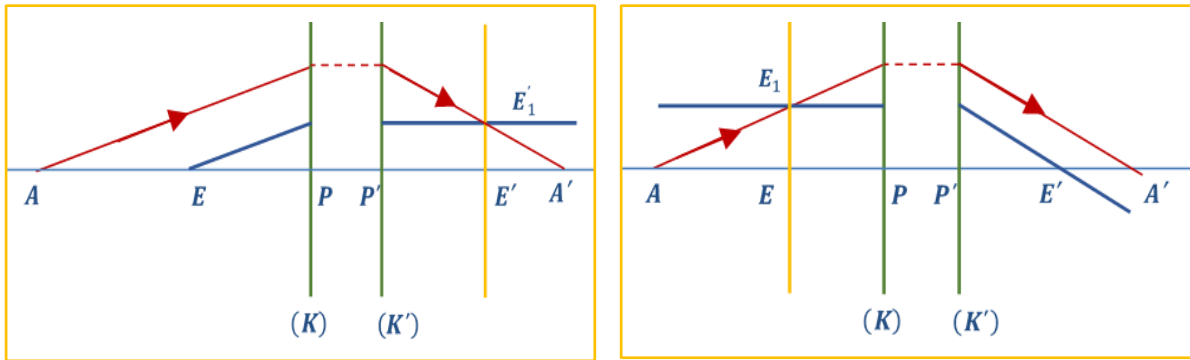
α) Χαράσσεται φωτεινή ακτίνα που ξεκινά (η στοχεύει) την πηγή. Μία βοηθητική ακτίνα παράλληλη σε αυτή που διέρχεται (η στοχεύει) την πρώτη κυρία εστία του συστήματος μετά την διάθλαση της θα είναι παράλληλη στον κύριο άξονα του συστήματος και θα τέμνει το δεύτερο εστιακό επίπεδο σε ένα σημείο που αποτελεί δευτερεύουσα εστία. Στη περίπτωση αυτή η αρχική ακτίνα μετά τη διάθλαση της θα διέρχεται από αυτήν την δευτερεύουσα εστία.

β) Χαράσσεται φωτεινή ακτίνα που ξεκινά (η στοχεύει) την πηγή. Η ακτίνα αυτή (ή η προέκτασή της) θα τέμνουν το πρώτο εστιακό επίπεδο σε ένα σημείο το οποίο αποτελεί μια δευτερεύουσα εστία. Από αυτή φέρεται βοηθητική ακτίνα η οποία διέρχεται από τη δεύτερη κυρία εστία του οπτικού συστήματος. Στη περίπτωση αυτή η αρχική ακτίνα μετά τη διάθλαση της θα είναι παράλληλη στη βοηθητική ακτίνα.

Παρακάτω δίνονται διάφορες περιπτώσεις εύρεσης ειδώλου για συγκλίνοντα και αποκλίνοντα οπτικά συστήματα και με τους δύο τρόπους.

A. Συγκλίνοντα (ή θετικά) οπτικά συστήματα

Έστω ότι το σημειακό αντικείμενο A βρίσκεται πέραν της πρώτης εστίας του οπτικού συστήματος (πραγματικό). Στην περίπτωση αυτή το σχηματιζόμενο είδωλο είναι πραγματικό και βρίσκεται πέραν της δεύτερης εστίας του συστήματος (Σχ. 6-7).

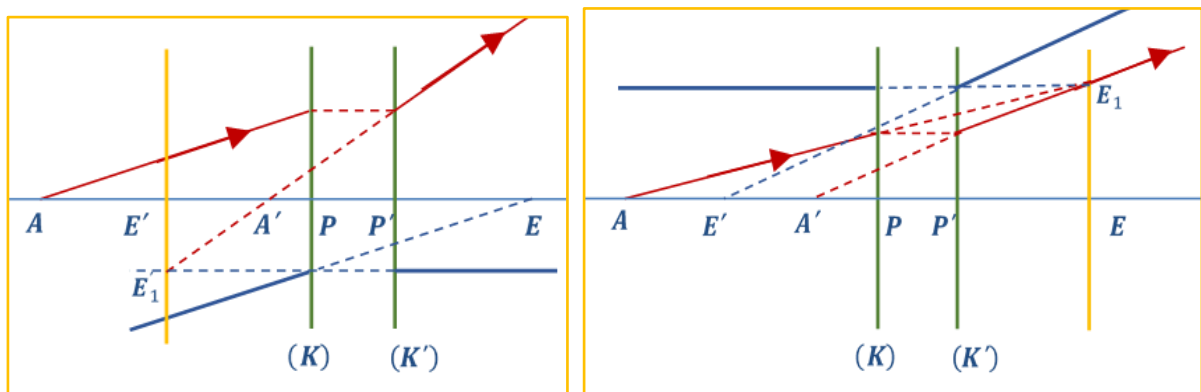


Σχήμα 6-7
Γραφική εύρεση ειδώλου ενός σημειακού αντικειμένου πέραν της κύριας εστίας ενός θετικού οπτικού συστήματος.

Αποκλίνοντα (ή αρνητικά) οπτικά συστήματα.

Έστω το σημειακό αντικείμενο A βρίσκεται πέραν του πρώτου κυρίου επιπέδου του οπτικού συστήματος (πραγματικό). Τότε το σχηματιζόμενο είδωλο είναι φανταστικό.

(Σχ. 6-10).



Σχήμα 6-8
Γραφική εύρεση ειδώλου ενός φανταστικού σημειακού αντικειμένου που βρίσκεται μεταξύ πρώτου κυρίου επιπέδου και πρώτης κυρίας εστίας οπτικού συστήματος.

6.7 Σχηματισμός ειδώλου γραμμικού αντικειμένου.

Η γραφική κατασκευή του ειδώλου που δίνουν τα οπτικά συστήματα για ένα φωτεινό αντικείμενο υπό μορφή βέλους, κάθετου στον κύριο άξονα γίνεται με την χάραξη δύο ακτινών ως εξής:

Από την κορυφή B του γραμμικού αντικειμένου AB χαράσσεται ακτίνα παράλληλη στον κύριο άξονα του οπτικού συστήματος. Η ακτίνα αυτή μετά τη διάθλαση της διέρχεται (η ίδια η προέκτασή της) από την δεύτερη κυρία εστία E' .

Από την κορυφή B του βέλους AB χαράσσεται ακτίνα που διέρχεται (η ίδια ή η προέκτασή της) από την πρώτη κυρία εστία του οπτικού συστήματος. Αυτή μετά τη διάθλαση της θα είναι παράλληλη στον κύριο άξονα του οπτικού συστήματος. Το σημείο τομής των δύο αυτών διαθλωμένων ακτινών (ή των προεκτάσεών αυτών) θα δίδει το B' που αποτελεί το είδωλο του B . Από το

B' φέρεται κάθετη στον κύριο άξονα και προσδιορίζεται το είδωλο $A'B'$ που αποτελεί το είδωλο του αντικειμένου AB .

Παρακάτω δίνονται διάφορες περιπτώσεις εύρεσης ειδώλου ανάλογα με τη θέση του αντικειμένου.

6.8 Γραφικός σχηματισμός ειδώλου από συγκλίνοντα οπτικά συστήματα

1. Το αντικείμενο AB να βρίσκεται πριν από την πρώτη κυρία εστία E του οπτικού συστήματος (πραγματικό). Το είδωλο θα είναι πραγματικό και θα βρίσκεται μετά από την δεύτερη κυρία εστία (Σχ.6-9).

Αντικείμενο: $+\infty > x > f$ Είδωλο: $f' < x' < +\infty$	
<p style="text-align: center;">Σχήμα 6-9</p> <p style="text-align: center;">Γραφική εύρεση ειδώλου από γραμμικό αντικείμενο που βρίσκεται πριν από την κυρία εστία.</p>	

2. Το αντικείμενο AB να βρίσκεται μεταξύ της πρώτης κύριας εστίας και του πρώτου κυρίου επιπέδου του οπτικού συστήματος. Το είδωλο θα είναι φανταστικό, ορθό, μεγαλύτερο του αντικειμένου και θα βρίσκεται πριν από την πρώτη κυρία εστία. (Σχ. 6-10).

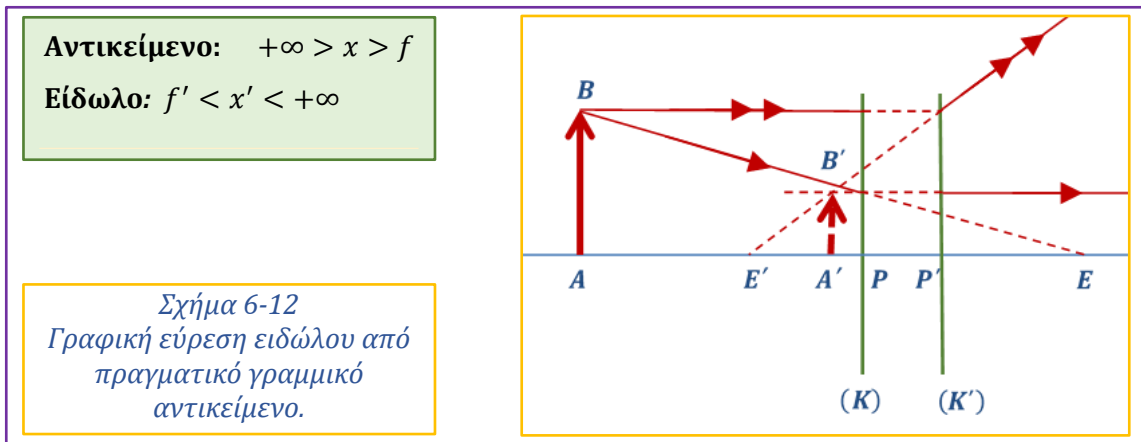
Αντικείμενο: $f > x > 0$ Είδωλο: $-\infty < x' < -f$	
<p style="text-align: center;">Σχήμα 6-10</p> <p style="text-align: center;">Γραφική εύρεση ειδώλου από γραμμικό αντικείμενο που βρίσκεται μεταξύ εστίας και οπτικού κέντρου του φακού.</p>	

3. Το αντικείμενο AB να βρίσκεται πίσω από το οπτικό σύστημα (φανταστικό). Το είδωλο θα είναι πραγματικό και θα σχηματίζεται μεταξύ του δεύτερου κυρίου επιπέδου και της δεύτερης κύριας εστίας. (Σχ. 6-11).

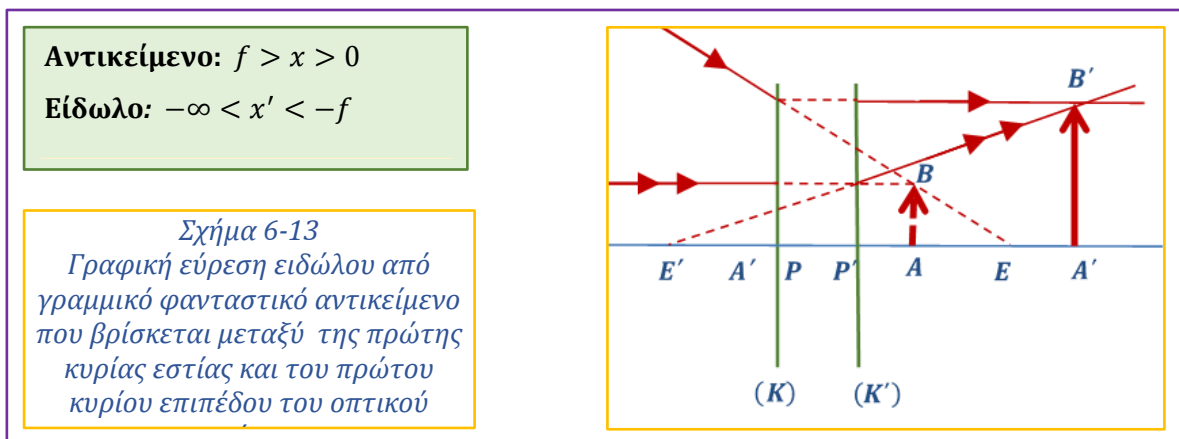
Αντικείμενο: $0 > x > -\infty$ Είδωλο: $0 < x' < f$	
<p style="text-align: center;">Σχήμα 6-11</p> <p style="text-align: center;">Γραφική εύρεση ειδώλου από γραμμικό φανταστικό αντικείμενο.</p>	

6.9 Γραφικός σχηματισμός ειδώλου από αποκλίνοντα οπτικά συστήματα

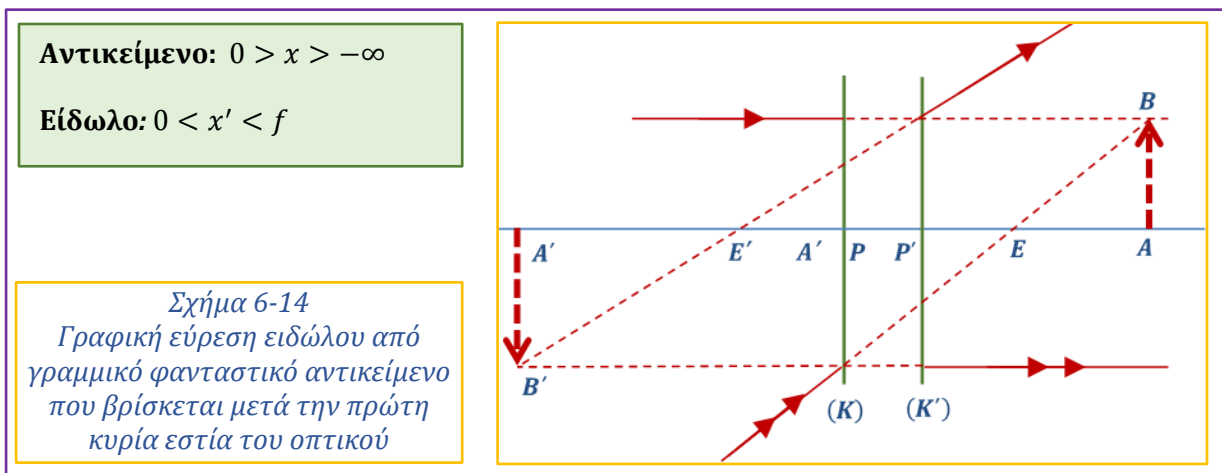
1. Το αντικείμενο AB να βρίσκεται πριν από το πρώτο κύριο επίπεδο του οπτικού συστήματος (πραγματικό). Το είδωλο θα είναι φανταστικό ορθό και μικρότερο του αντικειμένου (Σχ. 6-12).



2. Το αντικείμενο AB να βρίσκεται μεταξύ της πρώτης κύριας εστίας και του πρώτου κυρίου επιπέδου του οπτικού συστήματος (φανταστικό). Το είδωλο θα είναι φανταστικό, ορθό, μεγαλύτερο του αντικειμένου και θα βρίσκεται πριν από την πρώτη κυρία εστία (Σχ. 6-13).



3. Το αντικείμενο AB να βρίσκεται μετά από την πρώτη κυρία εστία (φανταστικό). Το είδωλο θα είναι φανταστικό. (Σχ. 6-14).



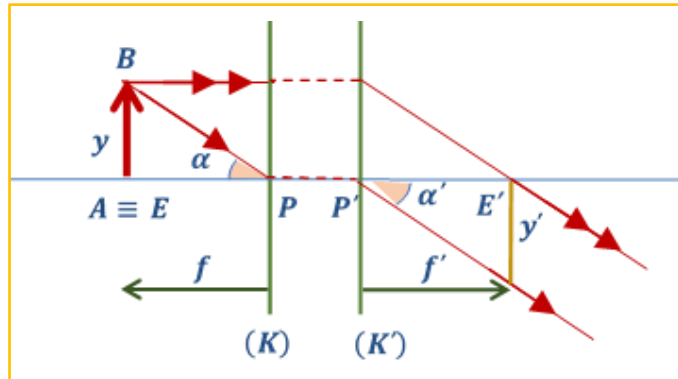
6.10 Σχέση εστιακών αποστάσεων οπτικού συστήματος και δεικτών διάθλασης των μέσων πού το περιβάλλουν.

Έστω γραμμικό αντικείμενο AB υπό μορφή φωτεινού βέλους το οποίο τοποθετείται κάθετα στον κύριο άξονα οπτικού συστήματος επί της κυρίας εστίας αυτού (Σχ. 6-15).

Από την κορυφή B του αντικειμένου χαράσσεται μία ευθεία παράλληλη στον κύριο άξονα η οποία μετά το δεύτερο κύριο επίπεδο συγκλίνει ώστε να διέλθει από την δεύτερη κυρία εστία του οπτικού συστήματος.

Επειδή το αντικείμενο AB είναι επί του πρώτου εστιακού επιπέδου κάθε άλλη ακτίνα πού ξεκινά από το σημείο B όταν περάσει το οπτικό σύστημα θα καθίσταται παράλληλη της αρχικής.

Αν οι γωνίες α , α' θεωρηθούν μικρές τότε ισχύει:



Σχήμα 6-15
Σχέση εστιακών αποστάσεων οπτικού συστήματος και δεικτών διάθλασης των μέσων που το περιβάλλουν

$$\alpha \cong \varepsilon\varphi\alpha = \frac{AB}{EP} = \frac{y}{f} \quad (1) \quad \text{και} \quad \alpha' \cong \varepsilon\varphi\alpha' = \frac{y}{f'} \quad (2)$$

Δεδομένου ότι κάθε οπτικό σύστημα είναι μία ακολουθία διόπτρων και το είδωλο σε κάθε ένα από αυτά αποτελεί αντικείμενο για το επόμενο δίοπτρο η σχέση του Lagrange ισχύει και για κάθε ομοαξονικό τέλει σφαιρικό οπτικό σύστημα. Τα σημεία P, P' είναι συζυγή και επομένως η σχέση του Lagrange για αυτά γράφεται ως εξής:

$$n_1 y \alpha = n_2 y \alpha' \Rightarrow n_1 \alpha = n_2 \alpha' \quad \text{και λόγω των (1) και (2), προκύπτει} \quad \frac{n_1 y}{f} = \frac{n_2 y}{f'} \quad \text{και τελικά:}$$

$$\frac{n_1}{f} = \frac{n_2}{f'} \quad (6-1)$$

6.11 Υπολογισμός θέσης ειδώλου από οπτικό σύστημα.

Έστω ένα οπτικό σύστημα που περιβάλλεται από οπτικά μέσα με δείκτες διάθλασης n_1 και n_2 αντίστοιχα. Οι δύο εστίες του οπτικού συστήματος E και E' απέχουν από τα κύρια επίπεδα αυτού P, P' αποστάσεις $EP = f$ και $E'P' = f'$. Ένα γραμμικό αντικείμενο AB υπό μορφή φωτεινού βέλους κάθετο στον κύριο άξονα απέχει από το πρώτο κύριο επίπεδο απόσταση $AP = x$, ενώ το σχηματιζόμενο είδωλο $A'B'$ απέχει από το δεύτερο κύριο επίπεδο απόσταση $A'P' = x'$ (Σχ. 6-16).

Όπως προκύπτει τα τρίγωνα MBI και MEP είναι όμοια όπως και τα τρίγωνα $I'B'M'$ και $IF'P'$. Από τις ομοιότητες των προηγούμενων τριγώνων ισχύει:

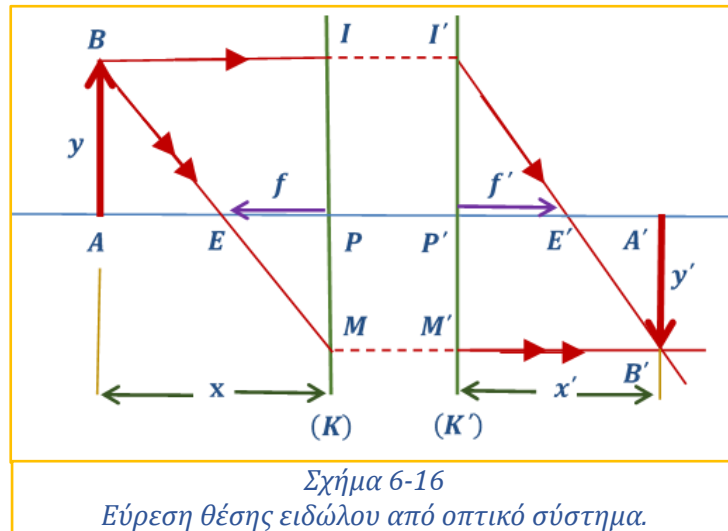
$$\frac{PF}{BI} = \frac{PM}{MI} \quad \text{και} \quad \frac{P'F'}{B'I'} = \frac{P'I'}{I'M'} \quad \text{δηλαδή:} \quad \frac{f}{x} = \frac{PM}{MI} \quad (1) \quad \text{και} \quad \frac{f'}{x'} = \frac{P'I'}{M'I'} \quad (2)$$

Εάν προστεθούν κατά μέλη οι προηγούμενες σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$\frac{f}{x} + \frac{f'}{x'} = \frac{PM}{MI} + \frac{P'I'}{M'I'}$. Επειδή $MI = M'I'$ και $PM + P'I' = MI$ θα ισχύει:

$$\frac{f}{x} + \frac{f'}{x'} = 1 \quad (6-2)$$

Ανάλογα με τα οπτικά μέσα που περιβάλλουν το οπτικό σύστημα διακρίνονται τρεις περιπτώσεις:



1. Εάν το οπτικό σύστημα περιβάλλεται από αέρα ($n_1 = n_2 = 1$) από την **εξίσωση 1.6.2** προκύπτει ότι $f = f'$ και επομένως:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} = \frac{1}{f'} = P \quad (6-3)$$

όπου P η ισχύς του οπτικού συστήματος.

2. Εάν το οπτικό σύστημα περιβάλλεται από ίδιο οπτικό μέσο με δείκτη διάθλασης n_1 από την εξίσωση (6-1), προκύπτει ότι $f = f'$ και επομένως:

$$\frac{n_1}{x} + \frac{n_1}{x'} = \frac{n_1}{f} = \frac{n_1}{f'} = P \quad (6-4)$$

και επιπλέον:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} = \frac{1}{f'} \quad (6-5)$$

3. Αν ο φακός περιβάλλεται από διαφορετικά οπτικά μέσα με δείκτες διάθλασης n_1 και n_2 αντίστοιχα ($n_1 \neq n_2$) λαμβάνοντας υπ όψη την εξίσωση (6-1), προκύπτει:

$$\frac{n_1}{x} + \frac{n_2}{x'} = \frac{n_1}{f} = \frac{n_2}{f'} = P \quad (6-6)$$

6.12 Γραμμική μεγέθυνση.

Έστω ένα συγκλίνων οπτικό σύστημα το οποίο καθορίζεται από τα δύο κύρια επίπεδα (K) και (K') που περιβάλλεται από διαφορετικά οπτικά μέσα n_1 και n_2 (Σχ.6-16). Από ένα γραμμικό αντικείμενο AB (κάθετο στον κύριο άξονα) λαμβάνεται είδωλο $A'B'$. Η εγκάρσια γραμμική μεγέθυνση $M_{\Gamma\rho,y}$ είναι:

$$M_{\Gamma\rho,y} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{y'}{y} \quad (6-7)$$

Από την ομοιότητα των τριγώνων PME και IMB καθώς και των τριγώνων $P'I'E'$ και $M'I'B'$ προκύπτει:

$$\frac{PM}{IM} = \frac{f}{x} \quad \text{και} \quad \frac{P'I'}{M'I'} = \frac{f'}{x'}$$

Όπως προκύπτει από το σχήμα (6-16), οι προηγούμενες σχέσεις γράφονται και ως εξής:

$$\frac{A'B'}{A'B' + AB} = \frac{f}{x} \quad (1) \quad \text{και} \quad \frac{AB}{A'B' + AB} = \frac{f'}{x'} \quad (2)$$

Διά διαιρέσεως των (1) και (2) κατά μέλη προκύπτει ότι η εγκάρσια γραμμική μεγέθυνση θα δίνεται από την σχέση:

$$M_{\Gamma\rho,y} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{y'}{y} = -\frac{x' f}{x f'} = -\frac{n_1 x'}{n_2 x} \quad (6-8)$$

Εάν εκατέρωθεν του φακού υπάρχει το ίδιο οπτικό μέσο (δηλαδή $n_1 = n_2$, ισχύει: $f = f'$ και η προηγούμενη σχέση θα γράφεται:

$$M_{\Gamma\rho,y} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x} \quad (6-9)$$

Είναι δυνατόν να ορισθεί και η διαμήκη γραμμική μεγέθυνση από την σχέση:

$$M_{\Gamma\rho,x} = \frac{dx'}{dx} \quad \text{όπου } dx', dx \text{ μικρές μετασπίσεις συζυγών σημείων παράλληλα στον άξονα.}$$

Επομένως θα ισχύει:

$$M_{\Gamma\rho,x} = \frac{dx'}{dx} = -\frac{n_1}{n_2} \left(\frac{x}{x'}\right)^2 = -\frac{n_2}{n_1} (M_{\Gamma\rho,y})^2 \quad (6-10)$$

Στην περίπτωση που εκατέρωθεν του οπτικού συστήματος υπάρχει ίδιο οπτικό μέσο η προηγούμενη σχέση γράφεται ως εξής:

$$M_{\Gamma\rho,x} = \frac{dx'}{dx} = -\left(\frac{x}{x'}\right)^2 = -(M_{\Gamma\rho,y})^2 \quad (6-11)$$

6.13 Σχέση του Νεύτωνα

Όπως προκύπτει από το σχήμα (6-16) τα τρίγωνα ABE και EMP είναι όμοια και επομένως:

$$\frac{EP}{EA} = \frac{PM}{AB} \quad \text{Ομοίως τα τρίγωνα } I'P'E' \text{ και } E'A'B' \text{ και επομένως: } \frac{E'A'}{E'P'} = \frac{EP}{EA} \quad \text{Άρα:}$$

$$EA \cdot E'A' = EP \cdot E'P' = f \cdot f' \quad (6-12)$$

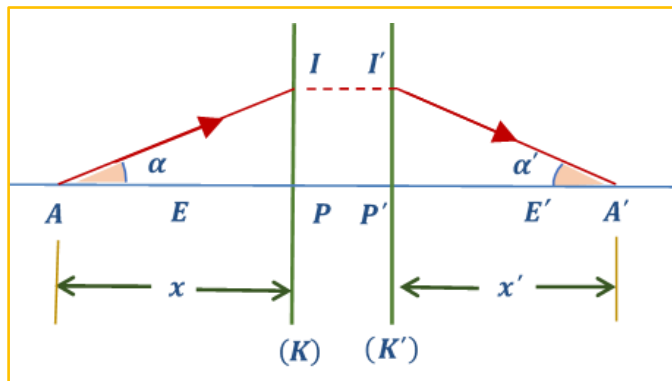
Η προηγούμενη σχέση καλείται σχέση του Newton.

Αν υποθεθεί ότι εκατέρωθεν του φακού υπάρχει το ίδιο οπτικό μέσο (δηλαδή $n_1 = n_2$), θα ισχύει:

$f = f'$ και η σχέση του Newton θα γράφεται:

$$EA \cdot E'A' = f^2 \quad (6-13)$$

6.14 Γωνιακή μεγέθυνση.



Σχήμα 6-17
Γωνιακή μεγέθυνση από ένα τέλειο οπτικό σύστημα υπολογισμένη από τα κύρια σημεία αυτού.

Γωνιακή μεγέθυνση ($M_{\Gamma\omega\nu}$) καλείται ο λόγος της γωνίας που σχηματίζει η διαθλώμενη ακτίνα με τον κύριο άξονα του οπτικού συστήματος προς την γωνία που σχηματίζει η προσπίπτουσα ακτίνα με τον κύριο άξονα αυτού (Σχ. 6-17), δηλαδή:

$$M_{\Gamma\omega\nu} = \frac{\alpha'}{\alpha} \quad (6-14)$$

Όπως προκύπτει και από το σχήμα η

γωνιακή μεγέθυνση εξαρτάται από τη θέση του αντικειμένου καθώς και από την ισχύ του οπτικού συστήματος.

Επειδή οι γωνίες α, α' είναι μικρές, θα ισχύει: $\alpha \cong \varepsilon\varphi\alpha$ και $\alpha' \cong \varepsilon\varphi\alpha'$. Ο τύπος επομένως της γωνιακής μεγέθυνσης θα γράφεται:

$$M_{\Gamma\omega\nu} = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\varepsilon\varphi\alpha'}{\varepsilon\varphi\alpha}$$

Από τα τρίγωνα APH και $A'P'H'$ προκύπτει: $HP = AP \varepsilon\varphi\alpha$ και $H'P' = A'P' \varepsilon\varphi\alpha'$.

Επειδή $HP = H'P'$ θα ισχύει: $x\varepsilon\varphi\alpha = x'\varepsilon\varphi\alpha'$ και επομένως:

$$M_{\Gamma\omega\nu} = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\varepsilon\varphi\alpha'}{\varepsilon\varphi\alpha} = -\frac{x}{x'}$$

Δια συνδυασμού της προηγούμενης σχέσης με το τύπο της γραμμικής μεγέθυνσης προκύπτει:

$n_1 y \varepsilon\varphi\alpha = n_2 y' \varepsilon\varphi\alpha'$ και επειδή οι γωνίες α, α' είναι μικρές:

$$n_1 y \alpha = n_2 y' \alpha' \quad (6-15)$$

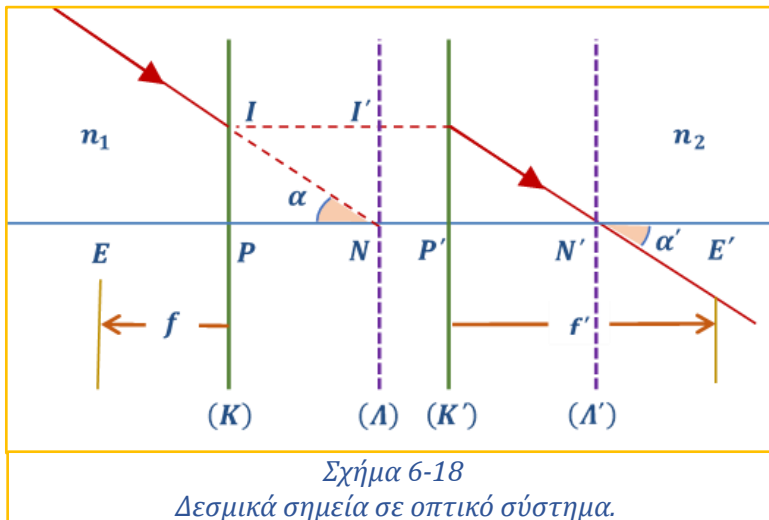
Η τελευταία σχέση αποτελεί το θεώρημα του Lagrange-Helmholtz για οπτικό σύστημα.

Δια πολλαπλασιασμού των εξισώσεων της γραμμικής και της γωνιακής μεγέθυνσης προκύπτει:

$$M_{\Gamma\rho} M_{\Gamma\omega\nu} = \frac{y' \alpha'}{y \alpha} = \frac{n_1 x' x}{n_2 x x'} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{f}{f'} \quad (6-16)$$

6.15 Δεσμικά σημεία.

Όπως για ένα οπτικό σύστημα έχει μεγάλη σπουδαιότητα το ζεύγος των συζυγών επιπέδων με



εγκάρσια γραμμική μεγέθυνση ίση με την μονάδα ($M_{Γρ} = 1$) δηλαδή τα κύρια επίπεδα, ομοίως ανάλογη σπουδαιότητα έχει ζεύγος συζυγών επιπέδων με γωνιακή μεγέθυνση ίση με την μονάδα ($M_{Γων} = 1$). Αυτά καλούνται ουδέτερα (ή δεσμικά) επίπεδα (A) , (A') και τέμνουν τον κύριο άξονα στα δεσμικά σημεία N, N' . (Σχ. 6-18).

Η εύρεση των θέσεων $x_N, x'_{N'}$ γίνεται ως εξής:

Από τον τύπο της γωνιακής μεγέθυνσης προκύπτει:

$$M_{Γρ} = -\frac{x_N}{x'_{N'}} = 1 \Rightarrow x'_{N'} = -x_N \text{ και επειδή } \frac{f}{x_N} + \frac{f'}{x'_{N'}} = 1 \text{ θα ισχύει:}$$

$$x_N = f - f' \text{ και } x'_{N'} = f' - f \quad (6-17)$$

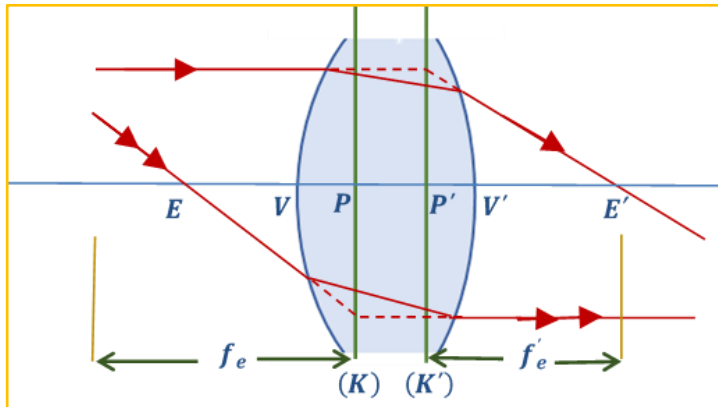
Παρατηρήσεις:

1. Όταν $f' = f$ (δηλαδή εκατέρωθεν του φακού υπάρχει ίδιο οπτικό μέσο (ή αέρας)) τότε $x_N = x'_{N'} = 0$. Τα δεσμικά επίπεδα συμπίπτουν με τα κύρια. Έτσι φακούς με πάχος στον αέρα άλλοι κατάλογοι κατασκευαστών δίνουν τα κύρια και άλλοι τα δεσμικά επίπεδα αλλά είναι το ίδιο.
2. Τα δεσμικά σημεία N, N' βρίσκονται προς την ίδια μεριά των P, P' . Δεξιά όταν $f' > f$ (όπως στο σχήμα 1.6.22) και αριστερά όταν $f' < f$.
3. Κάθε ακτίνα που περνά από το N μετά την διάθλασή της θα περνά από το N' και θα είναι παράλληλη στην προσπίπτουσα ακτίνα.
4. Όπως προκύπτει από το σχήμα $PP' = KK' = NN'$ (διότι το $KK'NN'$ είναι παραλληλόγραμμο) και $E'N' = PE$. Δηλαδή $PP' = NN'$ και $E'N' = PE$.

7 Απλά οπτικά συστήματα.

7.1 Φακοί με πάχος.

Όταν το πάχος ενός φακού δεν μπορεί να θεωρηθεί πολύ μικρό (αμελητέο) τότε οι τύποι που

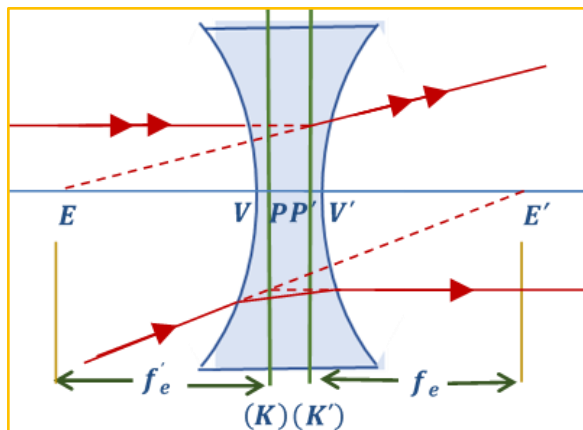


Σχήμα 7-1
Φακός με πάχος συγκλίνων.

αποδείχθηκαν στο κεφάλαιο των λεπτών φακών δεν ισχύουν. Η απόσταση μεταξύ των δύο διοπτρικών επιφανειών που χωρίζουν το φακό από το περιβάλλον μέσον (συνήθως αέρα) καλείται πάχος του φακού και μετριέται κατά μήκος του κυρίου άξονα (Σχ. 7-1).

Ένας απλός τύπος φακού με πάχος αποτελεί συνδυασμό δύο σφαιρικών

επιφανειών. Κάθε επιφάνεια παρέχει ένα είδωλο το οποίο αποτελεί αντικείμενο για την επόμενη.



Σχήμα 7-2
Φακός με πάχος αποκλίνων.

Η σύνθεση των διαδοχικών αντικειμένων - ειδώλων παρέχει το τελικό είδωλο του ολικού συστήματος. Αν θεωρηθεί ότι n_1, n_2 αντιπροσωπεύουν τους δείκτες διάθλασης εκατέρωθεν του φακού και n το δείκτη διάθλασης αυτού, τότε η ισχύς κάθε επιφάνειας δίνεται από τις σχέσεις:

$$P_1 = \frac{n - n_1}{r_1} \quad \text{και} \quad P_2 = \frac{n_2 - n}{r_2}$$

Στην περίπτωση που ο φακός περιβάλλεται από αέρα (δηλαδή: $n_1 = n_2 = 1$) οι προη-

γούμενες σχέσεις γράφονται:

$$P_1 = \frac{n - 1}{r_1} \quad \text{και} \quad P_2 = \frac{1 - n}{r_2}$$

Αν V και V' είναι οι κορυφές της πρώτης και της δεύτερης επιφάνειας αντίστοιχα, τότε η απόσταση $VV' = e$ είναι το αξονικό πάχος του φακού. Η ευθεία που ενώνει τα κέντρα K_1 και K_2 της πρώτης και της δεύτερης επιφάνειας ορίζει τον κύριο άξονα του φακού.

Έστω E και E' ότι είναι η πρώτη και η δεύτερη κυρία εστία ολόκληρου του φακού (Σχ. 7-2). Χάρασσονται δύο ακτίνες που προσπίπτουν στην πρώτη επιφάνεια του φακού. Από αυτές η πρώτη είναι παράλληλη στο κύριο άξονα και η δεύτερη διέρχεται από την πρώτη κυρία εστία E . Η πρώτη

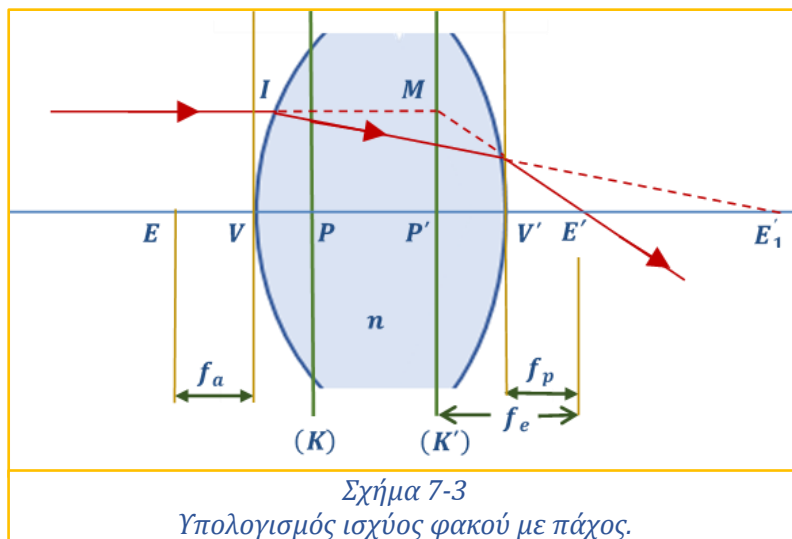
επιφάνεια του φακού είναι κυρτή και η δεύτερη καθώς την συναντά μια φωτεινή ακτίνα που διαπερνά τον φακό είναι κοίλη (αμφίκυρτος φακός).

Η πρώτη ακτίνα, η οποία είναι παράλληλη στον κύριο άξονα, διαθλάται δύο φορές, μία σε κάθε επιφάνεια και εξέρχεται διερχόμενη από την δεύτερη κυρία εστία E' . Η διεύθυνση της προσπίπτουσας με την διεύθυνση της εξερχόμενης ακτίνας τέμνονται σε ένα σημείο K' . Η $K'P'$ φέρεται κάθετη στον κύριο άξονα και το $K'P'$ αποτελεί το δεύτερο κύριο επίπεδο. Ομοίως η δεύτερη ακτίνα που διέρχεται από την πρώτη εστία του φακού πριν προσπέσει σε αυτόν διαθλάται δύο φορές και εξέρχεται παράλληλη προς τον κύριο άξονα.

Η διεύθυνση της προσπίπτουσας με τη διεύθυνση της εξερχόμενης ακτίνας τέμνονται σε ένα σημείο M . Η MP φέρεται κάθετη στον κύριο άξονα και το P αποτελεί το πρώτο κύριο σημείο. Το επίπεδο KPM είναι το πρώτο κύριο επίπεδο. Στο σχήμα (7-2) έχουν προσδιοριστεί τα κύρια επίπεδα σε ένα αμφίκυκλο φακό.

7.2 Ο ισοδύναμος λεπτός φακός ενός φακού με πάχος.

Έστω φακός με πάχος που περιβάλλεται από αέρα. Μία ακτίνα παράλληλη στον κύριο άξονα θα



διαθλαστεί στην πρώτη επιφάνεια του φακού και θα διέλθει από την δεύτερη εστία E'_1 αυτής (Σχ. 7-3). Λόγω της διάθλασης στην δεύτερη επιφάνεια του φακού θα διέλθει από τη δεύτερη εστία E' ολόκληρου του φακού.

Από την ομοιότητα των τριγώνων IVE'_1 και $I'V'E'_1$ καθώς και των τριγώνων $K'P'E'$ και

$I'V'E'$ προκύπτει:

$$\frac{IV}{I'V'} = \frac{VE'_1}{V'E'_1} \quad (1) \quad \text{και} \quad \frac{K'P'}{I'V'} = \frac{P'E'}{V'E'} \quad (2)$$

Αν ληφθεί υπ' όψη ότι $K'P' = IV$ από τις σχέσεις (1) και (2), προκύπτει:

$$\frac{VE'_1}{V'E'_1} = \frac{P'E'}{V'E'} \quad (3) \quad \text{και επειδή} \quad P'E' = f_e = V'E' \frac{VE'_1}{V'E'_1}$$

$$\text{Η ισχύς της πρώτης επιφάνειας του φακού είναι: } P_1 = \frac{n}{VE'_1} \Rightarrow VE'_1 = \frac{n}{P_1} \quad (4)$$

$$\text{και επομένως } V'E'_1 = V'E'_1 - e = \frac{n}{P_1} - e$$

Το E'_1 είναι φανταστικό αντικείμενο για την δεύτερη επιφάνεια του φακού. Επομένως:

$$-\frac{n}{V'E'_1} + \frac{1}{V'E'} = P_2 \Rightarrow \frac{1}{V'E'} = P_2 + \frac{n}{V'E'_1 - e} \Rightarrow \frac{1}{V'E'} = P_2 + \frac{n}{\frac{n}{P_1} - e} \Rightarrow \frac{1}{V'E'} = P_2 + \frac{nP_1}{n - eP_1} \quad (5)$$

Εάν ο φακός περιβάλλεται από αέρα θα ισχύει $f_e = f'_e$ και επομένως:

$$P_e = \frac{1}{f_e} = \frac{1}{f'_e} \text{ και επομένως: } P_e = \frac{1}{f_e} = V'E'_1 \frac{V'E'_1}{V'E'_1} \cdot \frac{1}{V'E'} = \frac{\left[\frac{n}{P_1} - e\right] + \left[P_2 + \frac{nP_1}{n - eP_1}\right]}{\frac{n}{P_1}} \Rightarrow$$

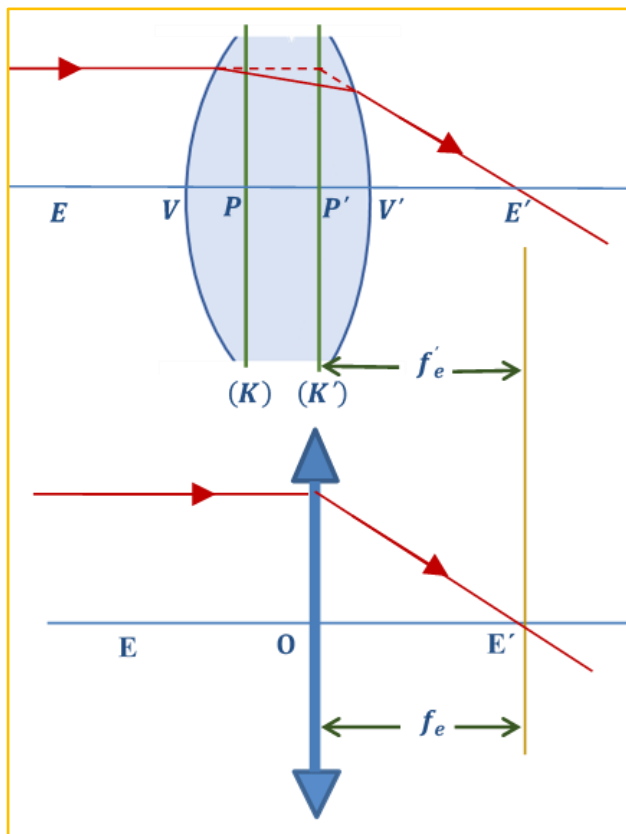
$$\frac{\left[\frac{n - eP_1}{P_1}\right] + \left[\frac{P_2(n - eP_1)}{(n - eP_1)}\right]}{\frac{n}{P_1}} \Rightarrow P_e = \frac{nP_2 - eP_1P_2 + nP_1}{n} \text{ Τελικά:}$$

$$P_e = P_1 + P_2 - \frac{e}{n}P_1P_2 \quad (7-1)$$

Ένας λεπτός φακός με ισχύ ίση με P όταν τοποθετηθεί στη θέση του δεύτερου κυρίου επιπέδου έχει εστιακή απόσταση ίση με αυτή του φακού με πάχος.

Όταν το P_e είναι θετικό, ο φακός είναι συγκλίνων (ή θετικός), ενώ όταν το P_e είναι αρνητικό, αποκλίνων (ή αρνητικός).

Στην περίπτωση που ο φακός περιβάλλεται από ίδιο υλικό με δείκτη διάθλασης n_1 , τότε θα ισχύει:



Σχήμα 7-4
Ισοδύναμος λεπτός φακός ενός φακού με πάχος.

$$\begin{aligned} (\alpha) & P_e = P_1 + P_2 - \frac{e}{n}P_1P_2 \\ (\beta) & P_e = \frac{n_1}{f_e} \\ (\gamma) & f_e = f'_e \\ (\delta) & P_1 = \frac{n - n_1}{R_1}, \\ & P_2 = \frac{n_1 - n}{R_2} \end{aligned} \quad (7-2)$$

Εάν ο φακός περιβάλλεται από υλικά με διαφορετικό δείκτη διάθλασης n_1 και n_2 αντίστοιχα τότε θα ισχύει:

$$\begin{aligned} (\alpha) & P_e = P_1 + P_2 - \frac{e}{n}P_1P_2 \\ (\beta) & P_e = \frac{n_1}{f_e} = \frac{n_2}{f'_e} \\ (\gamma) & f_e \neq f'_e \\ (\delta) & P_1 = \frac{n - n_1}{R_1}, \\ & P_2 = \frac{n_2 - n}{R_2} \end{aligned} \quad (7-3)$$

7.3 Προσδιορισμός θέσης κυρίου επιπέδου σε φακό με πάχος.

Η θέση του δεύτερου κυρίου επιπέδου προσδιορίζεται ως εξής:

Από το σχήμα (7-3) προκύπτει:

$$\text{Από το σχήμα (7-3) προκύπτει: } P'V' = P'F' - V'F' = \frac{1}{P_e} - \frac{n - eP_1}{nP_2 - eP_1P_2 + nP_1} \Rightarrow$$

$$P'V' = \frac{1}{P_e} - \frac{n - eP_1}{n \left[P_1 + P_2 - \frac{eP_1P_2}{n} \right]} \text{ επομένως: } P'V' = \frac{1}{P_e} - \frac{n - enP_1}{nP_e} \text{ και τελικά:}$$

$$P'V' = \frac{e}{n} \cdot \frac{P_1}{P_e} \quad (7-6)$$

Ομοίως αποδεικνύεται ότι η θέση του πρώτου κυρίου επιπέδου θα καθορίζεται από την σχέση:

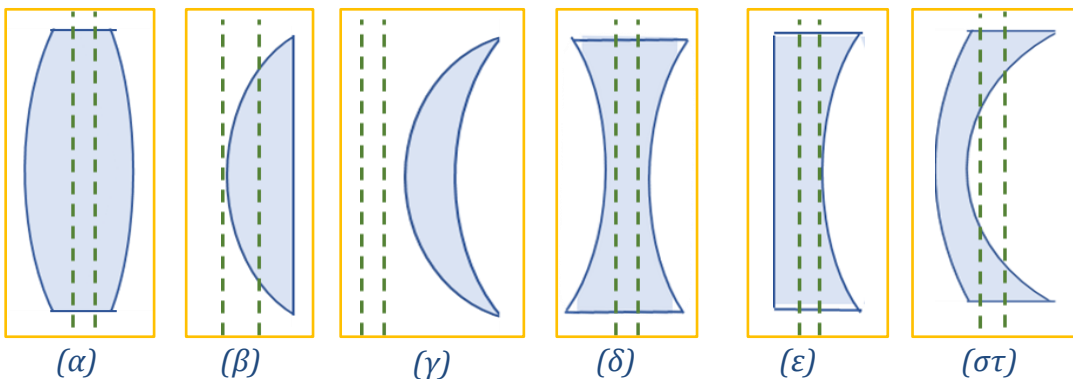
$$PV = \frac{e}{n} \cdot \frac{P_2}{P_e} \quad (7-5)$$

Όταν οι αποστάσεις PV και $P'V'$ υπολογίζονται θετικές τότε θα έχουν κατεύθυνση από τα όρια του φακού προς το εσωτερικό του, ενώ όταν είναι αρνητικά από το φακό προς τα έξω. Εάν ο φακός περιβάλλεται από ίδιο οπτικό μέσο με δείκτη διάθλασης n_1 τότε:

$$PV = \frac{e}{n} \frac{P_2}{P_e} n_1 \text{ και } P'V' = \frac{e}{n} \frac{P_1}{P_e} n_1 \quad (7-4)$$

Εάν ο φακός περιβάλλεται από διαφορετικά οπτικά μέσα με δείκτες διάθλασης n_1 και n_2 αντίστοιχα, τότε:

$$PV = \frac{e}{n} \frac{P_2}{P_e} n_1 \text{ και } P'V' = \frac{e}{n} \frac{P_1}{P_e} n_2 \quad (7-7)$$



Σχήμα 7-5

Κύρια επίπεδα σε διάφορους τύπους φακών με πάχος.

Στην περίπτωση που ο φακός με πάχος είναι συγκλίνων (δηλ. θετικής ισχύος) τότε ανάλογα με τη μορφή του θα ισχύει:

α) Αν είναι αμφίκυρτος: $P_1 > 0$, $P_2 > 0$, και άρα τα PV και $P'V'$ εσωτερικά του φακού (Σχ.7-6α).

β) Αν είναι επιπεδόκυρτος: $P_1 > 0$, $P_2 = 0$ και άρα $PV=0$ δηλαδή τα P, V ταυτίζονται και το P' βρίσκεται εσωτερικά του φακού (Σχ.7-6β).

γ) Αν είναι θετικός μηνίσκος: $P_1 > 0$, $P_2 < 0$ και επειδή $P_1 > |P_2|$ θα είναι $PV < 0$ και $P'V' < 0$. Επομένως τα P', V' θα βρίσκονται μπροστά από τον φακό (Σχ.7-6γ).

Στην περίπτωση που ο φακός με πάχος είναι αποκλίνων (δηλ. αρνητικής ισχύος) τότε ανάλογα με τη μορφή του θα ισχύει:

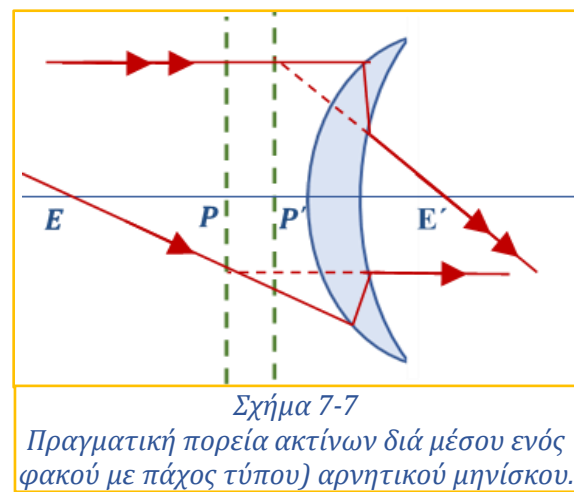
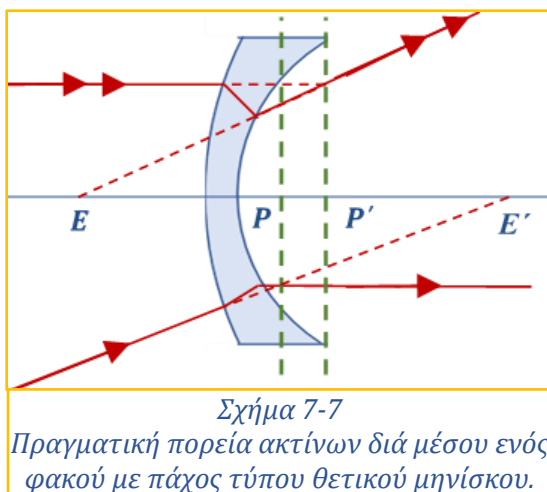
α) Αν είναι αμφίκυκλος: $P_1 < 0$, $P_2 < 0$, επειδή όμως $P_e < 0$ προκύπτει ότι $PV > 0$ και $P'V' > 0$ άρα τα P, P' θα είναι εσωτερικά του φακού (Σχ. 7-6δ).

β) Αν είναι επιπεδόκυκλος: $P_1 > 0$, $P_2 = 0$ και άρα $PV=0$ δηλαδή τα P, V ταυτίζονται και το P' βρίσκεται εσωτερικά του φακού (Σχ.7-6ε).

γ) Αν είναι αρνητικός μηνίσκος: $P_1 < 0$, $P_2 < 0$ και επειδή $P_1 < |P_2|$ θα είναι $PV > 0$ και $P'V' < 0$. Επομένως τα P', V' θα βρίσκονται πίσω από τον φακό (Σχ. 7-6στ).

Όταν προσδιορισθεί η θέση των κυρίων επιπέδων σε ένα φακό με πάχος είναι εύκολη η χάραξη της πραγματικής πορείας μίας φωτεινής ακτίνας διά μέσου αυτού.

Στο σχήμα (7-7) δείχνεται η πορεία μίας παράλληλης ακτίνας ως προς τον κύριο άξονα διά μέσου ενός θετικού μηνίσκου καθώς και μίας ακτίνας που διέρχεται από την πρώτη κυρία εστία αυτού.



Στο σχήμα (7-8) δείχνεται η πορεία μίας παράλληλης ακτίνας ως προς τον κύριο άξονα διά μέσου ενός αρνητικού μηνίσκου καθώς και μίας ακτίνας που στοχεύει την πρώτη κυρία εστία αυτού.

7.4 Προσδιορισμός μετωπιαίας ισχύος του φακού.

Η απόσταση $V'E' = f'_r$ καλείται πίσω μετωπιαία εστιακή απόσταση του φακού και αποτελεί ένα χαρακτηριστικό μέγεθος του φακού διότι είναι εύκολο να μετρηθεί. Το αντίστροφο της απόστασης αυτής καλείται πίσω μετωπιαία ισχύς του φακού και ισχύει:

$$P_p = \frac{1}{f'_r} \quad (7-8)$$

Από το σχήμα 1.7.3 προκύπτει:

$$f_p = V'F' = f_e - P'V' = \frac{1}{P_a} - \frac{e}{n} \cdot \frac{P_1}{P_a} = \frac{n - eP_1}{nP_a} \text{ και επειδή: } P_p = \frac{1}{f_p} \text{ θα ισχύει:}$$

$$P_p = \frac{n \cdot P_a}{n - eP_1} \quad (7-11)$$

Ομοίως η απόσταση $FV = f_A$ καλείται πρόσθια μετωπιαία εστιακή απόσταση και το αντίστροφο της, πρόσθια μετωπιαία ισχύς του φακού:

$$P_a = \frac{1}{f_A} \quad (7-10)$$

Αποδεικνύεται ότι: $f_A = \frac{n - eP_2}{nP_a}$ και επειδή: $P_p = \frac{1}{f_A}$ θα ισχύει:

$$P_a = \frac{nP_a}{n - eP_1} \quad (7-9)$$

Τονίζεται ιδιαίτερα ότι οι δύο μετωπιαίες ισχύεις του φακού όπως και οι αντίστοιχες μετωπιαίες εστιακές αποστάσεις δεν είναι ίσες μεταξύ τους όπως συμβαίνει στις εστιακές αποστάσεις f_e και f_e' αυτού, ακόμη και όταν εκατέρωθεν αυτού είναι το κενό ή όμοιο οπτικό μέσο.

Στην περίπτωση που ο φακός περιβάλλεται από όμοιο οπτικό μέσο με δείκτη διάθλασης n_1 οι προηγούμενες σχέσεις γράφονται:

$$P_p = \frac{n_1}{f_p} = \frac{n_1(n \cdot P_a)}{n - eP_1} \text{ και } P_a = \frac{n_1}{f_a} = \frac{n_1(nP_a)}{n - eP_2} \quad (7-12)$$

Ενώ όταν ο φακός περιβάλλεται από διαφορετικά οπτικά μέσα με δείκτες διάθλασης n_1 και n_2 αντίστοιχα θα ισχύει:

$$P_p = \frac{n_2}{f_p} = \frac{n_2(n \cdot P_a)}{n - eP_1} \text{ και } P_a = \frac{n_2}{f_a} = \frac{n_1(nP_a)}{n - eP_2} \quad (7-13)$$

7.5 Δεσμικά (ή κομβικά) σημεία και οπτικό κέντρο σε φακό με πάχος.

Από όλες τις ακτίνες που διέρχονται διά μέσου ενός φακού και προέρχονται από ένα φωτεινό σημείο (αντικείμενο) που βρίσκεται εκτός του κύριου άξονα και καταλήγουν στο είδωλο του σημείου αυτού υπάρχει μία της οποίας η διεύθυνση πριν φθάσει στο φακό είναι η ίδια με την διεύθυνση της αφού αφήσει αυτόν (δηλαδή αυτή έχει πάθει μόνο παράλληλη μετατόπιση) (Σχ.7-9).

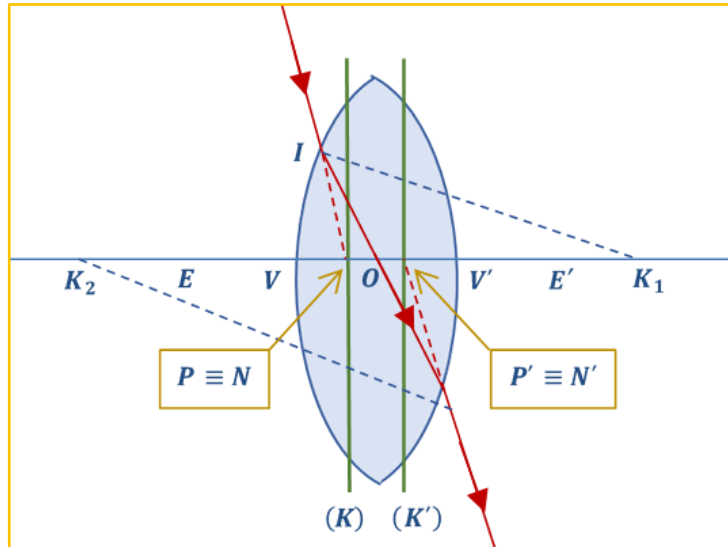
Τα δύο σημεία στα οποία οι δύο αυτές ακτίνες τέμνουν τον κύριο άξονα του φακού καλούνται δεσμικά (ή κομβικά σημεία). Όταν εκατέρωθεν του φακού υπάρχει το ίδιο οπτικό μέσο τα δύο αυτά σημεία (N και N') ταυτίζονται με τα κύρια σημεία P και P' .

Όταν όμως εκατέρωθεν του φακού υπάρχουν διαφορετικά οπτικά μέσα τότε τα δεσμικά σημεία και τα κύρια σημεία διαχωρίζονται. Ακόμη η προσπίπτουσα και η εξερχόμενη ακτίνα σχηματίζουν με τον κύριο άξονα ίσες γωνίες.

Μία προσπίπτουσα ακτίνα που στοχεύει το πρώτο δεσμικό σημείο μετά την έξοδο της από το φακό θα φαίνεται προερχόμενη από το δεύτερο δεσμικό σημείο και θα είναι παράλληλη της πρώτης.

Η ευθεία που ενώνει τα σημεία που η εισερχόμενη και η εξερχόμενη ακτίνα τέμνουν το φακό θα τμήσει το κύριο άξονα αυτού σε ένα σημείο που καλείται οπτικό κέντρο του φακού O .

Από την ομοιότητα των τριγώνων OI_1V και OI_2V' (I_1V και I_2V' είναι παράλληλες) καθώς και των OI_1N και OI_2N' (I_1N και I_2N' είναι παράλληλες) προκύπτει:



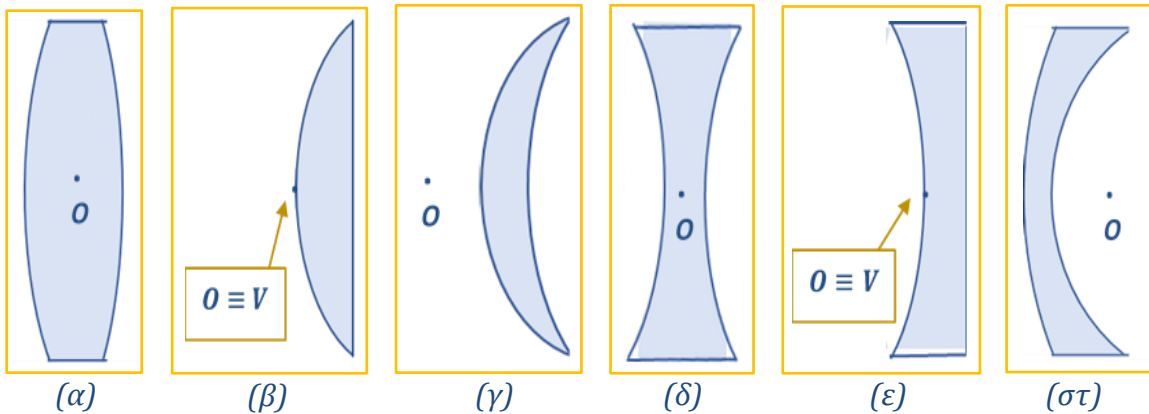
Σχήμα 7-8
Δεσμικά σημεία και οπτικό κέντρο σε φακό με πάχος.

$\frac{OV}{OV'} = \frac{OI_1}{OI_2}$ και $\frac{OI_1}{OI_2} = \frac{ON}{ON'}$ άρα $\frac{OV}{OV'} = \frac{ON}{ON'}$ Η προηγούμενη σχέση γράφεται:

$$\frac{OV + OV'}{OV'} = \frac{ON + ON'}{ON'} \Rightarrow \frac{e}{OV} = \frac{NN'}{OV - OV'} \Rightarrow \frac{e}{OV} = \frac{e - \frac{e P_1}{n P_e} - \frac{e P_2}{n P_e}}{OV - \frac{e P_2}{n P_e}} \Rightarrow OV(P_1 + P_2) = e P_2$$

και τελικά:

$$OV = \frac{e P_2}{P_1 + P_2} \quad (7-14)$$



Σχήμα 7-9
Οπτικό κέντρο σε διάφορους τύπους φακών (α) Αμφίκυρτος (β) Επιπεδόκυρτος (γ) Θετικός μηνίσκος (δ) Αμφίκοιλος (ε) Επιπεδόκοιλος (στ) Αρνητικός μηνίσκος.

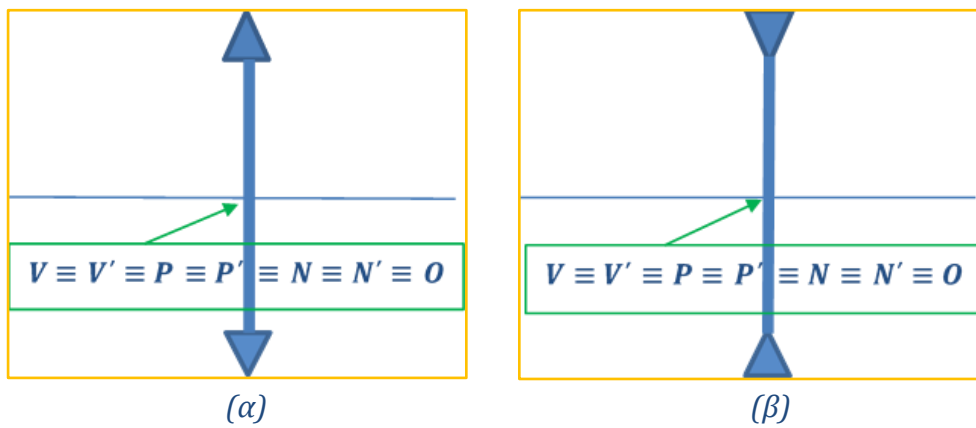
Από τη προηγούμενη σχέση προκύπτει ότι στον αμφίκυρτο και στον αμφίκοιλο φακό το οπτικό κέντρο O θα βρίσκεται στο εσωτερικό τους, στον επιπεδόκυρτο και στον επιπεδόκοιλο στην κορυφή της κυρτής (ή κοίλης) επιφάνειας και στον θετικό μηνίσκο μπροστά από αυτόν ενώ στον αρνητικό μηνίσκο πίσω από αυτόν.

Η θέση του οπτικού κέντρου σε ένα φακό εξαρτάται μόνο από τις ακτίνες καμπυλότητας του φακού και από το πάχος του και όχι από το χρώμα του φωτός.

Σε αντίθεση με το οπτικό κέντρο τα έξι κύρια σημεία (ήτοι τα δύο κύρια σημεία τα δυο δεσμικά και οι δύο κύριες εστίες) γενικώς θα έχουν διαφορετική θέση για κάθε χρώμα.

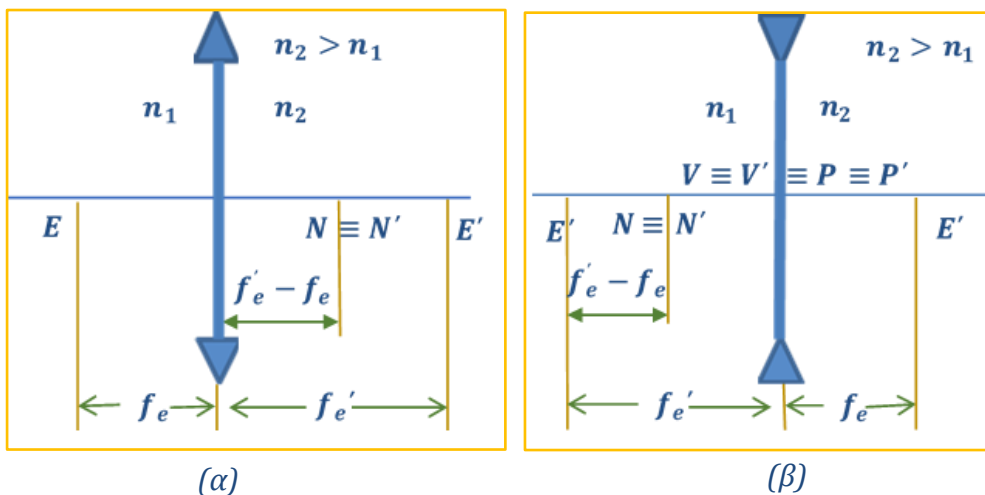
7.6 Θέσεις κυρίων επιπέδων, δεσμικών σημείων και οπτικού κέντρου σε λεπτό φακό.

Όταν εκατέρωθεν λεπτού φακού υπάρχει αέρας (ή γενικότερα ίδιο οπτικό μέσο) τότε τα δεσμικά σημεία, τα κύρια σημεία και το οπτικό κέντρο ταυτίζονται με το σημείο που ο φακός τέμνεται από τον κύριο άξονα αυτού (Σχ. 7-12).



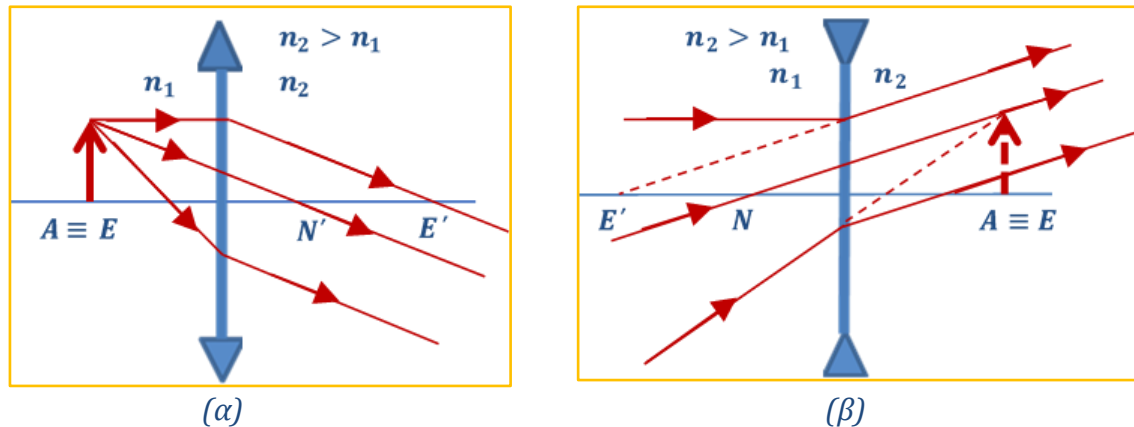
Σχήμα 7-10
Θέσεις κυρίων σημείων, δεσμικών σημείων, οπτικού κέντρου (α) σε θετικό και (β) αρνητικό λεπτό φακό όταν περιβάλλεται από ίδιο οπτικό μέσο.

Όταν εκατέρωθεν λεπτού φακού υπάρχει διαφορετικό οπτικό μέσο τότε τα κύρια σημεία και το οπτικό κέντρο ταυτίζονται με το σημείο που ο φακός τέμνεται από τον κύριο άξονα αυτού ενώ τα δεσμικά σημεία ταυτίζονται μεν μεταξύ τους αλλά απέχουν από το φακό απόσταση $VN = f'$ (Σχ. 7-13).



Σχήμα 7-11
Θέσεις κυρίων σημείων και δεσμικών σημείων (α) σε θετικό και (β) αρνητικό λεπτό φακό όταν περιβάλλεται από διαφορετικά οπτικά μέσα.

Η πορεία φωτεινών ακτινών διά μέσου λεπτού φακού που περιβάλλεται από διαφορετικά οπτικά μέσα δείχνεται στο σχήμα (7-13).



Σχήμα 7-12
Πορεία ακτίνων διά μέσου (α) θετικού και (β) αρνητικού λεπτού φακού που περιβάλλονται από διαφορετικά οπτικά μέσα.

Όπως προκύπτει από το σχήμα αδιάθλαστη παραμένει η ακτίνα που διέρχεται (ή στοχεύει) τα δεσμικά σημεία του φακού και όχι το σημείο τομής του κυρίου άξονα με τον φακό.

7.7 Συνδυασμός δύο φακών με πάχος.

Ένα οπτικό σύστημα που αποτελείται από δύο φακούς με πάχος έχει ισοδύναμη ισχύ ($P_{O\Lambda}$) που δίνεται από τη σχέση:

$$P_{O\Lambda} = P_1 + P_2 - \frac{e}{n} P_1 P_2$$

όπου P_1 , P_2 είναι οι ισχύς του πρώτου και του δεύτερου φακού αντίστοιχα, e είναι η απόσταση μεταξύ του δεύτερου κυρίου επιπέδου του πρώτου φακού και του πρώτου κυρίου επιπέδου του δεύτερου φακού και n ο δείκτης διάθλασης του μέσου που παρεμβάλλεται μεταξύ των δύο φακών.

Εάν μεταξύ των φακών παρεμβάλλεται αέρας ($n=1$) η σχέση γράφεται:

$$P_{O\Lambda} = P_1 + P_2 - e P_1 P_2 \quad (7-15)$$

Οι εστιακές αποστάσεις του οπτικού συστήματος προσδιορίζονται από την σχέση:

$$P_{O\Lambda} = \frac{n_1}{f_{O\Lambda}} = \frac{n_2}{f'_{O\Lambda}}$$

όπου n_1 , είναι ο δείκτης διάθλασης του οπτικού μέσου που βρίσκεται μπροστά από τον πρώτο φακό και n_2 είναι ο δείκτης διάθλασης του οπτικού μέσου που βρίσκεται πίσω από το δεύτερο φακό.

Όταν εκατέρωθεν του οπτικού συστήματος βρίσκεται το ίδιο οπτικό μέσο ($n_1 = n_2 = n'$) τότε:

$$P_{O\Lambda} = \frac{n'}{f_{O\Lambda}} = \frac{n'}{f'_{O\Lambda}} \quad (7-16)$$

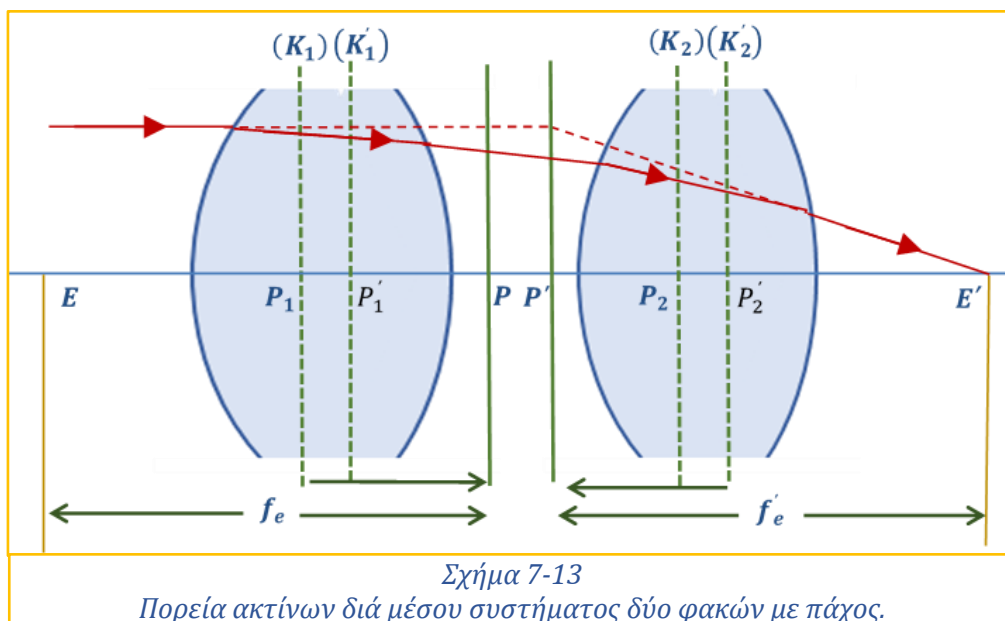
Επομένως και οι δύο εστιακές αποστάσεις είναι μεταξύ τους ίσες δηλαδή: $f_{O\Lambda} = f'_{O\Lambda}$

Στην ειδική περίπτωση που εκατέρωθεν του οπτικού συστήματος υπάρχει αέρας ισχύει:

$$n_1 = n_2 = 1 \text{ τότε: } P_{O\Lambda} = \frac{1}{f_{O\Lambda}} = \frac{1'}{f'_{O\Lambda}} \text{ και } f_{O\Lambda} = f'_{O\Lambda}$$

Οι κύριες εστίες προσδιορίζονται από τις εστιακές αποστάσεις οι οποίες λαμβάνονται από τα αντιστοιχα κύρια επίπεδα του οπτικού συστήματος. Τα κύρια επίπεδα του οπτικού συστήματος καθορίζονται ως εξής:

Το πρώτο κύριο επίπεδο από την απόσταση $P P'_1$ όπου P_1 είναι το πρώτο κύριο επίπεδο του πρώτου φακού και το δεύτερο κύριο επίπεδο από την απόσταση $P' P'_2$ όπου P'_2 είναι το δεύτερο κύριο επίπεδο του δεύτερου φακού (Σχ7-14).



Οι σχέσεις που προσδιορίζουν τα επίπεδα αυτά είναι:

1. Όταν εκατέρωθεν του οπτικού συστήματος είναι ο αέρας ($n_1 = n_2 = 1$).

$$PP_1 = \frac{e}{n} \cdot \frac{P_2}{P_{O\Lambda}} \text{ και } P'P'_2 = \frac{e}{n} \cdot \frac{P_1}{P_{O\Lambda}} \quad (7-17)$$

2. Όταν εκατέρωθεν του οπτικού συστήματος είναι ίδιο οπτικό μέσο με δείκτη διάθλασης ($n_1 = n_2 = n'$) ισχύει:

$$PP_1 = \frac{e}{n} \cdot \frac{P_2}{P_{O\Lambda}} n' \text{ και } P'P'_2 = \frac{e}{n} \cdot \frac{P_1}{P_{O\Lambda}} n' \quad (7-18)$$

3. Όταν εκατέρωθεν του οπτικού συστήματος είναι διαφορετικά οπτικά μέσα ($n_1 \neq n_2$) ισχύει:

$$PP_1 = \frac{e}{n} \cdot \frac{P_2}{P_{O\Lambda}} n' \text{ και } P'P'_2 = \frac{e}{n} \cdot \frac{P_1}{P_{O\Lambda}} n' \quad (7-19)$$

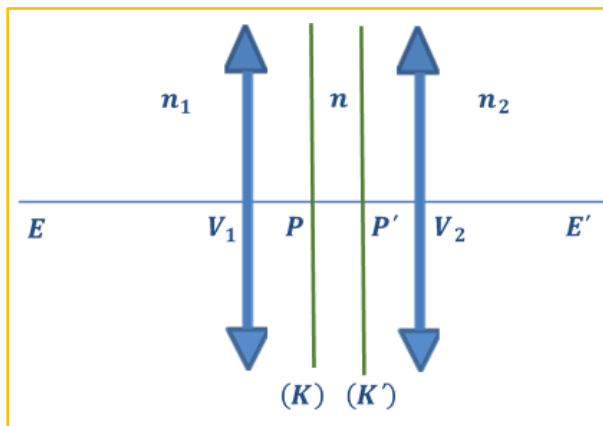
Όπου n_1 ο δείκτης διάθλασης του οπτικού μέσου πριν το πρώτο φακό και n_2 ο δείκτης διάθλασης του οπτικού μέσου μετά το δεύτερο φακό.

7.8 Συνδυασμός δύο λεπτών φακών, που απέχουν ο ένας από τον άλλο.

Δύο λεπτοί φακοί αποτελούν ένα οπτικό σύστημα του οποίου η ισχύς, οι κυρίες εστίες και τα κύρια επίπεδα μπορούν να προσδιοριστούν με τους αντίστοιχους τύπους της προηγούμενης παραγράφου αρκεί να ληφθεί υπ' όψη ότι σε ένα λεπτό φακό τα κύρια επίπεδα του ταυτίζονται με τον ίδιο το φακό. Έτσι η απόσταση e θα είναι η απόσταση μεταξύ των δύο φακών και τα κύρια επίπεδα του οπτικού συστήματος θα υπολογίζονται από τις αποστάσεις τους από τους λεπτούς φακούς (Σχ. 7-15). Η ολική ισχύς του συστήματος των δύο φακών είναι:

$$P_{O\Lambda} = P_1 + P_2 - \frac{e}{n} P_1 P_2 \quad (7-20)$$

όπου n ο δείκτης διάθλασης του μέσου μεταξύ των φακών.



Σχήμα 7-14

Κύρια επίπεδα σε σύστημα δύο λεπτών φακών που δεν είναι σε επαφή.

Οι σχέσεις που προσδιορίζουν τα κύρια επίπεδα του οπτικού συστήματος είναι:

1. Όταν εκατέρωθεν του οπτικού συστήματος είναι ο αέρας,

$$PP_1 = \frac{e}{n} \cdot \frac{P_2}{P_{O\Lambda}} \quad \text{και} \quad P'P'_2 = \frac{e}{n} \cdot \frac{P_1}{P_{O\Lambda}} \quad (7-21)$$

2. Όταν εκατέρωθεν του οπτικού συστήματος είναι ίδιο οπτικό μέσο με δείκτη διάθλασης $n_1 = n_2 = n'$. Ισχύει:

$$PP_1 = \frac{e}{n} \cdot \frac{P_2}{P_{O\Lambda}} n' \quad \text{και} \quad P'P'_2 = \frac{e}{n} \cdot \frac{P_1}{P_{O\Lambda}} \quad (7-22)$$

3. Όταν εκατέρωθεν του οπτικού συστήματος είναι διαφορετικά οπτικά μέσα τότε ισχύει:

$$PP_1 = \frac{e}{n} \cdot \frac{P_2}{P_{O\Lambda}} n_1 \quad \text{και} \quad P'P'_2 = \frac{e}{n} \cdot \frac{P_1}{P_{O\Lambda}} n_2 \quad (7-23)$$

Όπου n_1 ο δείκτης διάθλασης του οπτικού μέσου πριν το πρώτο φακό και n_2 ο δείκτης διάθλασης του οπτικού μέσου μετά τον δεύτερο φακό.

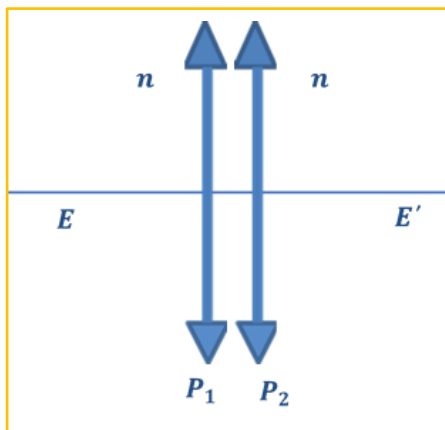
7.9 Συνδυασμός δύο λεπτών φακών σε επαφή.

Όταν δύο λεπτοί φακοί είναι σε επαφή τότε η ολική ισχύς του οπτικού συστήματος που αποτελούν δίνεται από τη σχέση:

$$P_{O\Lambda} = P_1 + P_2 \quad (7-24)$$

Όταν εκατέρωθεν των φακών είναι κενό (ή αέρας) οι εστιακές αποστάσεις του συστήματος αυτών θα είναι ίσες $f_{O\Lambda} = f'_{O\Lambda}$ και θα υπολογίζονται από την σχέση:

$$P_{O\Lambda} = \frac{1}{f_{O\Lambda}} = \frac{1}{f'_{O\Lambda}} \quad (7-25)$$



Σχήμα 7-15
Σύστημα δύο λεπτών φακών σε επαφή.

Όταν εκατέρωθεν των φακών είναι ίδιο οπτικό μέσο με δείκτη διάθλασης n' εστιακές αποστάσεις του συστήματος αυτών θα είναι ίσες $f_{O\Lambda} = f'_{O\Lambda}$ και θα υπολογίζονται από την βρίσκεται από την σχέση:

Όταν εκατέρωθεν των φακών είναι διαφορετικά οπτικά

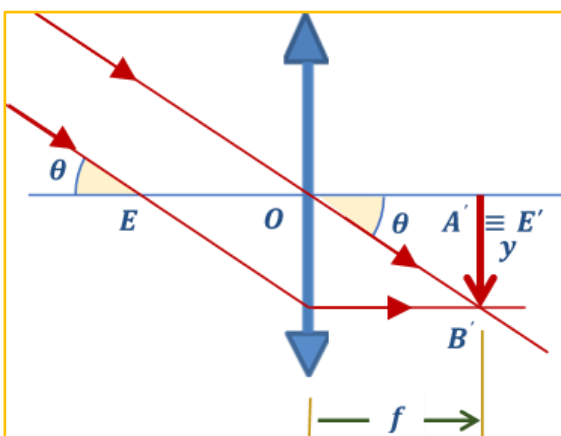
$$P_{O\Lambda} = \frac{n'}{f_{O\Lambda}} = \frac{n'}{f'_{O\Lambda}} \quad (7-26)$$

μέσα με δείκτες διάθλασης n_1 και n_2 αντίστοιχα οι εστιακές αποστάσεις του συστήματος αυτών θα είναι άνισες $f_{O\Lambda} \neq f'_{O\Lambda}$ και θα υπολογίζονται από την σχέση:

$$P_{O\Lambda} = \frac{n_1}{f_{O\Lambda}} = \frac{n_2}{f'_{O\Lambda}} \quad (7-27)$$

7.10 Μέγεθος ειδώλου από αντικείμενο που βρίσκεται σε άπειρη απόσταση.

1. Ένας λεπτός φακός. Το μόνο που μπορεί να μετρηθεί για ένα αντικείμενο που βρίσκεται σε

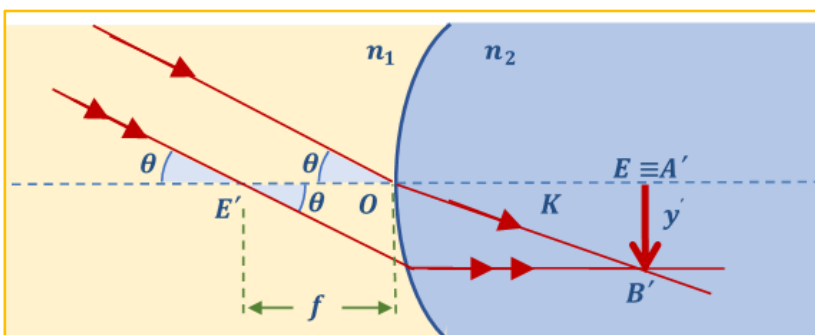


Σχήμα 7-16
Πορεία ακτίνων από απομακρυσμένο αντικείμενο διά μέσου λεπτού φακού. Μέγεθος ειδώλου.

άπειρη απόσταση είναι η γωνία θ με την οποία τέμνουν τον κύριο άξονα οι φωτεινές ακτίνες από ένα σημείο του αντικειμένου αυτού (Σχ. 7-17).

Όπως προκύπτει από το τρίγωνο $OE'B'$ το μέγεθος του ειδώλου θα είναι: $y' = f' \epsilon\phi\theta'$ και επειδή $\theta' = -\theta$ η προηγούμενη σχέση γράφεται: $y' = -f' \epsilon\phi\theta$. Η αρνητική τιμή για το μέγεθος του ειδώλου υποδηλώνει ότι αυτό είναι ανεστραμμένο. Από το σχήμα (7-17) προκύπτει ότι η εστιακή απόσταση f' είναι θετική όπως και η γωνία θ και επομένως το είδωλο είναι ανεστραμμένο.

2. Ένα σφαιρικό δίοπτρο. Όπως και σε ένα λεπτό φακό μία ακτίνα που διέρχεται από την



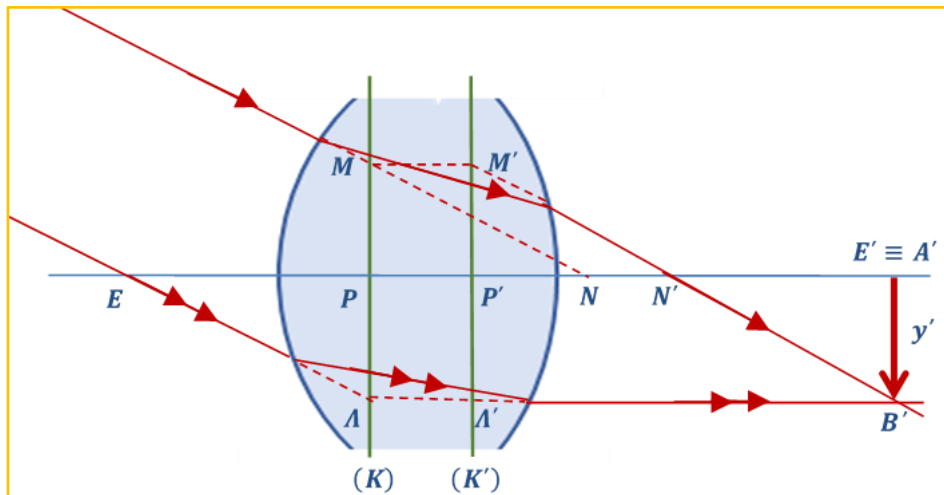
Σχήμα 7-17
Πορεία ακτίνων από απομακρυσμένο αντικείμενο διά μέσου σφαιρικού δίοπτρου. Μέγεθος ειδώλου.

πρώτη κυρία εστία μετά την διάθλαση της γίνεται παράλληλη στον κύριο άξονα (Σχ. 7-18). Αν η γωνία θ είναι μικρή τότε $AB = y'$ και από το τρίγωνο OAE' προκύπτει: $y' = f \epsilon\phi\theta'$ και επειδή $\theta' = \theta$ η προηγούμενη σχέση γράφεται $y' = -f \epsilon\phi\theta$.

Στη περίπτωση αυτή η γωνία θ και η εστιακή απόσταση f είναι θετικά και επομένως το είδωλο y' είναι ανεστραμμένο.

3. Ένας σφαιρικός φακός με πάχος.

Έστω ένας θετικός αμφίκυρτος φακός με πάχος (Σχ. 7-19). Μία ακτίνα από την κορυφή ενός αντικειμένου που βρίσκεται σε μεγάλη απόσταση από το φακό που στοχεύει το πρώτο κύριο σημείο του φακού P μετά την διάθλαση της θα πάθει παράλληλη μετατόπιση και θα φαίνεται σαν να προέρχεται από το δεύτερο κύριο σημείο P' .



Σχήμα 7-18
Πορεία ακτίνων από απομακρυσμένο αντικείμενο διά μέσου φακού με πάχος. Μέγεθος ειδώλου

Όλες οι ακτίνες που έρχονται από την κορυφή του αντικείμενου και φθάνουν παράλληλες με την ακτίνα που στοχεύει. Το πρώτο κύριο σημείο θα διέρχονται από το B' και θα ορίζουν το ανεστραμμένο είδωλο $A'B'$ που θα βρίσκεται στη δεύτερη εστία Fe' του φακού.

Από το τρίγωνο $N'A'B'$ του σχήματος (7-19) προκύπτει ότι το μέγεθος του ειδώλου $A'B' = y'$ θα είναι $y' = fe' \epsilon\phi \theta'$ και επειδή $\theta' = -\theta$ η προηγούμενη σχέση γράφεται $y' = -fe \epsilon\phi \theta$.

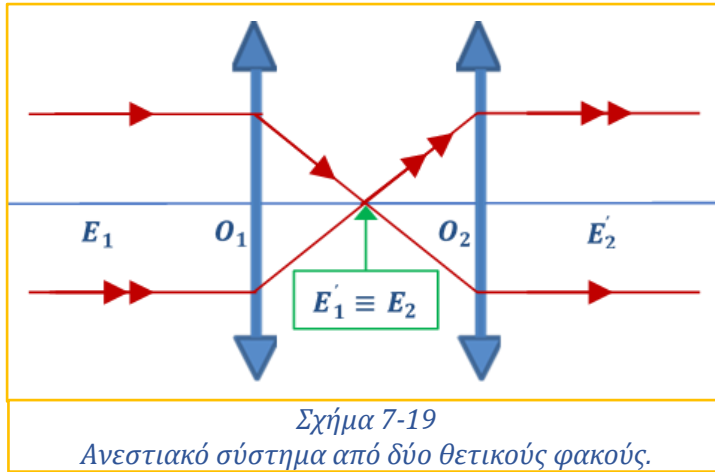
Στην περίπτωση αυτή η γωνία θ και το fe' είναι θετικά και έτσι το τελικό είδωλο είναι ανεστραμμένο.

7.11 Σύστημα ανεστιακό (ή τηλεσκοπικό).

Ένα οπτικό σύστημα καλείται ανεστιακό (ή τηλεσκοπικό) όταν για ένα αντικείμενο στο άπειρο δίνει είδωλο στο άπειρο. Στην περίπτωση αυτή μία παράλληλη δέσμη ακτινών όταν περάσει από αυτό το οπτικό σύστημα εξακολουθεί να παραμένει παράλληλη.

Ένα τηλεσκοπικό οπτικό σύστημα δύναται να προκύψει:

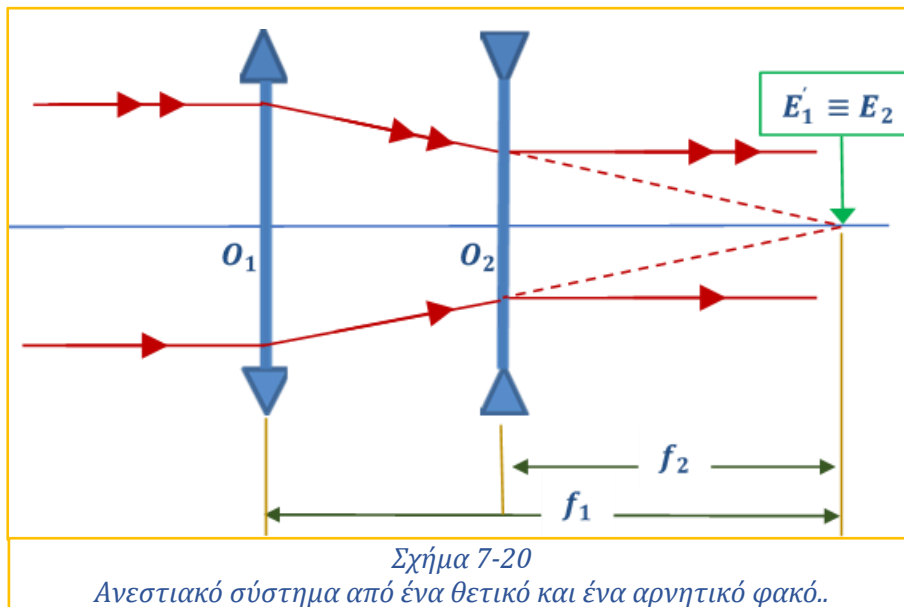
α) Από δύο θετικούς λεπτούς φακούς οι οποίοι απέχουν απόσταση d και η δεύτερη κύρια εστία του πρώτου ταυτίζεται με την πρώτη κυρία εστία του δεύτερου δηλαδή: $d = f_1 + f_2$. (Σχ. 7-20).



Η ισχύς ενός τέτοιου συστήματος είναι:

$$P_e = P_1 + P_2 - \frac{e}{n} P_1 P_2 = P_1 + P_2 - (f_1 + f_2) P_1 P_2 = 0 \quad (7-28)$$

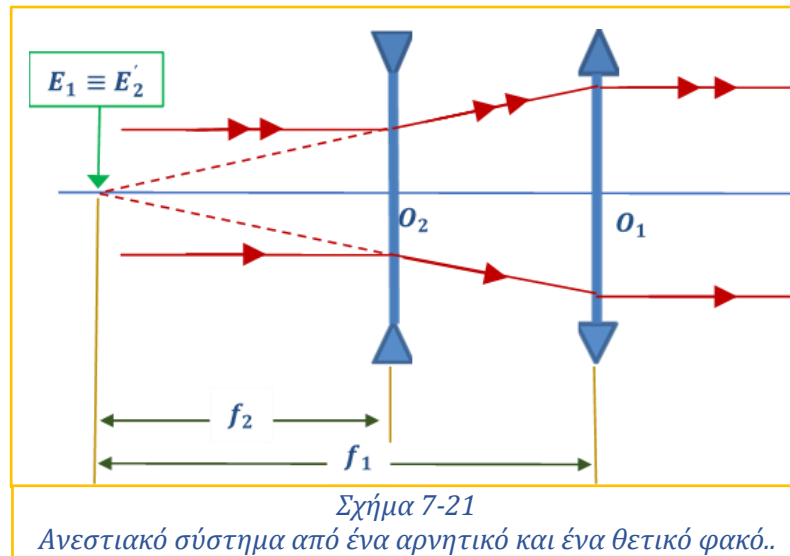
β) Από έναν θετικό φακό και ένα αρνητικό, οι οποίοι απέχουν απόσταση d και η δεύτερη εστία του πρώτου (θετικού) φακού ταυτίζεται με την πρώτη εστία του δεύτερου (αρνητικού) φακού. Στην περίπτωση αυτή μία ακτίνα παράλληλη στον κύριο άξονα όταν περάσει από τον πρώτο φακό συγκλίνει ώστε να στοχεύσει τη δεύτερη κυρία εστία του πρώτου φακού, η οποία όμως αποτελεί και την πρώτη εστία του αρνητικού φακού από τον οποίο θα αποκλίνει ώστε να εξέλθει παράλληλη με τον κύριο άξονα (Σχ.7-21).



Με αυτόν τον τύπο ανεστιακού συστήματος επιτυγχάνεται ο περιορισμός της διατομής μίας φωτεινής δέσμης.

γ) Από ένα αρνητικό φακό και ένα θετικό φακό, οι οποίοι απέχουν απόσταση d και η δεύτερη εστία του αρνητικού φακού ταυτίζεται με την πρώτη εστία του θετικού. Στην περίπτωση αυτή μία ακτίνα παράλληλη στον κύριο άξονα όταν περάσει από το πρώτο φακό αποκλίνει, ώστε να φαίνεται προερχόμενη από την δεύτερη κυρία εστία του πρώτου φακού, η οποία όμως αποτελεί

και πρώτη εστία του δεύτερου (θετικού) φακού από τον οποίο θα συγκλίνει ώστε να εξέλθει παράλληλη με τον κύριο άξονα (Σχ. 7-22).



Με αυτόν τον τύπο ανεστιακού συστήματος επιτυγχάνεται το άνοιγμα της διατομής μίας φωτεινής δέσμης.