Τ.Ε.Ι. ΑΘΗΝΑΣ

ΓΕΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ <u>ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ</u>

<u>ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗ</u>

ΔΙΔΑΣΚΟΥΣΑ: Ε. ΠΑΠΑΓΕΩΡΓΙΟΥ

<u>1. ΑΠΛΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗ (Simple Regression)</u>

1.1. Με χρήση στατιστικού λογισμικού S.P.S.S.

Όπως γνωρίζουμε από τη θεωρία στην απλή παλινδρόμηση απαιτούνται δύο ποσοτικές μεταβλητές εκ των οποίων η μία θεωρείται ανεξάρτητη-independent (X) και η άλλη εξαρτημένη -dependent (Y). Η διερεύνηση της μορφής της παλινδρόμησης είναι το βασικό πρόβλημα το οποίο κατ' αρχάς θα πρέπει να επιλυθεί. Είναι δηλαδή απαραίτητο να προσδιορίσουμε αν τα ζεύγη τιμών (X, Y) προσαρμόζονται καλύτερα σε μια ευθεία ή παραβολή ή έλλειψη ή υπερβολή κ.λ.π.

Αν υποθέσουμε ότι η κατάλληλη μορφή παλινδρόμησης, για κάποια συγκεκριμένα ζεύγη τιμών, είναι η γραμμική, τότε για να υπολογίσουμε τους συντελεστές της παλινδρόμησης και τα διάφορα στατιστικά μέτρα τα οποία είναι απαραίτητα, η διαδικασία την οποία πρέπει να ακολουθήσουμε είναι η επόμενη:

Αρχικά ανοίγουμε ένα αρχείο δεδομένων SPSS, δηλ. ένα αρχείο με extension .sav.

Έστω ότι η *ανεξάρτητη-independent (X)* εκφράζει τα έξοδα διαφήμισης που έκανε μια εταιρεία για την προώθηση ενός προϊόντος της (σε εκατομμύρια \$), ενώ η *εξαρτημένη* - *dependent (Y)* εκφράζει τις πωλήσεις που πραγματοποιήθηκαν για τον πρώτο χρόνο για το ίδιο προϊόν (σε εκατομμύρια \$).

🛅 ex1s	linearregr.s	av - SPSS Da	ata Editor											a 🗙
File Edit	View Data	Transform A	nalyze Graph	ns Utilities V	Vindow Help									
	🕘 🔍 🗠		- 62 M	▲ ■	14 🖪 🕅	¥@								
4 :											-			
Í	x	у	var	var	var	var	var	var	var	var	var	var	var	⊤∸
1	1,80	104			1									
2	1,20	68												
3	,40	39												1.0
4	,50	43		2										
5	2,50	134									1			
6	2,50	127												
7	1,50	87												
8	1,20	77												_
9	1,60	102												
10	1,00	65												
11	1,50	101		2	<i>x</i>		2		2	2			-	
12	,70	46												_
13	1,00	52												
14	,80	33												
15														-
16													-	
17		-							-	-				
10														+
19													2	
20														+
21					-									—
22	2	3	5	3			5	1	5	3		5	S	+
20														+
25														+
26		-					-	-		-		-		+
27														+
28														+
29														+
30														<u> </u>
() NO	ata View 🖉	ariable View	/	1	1	1		1	1	1.	1	1		+ř
						SPSS F	Processor is rea	ady						النف
🦺 sta	art 🥥 🥥	🖸 🧭 👟	🛄 🔥 🛈	۵ 🤹 🗐	8 🚬 🔳 🛙	ø 💋 🛃 🕈	. 🕑	🔁 r	🦉 м	🗐 n	📰 e	🔒 🗃 🛃 🖣	0 😓 6:1	25 µµ

Πληκτρολογούμε τα δεδομένα του προβλήματος όπως στο σχήμα 1.1.

Σχήμα 1.1.

Στη συνέχεια καθορίζουμε το όνομα και τον τύπο των μεταβλητών όπως στο σχήμα 1.2.

🖽 ex1sline	earregr.s	av - SPSS Data	Editor	_				_			
File Edit Vie	ew Data	Transform Anal	yze Graph	ıs Utilities Wir	ndow Help						
213		· ~ 🖼 🔚	E? #4	「「「「」」「「」」	®\ ≣ ≫ ⊘						
	Name	Туре	Width	Decimals	Label	Values	Missing	Columns	Align	Measure	_
1 ×		Numeric	8	2	advertising expenditures	None	None	8	Right	Scale	
2 y		Numeric	8	0	First year sales	None	None	8	Right	Scale	
3											
4				1							
5				1							
6				0				-			
8											
10											8
11											
12			-								
13										8	
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22				0							
23											
24											
25			-							2	
20									-		
28			-					-			
29			2		8						
30											
31											
32					l			l	1		<u> </u>
▲ ► Data	view X Va	anable View /			Lange D	•					
					SP5S Proces	sor is ready		Y - Y			
📑 🛃 start		🖸 🕑 👟 🛄	• •	🛋 🐗 🛍 🛽 🕹	🚬 🏼 🔣 🌽 🗁 🔐 😏		🕘 M	🕺 n	шн е	- L 🗃 😼 🔨	🧐 😓 6:36 µµ



Στη συνέχεια κατασκευάζουμε ένα *scatter plot* το οποίο κρίνεται απαραίτητο προκειμένου να αναζητήσουμε αν υπάρχει κάποιου είδους σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών ή αν αυτές εμφανίζονται τυχαία κατανεμημένες.

Αυτό κατασκευάζεται ως εξής:

Από το menu Graphs επιλέγουμε Scatter.

Εμφανίζεται το επόμενο παράθυρο στο οποίο εισάγουμε όπως φαίνεται στο σχήμα 1.3. τις μεταβλητές μας και πατάμε **Ο.Κ.**

💼 ex1s	linearregr.s	av - SPSS Da	ita Editor										_	d X
File Edit	View Data	Transform Ar	nalyze Grapł	hs Utilities V	/indow Help									
	8 🔍 🗠		- 12 14	11日日		¥@								
4 :					-		•	•						
	x	у	var	var	var	var	var	var	var	var	var	var	var	^
1	1,80	104												
2	1,20	68	<u>.</u>		0					0				-
3	,40	39							×					+
4	,50	43		Sir	nnle Scatte	mlot				<u> </u>				-
5	2,50	134			inpre scatte	ihior	_	_						
0	2,50	97	27				Y Axis:		OK	1	97		97	
8	1,30	77					🔶 First	year sales [y]	Paste	1				
9	1,60	102					X Avie							
10	1,00	65					adv	ertisina expend	iture					
11	1,50	101							Cancel					
12	,70	46					Set Mark	ers by:	Help	1				
13	1,00	52												
14	,80	33					Label Ca							
15			1			— D		ses by:	_				Ĩ.	
16			9						-	_				
17				L Tem	iplate									
18					Use chart spec	ifications from:								+
19					File									
20														+
21							Titles	Options		-				+
23		7	7								1	1	1	+
24														+
25														
26					0									
27														
28														
29														
30														
	ata View 🗸 Va	ariable View					•							►
						SPSS P	rocessor is rea	dy						
🛃 sta	art 🥖 🥭	0 🙆 👟	U 🔥 🕖	🗟 🎄 🎒 🛛	8 🚬 🗖	5 💋 🛃 🟅		🔁 r	🛃 м	🖻 n	📖 e		6:	47 µµ

Σχήμα 1.3.

Στη συνέχεια εμφανίζεται το ακόλουθο διάγραμμα διασποράς (σχήμα 1.4.). Από το διάγραμμα αυτό είναι φανερό ότι η σχέση που συνδέει τις δύο μεταβλητές είναι γραμμική και άρα προχωράμε σε γραμμική παλινδρόμηση.





Από το **menu** *Analyze* επιλέγουμε *Regression* και στη συνέχεια *Curve Estimation* όπως στο σχήμα 1.5.

💼 ex1slinearregr.sav - SPSS Data	a Editor										a) 🗙
File Edit View Data Transform Ana	alyze Graphs Utilities	Window Help									
	Reports		<u>i</u>								
4:	Custom Tables										
	Compare Means	var	var	var	var	var	var	var	var	var	
1 1.80 10	General Linear Model										
2 1.20 6	Correlate	Linear			24 	1					
3 ,40 3 0	Classify •	Curve Estimati	on								
4 ,50 4 0	Data Reduction	II									
5 2,50 13 5	Scale 🕨 🕨										
6 2,50 12 ^N	Nonparametric Tests 🕨										
7 1,50 8	Multiple Response										
8 1,20 77											
9 1,60 102											
10 1,00 65											
11 1,50 101											
12 ,70 46											
13 1,00 52											
14 ,80 33											
15											
16					8						
17											
18											
19			2	8	8		8	8			
20											
21											
22				23	22		28		8		
23											
24											
20					01	14					
20											
28			<u>.</u>			32 					
20					<u></u>						
30											+
A Data View (Variable View)					_		-				+
Curve Estimation			SPSS P	rocessor is rea	dy						<u> </u>
🦺 start 🔰 🥥 🖸 📽 🖳	9 🔥 🕐 🕃 🚸 🛍	1 🔀 🚬 🖬 🕏	Ø 🕖 🛃	0	🔁 r	M	🗐 n	2 5		0 5 7:0	14 00



- Στο αριστερό παράθυρο βρίσκονται οι δύο μεταβλητές
- Στο παράθυρο *Dependent* μεταφέρουμε την εξαρτημένη μεταβλητή και
- Στο παράθυρο *Independent* μεταφέρουμε την ανεξάρτητη μεταβλητή
- Τσεκάρουμε *Linear* από τις διαθέσιμες μορφές παλινδρόμησης στη θέση *Models*.
- Τσεκάρουμε *include constant in equation* για να μας δώσει την τιμή του σταθερού όρου.
- Τσεκάρουμε *Plots Models* για να μας δώσει το γράφημα
- Τσεκάρουμε *Display Anova Table* και η μορφή είναι πλέον η επόμενη:

ex1s	linearregr.s	av - SPSS Da	ata Editor											J 🗙
File Edit	View Data	Transform A	nalyze Graph	ns Utilities W	indow Help									
	a 🗖 🖻	CA 🗐 🖁	- I? M	▲■	1	<u> </u>								
7:														
	x	у	var	var	var	var	var	var	var	var	var	var	var	
1	1,80	104												- 1
2	1,20	68												
3	,40	39										2		+
4	,50	43												
6	2,50	127		Entimation										
7	1,50	87		Estimation	_				_		3	1		
8	1,20	77			_	Dependent(s):				OK				
9	9 1,60 102 10 1.00 65													
10	1,00	65							ł	Resol			<u>)</u>	
11 1,50 101 Heset Cancel 12 .70 46 Cancel Cancel Cancel														- 1
12	,70	46			, va	inable:		_		Cancel				-
13	1,00	32	-11			() 🛞 adver	tising expenditu	re:		Help				+ 1
14	,00				C Ti	me		🔽 Incl	ude constant in	equation	5	9		
16						Case Labels:			models	_				
17								1. 1100	modela					╈
18					Mode	ls								
19					🔽 Lir	near 🗖 🕻)uadratic 🔽	Compound	Growth					
20			_			ogarithmic 🧖 🕻	Cubic 🔽	IS I	Exponentia					
21			-11		🗖 In	verse 🗖 F	Power	Logistic						+
22								Upper bound:						+
24			- '		🔽 Disp	olay ANOVA tab	le		S	ave				
25		÷				1	1	1						
26							7				7			
27														
28														_
29														
30			,										-	<u>+</u> -
	ata View 🕺 Va	ariable View)				SDec D		dv						
						/ 10 ch #			Î 🖂 a v					10
Sta		M 🔊 🗶			o 🚬 🔟 🖻	9 🥢 🗹 🖬		regres.	[W] 2 M	<u> </u>	SP	🖬 🖬 🛃 •	1 1 1 1	22 µµ

Σχήμα 1.6.

Αν στο σχήμα 1.6. επιλέξουμε Save, θα έχουμε την επόμενη φόρμα:

	У	var	var	var	var	var	var	var	var	var	var
BO	104										
20	68										
40	39										
50	43										
50	134										
50	127	🔤 🗖 Curv	e Estimation								
50	87										
20	77	Cu	irve Estimatio	on: Save					OK		
50	102		Save Variables-		Predict Cases-				Paste		
00	65		Predicted va	lues	Predict from	estimation perio	d through last	case	Beset		
50	101		Residuals		C Predict thro	ugh:					
10	46		Prediction in	ervals	Observation	τ.			Cancel		
00	52	_	os 💶 % Confi	dence					Help		
50	33	_ '	interva					lin	equation		
-									-		
-			on Entimation Po	riod is:					-		
-		- Ai	l cases	1100 IS					_ -		
-											
-						Continue	Cancel	Help			
-					verse E	ower	Logistic				
-							Logistic Lloner bound:				
							opportoonna.				
				🔽 Disp	olay ANOVA tab	le		Sa	ive		
			1								

Σχήμα 1.7.

- Επιλέγουμε *Predicted values* για να πάρουμε τις προβλεπόμενες τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής Υ.
- Επιλέγουμε *Residuals* για να πάρουμε τα σφάλματα
- Τσεκάρουμε Prediction intervals και επιλέγουμε % Confidence interval για να πάρουμε το επιθυμητό διάστημα εμπιστοσύνης.
- *Contínue* και στη συνέχεια με *O.K* εμφάνιση των αποτελεσμάτων στον πίνακα που ακολουθεί:

MODEL: MOD_1. Dependent variable.. Y Method.. LINEAR Listwise Deletion of Missing Data Multiple R ,96414 R Square ,92956 Adjusted R Square ,92369 Standard Error 9,10612

Analysis of Variance:

	DF	Sum of Squa	ares	Mean	Square		
Regression Residuals	1 12	13130, 995,	942 058	131	.30,942 82,921		
F = 158,	35397	Signif	F = ,000	00			
		Variables	in the E	quatio	on		
Variable		В	SE B		Beta	Т	Sig T
Variable K (Constant)		48,597122 13,823741	3,861856 5,579203	, ^g	64136	12,584 2,478	,0000 ,0291

The following new variables are being created:

Name	Label
FIT_1	Fit for Y with X from CURVEFIT, MOD_1 LINEAR
ERR_1	Error for Y with X from CURVEFIT, MOD_1 LINEAR
LCL_1	95% LCL for Y with X from CURVEFIT, MOD_1 LINEAR
UCL_1	95% UCL for Y with X from CURVEFIT, MOD_1 LINEAR

Σχήμα 1.8.

Στον προηγούμενο πίνακα βλέπουμε τα αποτελέσματα:

- Στη θέση *Dependent Variable* υπάρχει το όνομα της στήλης *Υ*.
- Στη θέση *Method* υπάρχει η ένδειξη *Linear*, ενώ,
- Η τιμή Multiple R (Συντελεστής γραμμικής συσχέτισης του Pearson) είναι 0.96414,
- Η τιμή **R** square (Δείκτης προσδιορισμού) είναι 0.92956,
- Η τιμή Adjusted R square (Διορθωμένη τιμή δείκτη προσδιορισμού) είναι 0.92369, και
- Η τιμή Standard Error (Τυπικό σφάλμα της εκτίμησης) είναι 9.10612.

Στη συνέχεια, στον ίδιο πίνακα, βλέπουμε τα αποτελέσματα από την Ανάλυση της Διακύμανσης - Analysis of Variance- (ANOVA), τα αποτελέσματα της οποίας θα ερμηνεύσουμε.

Στη στήλη DF (Degree Of Freedom) βλέπουμε τους αριθμούς 1 και 12 οι οποίοι εκφράζουν τους βαθμούς ελευθερίας οι οποίοι αντιστοιχούν στο άθροισμα τετραγώνων που ερμηνεύεται από την παλινδρόμηση (Regression, 1) και στο άθροισμα τετραγώνων που δεν ερμηνεύεται από την παλινδρόμηση (Residuals, v-2).

- Στη στήλη Sum. Of Squares οι αριθμοί 13130,942 και 995,058 εκφράζουν το άθροισμα τετραγώνων που ερμηνεύεται από την παλινδρόμηση (Regression) και στο άθροισμα τετραγώνων που δεν ερμηνεύεται από την παλινδρόμηση (Residuals).
- Στη στήλη *Mean square* οι αριθμοί 13130,942 και 82.921 εκφράζουν τα μέσα αθροίσματα τετραγώνων των προηγούμενων τιμών (13130,942/1 και 995,058/12) αντίστοιχα.
- H tim F = 158.35397 (*F* κατανομή) είναι το πηλίκο των τimών της στήλης Mean square.
- Τέλος η τιμή Signif. F = 0,000 είναι η κρίσιμη τιμή με βάση την οποία αποδεχόμαστε ή απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση. Εδώ θα πρέπει να αναφέρουμε ότι κατά τη μηδενική υπόθεση Ho δεν υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ των μεταβλητών X και Y, ενώ κατά την εναλλακτική υπόθεση H₁ υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ των μεταβλητών. Αν το τέστ το κάνουμε σε επίπεδο σημαντικότητας a = 0,05, τότε κάθε φορά που Signif. F < 0,05 θα απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση και δεχόμαστε την εναλλακτική. Στην περίπτωσή μας Signif. F = 0,000 < 0,05, άρα δεχόμαστε ότι υπάρχει γραμμική εξάρτηση μεταξύ των τιμών X και Y.

Στο τελευταίο μέρος του πίνακα -Variables in the equation- βλέπουμε κατά σειρά:

- Την τιμή 48,597122 που βρίσκεται απέναντι από το X και είναι ο συντελεστής της γραμμικής παλινδρόμησης (κλίση),
- Την τιμή 13,823741 που είναι ο σταθερός όρος.
- Με αυτά τα δεδομένα, η ευθεία της παλινδρόμησης είναι η επόμενη:

$$Y = 13,823741 + 48,597122 X$$

- Τις τιμές στη στήλη T (T- test) που είναι 12,584 και 2,478 για το X και τη σταθερά αντίστοιχα και, τέλος,
- Τις τιμές της στήλης Sig. T, οι οποίες αν είναι μικρότερες του επιπέδου σημαντικότητας που ορίσαμε απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση (συντελεστής X = 0 και σταθερά = 0).
 Στο παράδειγμά μας είναι και οι δύο τιμές <0,05, άρα απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και θεωρούμε ότι και ο συντελεστής του X και η σταθερά είναι στατιστικά σημαντικά διαφορετικές από το 0. Δηλαδή αν Sig. T < α ισχύει η H₁.

Στο γράφημα που ακολουθεί, η ευθεία γραμμή είναι η ευθεία της Παλινδρόμησης

(*Regression Line*), Y = 13,823741 + 48,597122 X και η τεθλασμένη είναι η γραμμή που προέκυψε από τα πραγματικά ζεύγη τιμών των μεταβλητών X και Y.







Επιστρέφοντας στο *Data Editor*, θα δούμε δίπλα στις αρχικές στήλες των μεταβλητών X και Y και τις στήλες:

- *fit_1*, στην οποία αναγράφονται οι θεωρητικές τιμές οι οποίες προέκυψαν με βάση την ευθεία παλινδρόμησης που ζητήσαμε,
- err_1, στην οποία αναγράφονται τα σφάλματα (διαφορές εμπειρικών και θεωρητικών τιμών),
- *lcl_1*, στην οποία εμφανίζονται τα κάτω άκρα του διαστήματος εμπιστοσύνης που ζητήσαμε (95%) για τις θεωρητικές τιμές του Υ και
- ucl_1, στην οποία εμφανίζονται τα άνω άκρα του διαστήματος εμπιστοσύνης.

Στην εικόνα που ακολουθεί βλέπουμε το Data Editor με τις νέες στήλες:

🔳 ex1s	linearregr.s	av - SPSS Da	ata Editor		_				_					
File Edit	View Data	Transform A	nalyze Graph	s Utilities W	indow Help									
	a 🗉 🗠		- I? M	▲■ ■	@ 🖪 📎									
18:														
	x	у	fit_1	err_1	lcl_1	ucl_1	var	var	var	var	var	var	var	
1	1,80	104	101,2986	2,70144	80,33515	122,2620								
2	1,20	68	72,14029	-4,14029	51,58615	92,69442			2	Ĩ.				
3	,40	39	33,26259	5,73741	11,37395	55,15122		8	8	8		8		
4	,50	43	38,12230	4,87770	16,51035	59,73425								
5	2,50	134	135,3165	-1,31655	112,4317	158,2014								
6	2,50	127	135,3165	-8,31655	112,4317	158,2014								
7	1,50	87	86,71942	,28058	66,11369	107,3252								
8	1,20	77	72,14029	4,85971	51,58615	92,69442								
9	1,60	102	91,57914	10,42086	70,88768	112,2706								
10	1,00	65	62,42086	2,57914	41,72940	83,11232								
11	1,50	101	86,71942	14,28058	66,11369	107,3252								
12	,70	46	47,84173	-1,84173	26,69338	68,99007								
13	1,00	52	62,42086	-10,4209	41,72940	83,11232								
14	,80	33	52,70144	-19,7014	31,73803	73,66485								
15														
16														
17														
18														
19	4								0					
20														
21														
22														
23														
24	15	2.5	2.5	2.5					1	2.5				
25														
26														
27	4								<i></i>					
28														
29														
30														
	ata View 🖌 Va	ariable View	/			anag p	1							•
						SPSS Pr	ocessor is re	ady	¥ —					
📑 sta	art 🔵 🥭	0 🙆 👟	🛄 🔥 🔇 I	🕄 🐐 🛍 🛛	8 🚬 🖬 🖄	8 🤌 🛃 🗒	0	C regres	👿 2 M	i •	ex1sli	🔒 🖻 🔥 🕈	XO 😓 10	:28 µµ
	. 1 10													

Σχήμα 1.10.

Αν αντί Γραμμικής, θέλουμε άλλη μορφή παλινδρόμησης, στο σχήμα 1.6., στη θέση Models θα τσεκάρουμε την επιθυμητή μορφή και θα δουλέψουμε με τον ίδιο τρόπο.

1.2. Με χρήση στατιστικού λογισμικού Minitab

1.2.1 Απλή Γραμμική Παλινδρόμηση

Η ανάλυση αυτή, όπως αναφέρθηκε παραπάνω εξετάζει τη σχέση μεταξύ μιας μεταβλητής απόκρισης *Y* (response variable) και μιας ανεξάρτητης μεταβλητής *X* (predictor variable). Το Minitab παρέχει διαδικασίες για την παλινδρόμηση ελαχίστων τετραγώνων (όταν η μεταβλητή απόκρισης είναι συνεχής). Επίσης, είναι δυνατόν να προσαρμοστεί μια γραμμή παλινδρόμησης καθώς επίσης και γραφικές παραστάσεις των υπολοίπων (residuals plots).

Θα λύσουμε με τη βοήθεια του Minitab το ίδιο πρόβλημα που λύσαμε και στην προηγούμενη παράγραφο με τη βοήθεια του SPSS.

Αρχικά ανοίγουμε ένα αρχείο δεδομένων Minitab, δηλ. ένα αρχείο με extension .mpj.

Πληκτρολογούμε τα δεδομένα του προβλήματος όπως στο σχήμα 1.11.

🚬 MI	NITAB - sir	mlinreg.Ml	PJ													
File Ed	lit Manip (Calc Stat	Graph Edi	itor Window	i Help											
	1 🛃 🐰	•	۲			t \downarrow 👫	M 0 '	? 🗊					*(1		
🗄 Se	ssion	_	_	_	_	_			_	_	-		_	_		
	5	/4/2005 1	0:46:52 i	i ——												•
Welc	ome to Mi	nitah pr	ess F1 f	for help												
Savi	ng file a	s: C:\Doc	uments a	and Settin	ngs\Admin:	istrator\	My Docume	nts\effi	e\Samos\;	regression	\simlinre	eg.MPJ				a
																×
W	orksheet 1	***	_	_	_	_	_	_	_	_	_	_	_	_		
T+	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16 ^
	х	Y														
1	1,8	104														
2	1,2	68														
3	0,4	39														
4	0,5	43														
C C	2,5	134														
7	2,5	87	-												×	
8	1,2	77								2					<u></u>	
9	1,6	102														
10	1,0	65														
11	1,5	101														
12	0,7	46														
13	1,0	52												,		
14	0,8	33														
15											<u></u>					
17																
				-						-			-			
EE Pr	oject															
Current	Worksheet: V	Vorksheet 1												Editable		0:51 PM
🔒 s	tart	🥭 🖸 🙆) 🐮 🛄	🔥 🕐 🚊	🦇 🛍 🛛	1 🚬 🔳	🤣 🧭 🛃	27 🕑	6) r [7 2 M -	🗎 e	<mark>≫</mark> М		1	🔉 10:51 µµ

Σχήμα 1.11.

Στη συνέχεια κατασκευάζουμε το scatter plot για να δούμε τη σχέση μεταξύ των δύο

μεταβλητών ως εξής:

Από το menu Graph επιλέγουμε Character Graphs και Scatter Plot όπως δείχνει το επόμενο

σχήμα 1.12.

🔁 MIN	IITAB - SI	MLINREG.	MPJ												_ # X
File Edit	t Manip (Calc Stat	Graph Editor Window	i Help											
2	5		Layout	囷	1 1 #	M	? 🔊				-	166	1		
Welco Retri	me to Mi eving pr	nitab, p oject fr	Plot Time Series Plot Chart Histogram Boxplot Matrix Plot Draftsman Plot Contour Plot	ADMIN	NI~1\MYDOC	U~1\EFFI	E\SAMOS\RJ	EGRES~1\S	IMLINREG.	MPJ					
<			3D Plot												.::
Wor	rksheet 1	***	3D Wireframe Plot 3D Surface Plot												_ 🗆 🗙
→ C1 C2 Dotplot C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12 C13 C14 C15 C16 X Y Pie Chart Pie Chart															
	x	Y	Pie Chart												1
1	1,8	104	Marginal Plot Probability Plot												
2	1,2	68	Cham and Loof		_										
3	0,4	39	Stem-and-Leat	_L											
4	0,5	43	Character Graphs	Set 0	Options			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			<u>.</u>			<u></u>	
5	2,5	134		Histo	ogram	- H							-		
0	2,5	127		Boxp	olot	- H									
8	1,5	77		Sterr	n-and-Leaf	- H									
9	1.6	102		Scat	ter Plot								-		
10	1.0	65		Multi	iple Scatter Pl	ot		2			2				
11	1,5	101		Time	Series Plot										<u> </u>
12	0,7	46		Grid											
13	1,0	52		Cont	tour										
14	0,8	33		Pseu	ido 3D Plot										
15															
16															
17															~
	loct IC														::: ۲
	Ject 🕒												E IN LL		
Jraw a ch	aracter-styl	e scatter plo	ot that displays in the Ses	sion window			- 2 5 ()		1-	7	PSS 1		Editable] - 1 - 1 - 1	10:58 PM
📲 st	art	900	g 🐮 🏭 🔨 🛈 🗐	- 🦛 🐘 -	8 🔁 🗉	10 🥢 🗹	1 azli 🕑) r	21 -	e	<u>> М</u>	- 🖬 🔟 •	₽ ₩0 6	🚴 10:58 µµ

Σχήμα 1.12.

Εμφανίζεται το επόμενο παράθυρο στο οποίο εισάγουμε όπως φαίνεται στο σχήμα 1.13. τις μεταβλητές μας και πατάμε **Ο.Κ.**

MIN 🔁	IITAB - SIN	LINREG.MI	рJ													- 6 🗙	i
File Edi	t Manip C	alc Stat G	raph Editor	Window	Help												
2	1 😂 🐰		0 🖭 (I 🗰 🗉	<u></u> 居 #	A -	▋-▋ผ	01		?			-666		11		
Ses	sion									_							ľ
Plot																^	
	140+																
Y	-			Cantte	Dist		x			_		-					
	-			Scatter	PIOL								<u> </u>				
CIIII	-			C1	х		Y variabl	e: Y							6		
H Wo	orksheet 1	***		C2	Y		X variabl	e: X							L		
÷	C1	C2	C3	_									C13	C14	C15	C16	
	X	Y		-11			O Use s	ymbol:	x								Î
1	1,8	104		-11			C Use la	ibels:					-				
2	1,2	20															
3	0,4	43		- 11													
5	2.5	134														0	
6	2,5	127															
7	1,5	87															
8	1,2	77															
9	1,6	102			0-1					. 1			1				
10	1,0	65			Select				Annota	ite	5	cale					
11	1,5	101			Help	1	-		OK		0	ancel	1				
12	0,7	46				<u> </u>											
13	1,0	52									_						
14	0,8	33									_						
15								· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·				_				<u></u>	
16												_					
											-	_					1
	Iect I W		_	_							_				_	;	ŝ
Welcome	to Minitah or	rors E1 for he	lp.													-07.PM	
- Come	io minitab, pr		р. 🐜 🎹 🔥	0 🖻	🖌 🔐 1			77 (A	6	n T		篇。			L I O L	11:07:00	
St			- 200 · 1		🦘 🛄 🖸	<u>з</u> е Ш	12 W 12						- Ph		OX S	, arough	1

Σχήμα 1.13

Στη συνέχεια εμφανίζεται το ακόλουθο διάγραμμα διασποράς (σχήμα 1.14.). Από το διάγραμμα αυτό είναι φανερό ότι η σχέση που συνδέει τις δύο μεταβλητές είναι γραμμική και άρα προχωράμε σε γραμμική παλινδρόμηση.



Σχήμα 1.14

Από το menu Stat επιλέγουμε Regression και ξανά Regression όπως δείχνει το επόμενο σχήμα

1.15.

🔁 мі	NITAB - SL	MLINREG.	MPJ		-											
File E	dit Manip	Calc Stat	Graph Edi	itor Window	Help											
al 🛛		Bas Bas	sic Statistics	•		المقراب الج	810	2 1					ALA		il≯al E-l	
		Re	gression	+	Regression	n		8 6-							1 8 74	
E Se	ssion	AN	OVA	•	Stepwise	•			-	-		-	-	-	ſ	
		DO	E	•	Best Subse	ets										
		Co	ntrol Charts	· •	Fitted Line	Plot										
Welc	ome to Mi	Qu Dite Del	ality loois		Residual Pl	lots										
Retr	ieving pr	oje Mu	liddiiity/Survi Itivariate		Binary Log	istic Degrees	ion	SAMOS\R	EGRES~1\	SIMLINREG	.MPJ					
		Tim	ne Series		Ordinal Log	aistic Reares	sion									
		Tal	bles	•	Nominal Lo	gistic Regres	ssion									
]	No	nparametrics	s →]												
		ED.	A	•											1	
W	orksheet 1	Pol	wer and Sam	ple Size 🕨												
+	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16
	X	Ŷ								_						B
1	1,8	104														
2	1,2	68														
3	0,4	39														
4	0,5	43					1									
5	2,5	134														
6	2,5	127														
7	1,5	87					1									
8	1,2	77														
9	1,6	102														
10	1,0	65														
11	1,5	101														
12	0,7	46					[1						
13	1,0	52														
14	0,8	33														
15																
16																
17	1						1									
<			1			1	1						4	1		
E Pr	oject 😐	ر 🔼 🖵 ر														
Perform	regression us	sing least squ	uares estima	tion										Editable	1	11:16 PM
🦺 s	start	🥭 🖸 🔮) 🐮 🛄	🔥 🕘 🎅	🤹 🎒 🖪	1 🚬 🔳	🤣 🥢 🛃	4 🏗 🕑		🗅 r 👔	W 2 M -	🗎 e	≥м	-	1.00	🚴 11:16 µµ

Εμφανίζεται η φόρμα του σχήματος 1.16

- Στο *Response*, εισάγουμε τη στήλη που περιέχει τη μεταβλητή απόκρισης (Y).
- Στο *Predictors* εισάγουμε τη στήλη που περιέχει τη μεταβλητή πρόβλεψης (X).

	- SIML	INREG.	MPJ													_ @ X
File Edit Man	nip Cale	c Stat	Graph Editor	Window	Help											
2	8	1		II 🔳 🔳	图 1	1 4		<u>.</u>					<u>+C </u>	10 2 6	1 10 10	
E Session																
																<u> </u>
Welcome to	o Mini	tah pr	ere F1 for	help												
Retrieving	g proj	ect fro	m file: C:	\DOCUME~	1\ADMINI-	~1\MYDOC	CU~1\EFFIE\SA	MOS\RE	GRES~1\S	IMLINREG	.MPJ					
												-				
				Regress	ion								<u> </u>			×
				C1	х		Response:	Y								
Workshe	et 1 **			C2	Y		Predictors:	v				~	1			
+ C1		C2	C3	-				19					C13	C14	C15	C16 ^
	18	104		-				ι								
2	1,2	68						ι								
3	0,4	39						ι								
4	0,5	43						ι								
5	2,5	134										<u> </u>	<u> </u>			
6	2,5	127														
7	1,5	87		_					-				1			· · · · ·
8	1,2	102		-					Gra	phs)ptions	<u> </u>			
10	1.0	65			Select				Res	ults	5	Storage				
11	1,5	101				1						<u> </u>	1			
12	0,7	46			lelp					ЛК		Cancel				
13	1,0	52														
14	0,8	33														
15											_					<u>. </u>
10																<u> </u>
			-		-					-	-			1		
Project		- 🔼			_	_	_		_	_					_	.::
Welcome to Minit	tab, pres	ss F1 for h	elp.											Editable		11:21 PM
🛃 start		00) 🐮 🛄 🐴	. 🕘 🚊 🤉	🌾 ᡝ 🚺		19 🧭 🛃 🎜	۲	6) r	W 2 M	• 🛗 e	🚬 м	-	1. 1. 0	😞 11:21 µµ

Προαιρετικά μια ή περισσότερες από τις παρακάτω επιλογές, και κατόπιν κλικ ΟΚ.

Επιλογές

• Graphs

Υπάρχουν τέσσερις διαφορετικές γραφικές παραστάσεις για τα υπόλοιπα.

- ιστόγραμμα (histogram)
- γραφική παράσταση κανονικής πιθανότητας (normal probability plot)
- γραφική παράσταση των υπολοίπων με τις προσαρμοσμένες τιμές
- γραφική παράσταση των υπολοίπων με τα δεδομένα,

όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα 1.17.

MI 🛃	NITAB - SI <i>I</i>	ALINREG.A	NPJ													- PX
File Ed	dit Manip (Calc Stat	Graph Edit	or Windo	w Help											
	8 8	Pa	ю <u>II</u>			t \downarrow 🛱	R O	8 🗊					•C 🖬 🗟) *e 🖸	
🖽 Se	ssion				_				_			_	_		[
																•
Weld	ome to Mi	nitab, pr	ess F1 f	or help.												
Retr	ieving pr	oject fro	m file: (E~1\ADMIN	I~1\MYDOC	U~1\EFFIE	\SAMOS\R	EGRES~1\S	IMLINREG	.MPJ					
							_	_	_	_	_		ก			
				Reg	ression - G	raphs	_	_	_	_	_	X				
		***					Residu	als for P	lots:						ſ	
	orksneet 1			_			🖲 Reg	ular	O Stand	lardized	O D	eleted			0.15	
+	C1	C2	C3	_			Residu	al Plots					<u>C13</u>	C14	C15	C16
	18	104		_			🔽 Hist	togram of	residuals							<u> </u>
	1,0	68					V Nor	mal plot (of residual	s					93	
3	0,4	39					Res	iduals ve	ersus fits							
4	0,5	43					Res	iduals ve	ersus orde	r						
5	2,5	134					Residu	als vers	us the var	ables:	_					
6	2,5	127														
7	1,5	87														
8	1,2	77										~				
9	1,6	102			Sele	ect										
10	1,0	101														
11	1,5	46			Help				0	<	C	ancel				
13	1.0	52											<u></u>			
14	0,8	33														
15																
16																
17																~
<																
E Pr	oject 😐															
Welcome	e to Minitab, p	ress F1 for h	elp.							Y				Editable	1	1:31 PM
S	tart	😑 🖸 🙆	1 🛬 🛄 🛛	👆 🛈 🔋	i 🐮 🛍 🛛	8 🚬 🖬	步 🥢 🗖	7 🕗	6) r	W 2 N -	e	2 F -	- 🔒 向 🕯	1.06	, 11:32 μμ

• <u>Results</u>

Επιλογές στο πως θα διαμορφωθεί το Session Window Output (αν θα περιέχει τους συντελεστές, το s, το R^2 , τον πίνακα ανάλυσης διασποράς, την εξίσωση παλινδρόμησης, τις προσαρμοσμένες τιμές κλπ.), όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα 1.18.

11M	NITAB - SI/	MLINREG.	MPJ														_ @ X
File Ed	lit Manip (Calc Stat	Graph Edit	or Windov	v Help												
1	6 %	•	N 📴			t 💶 🛤		? 🗿					+	196			
E Ses	ssion																_ 🗆 🔀
14	0,8	0 3	3,00	52,70	3,	11	-19,70	-2,30)R								^
R der	notes an	observat:	ion with a	a large :	standardi	zed resi	dual										
				Regre	ession								X	1			
							1										.::
Wo Wo	orksheet 1	***		C1	X		Respon	se: Y									
	C1	<u>C2</u>	C3	- Reg	ression - F	lesults		_	_	_	_	_		C13	C14	C15	C16
l ·	X	Y	00	— с	ontrol the	Display	of Results							013	014	015	
1	1.8	104		_	O Displa	y nothing	9										
2	1,2	68			C Regre	ssion eq	uation, tab	le of coe	fficients	, s, R-squ	lared,						
3	0,4	39			and b	asic anal	ysis of var	iance									
4	0,5	43			🖲 In add	ition, sea	quential su	ms of sq	luares a	nd the un	usual						
5	2,5	134			obser	vations i	n the table	of fits an	nd residu	als							
6	2,5	127			O In add	ition, the	full table of	of fits and	d residu	als							
7	1,5	87															
8	1,2	77			11-1	-1				OK	1 -	0	. 1				
9	1,6	102			негр					UK	」	Lance					
10	1,0	65										v					
11	1,5	101		_	Heln	1				ОК	1	Canc	el 🗍				
12	0,7	46															
13	1,0	52			_				_		_						
14	0,8	33		34							_						
15					-												
16				<u>.</u>					_		_						
1/											_						<u> </u>
			_														> .;;
CEE Pro	Ject	رکالکار															
Welcome	to Minitab, p	ress F1 for	help.							-		Ĭ mer		_	Editable		1:36 PM
H S	tart	O	🧿 🐂 🛄 🛛	👠 🛈 📄	1 🍕 🎬 🛛	8 🚬 T	1 1 A	. T. 🕑		🗀 r	W 2 M	- 🗎	e	2 F		L BY O L	a, 11:36 µµ

• **Options**

Περιλαμβάνει ορισμένες υποεπιλογές:

- σταθμισμένη παλινδρόμηση
- σταθερά παλινδρόμησης
- Durbin-Watson statistic
- έλεγχος για την ακρίβεια του μοντέλου
- πρόβλεψη για ης νέες παρατηρήσεις

όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα 1.19.

MI	NITAB - SIA	ALINREG.	MPJ													_ ð 🗙
File Ed	dit Manip C	Calc Stat	Graph Edit	or Windov	/ Help											
- 2	1 🔿 🕺	Pa 😭	N 📴			1 1		? 🗗					16 🔂 🔂	1 2 5] 18 昭	
E Se	ssion															
14	0,8	0 33	3,00	52,70	3	,11	-19,70	-2,3	OR							•
Date		harmati	ion with		at an da ad	ined ne	ai dua l									
	noces an i	UDSELVAU.	LOII WICH	a rarge .	scanuaru	1200 10	SIGUAL									
				Regressi	on - Opti	ions				_	_					
				C1	Х		Weights			l l	🔽 Fit int	ercept				
W	orksheet 1	***		C2	Y			·								
+	C1	C2	C3				Display	an inflati	on factora		Lack of F	Fit Tests	C13	C14	C15	C16
	^ 18	104						n-Watson	statistic		Data :	error subsettina				—— [—]
2	1,0	68					F PRES	S and pre	dicted R-sq	Jare					22	
3	0,4	39														
4	0,5	43					Predictio	n interva	ls for new ot	servati	ions:					
5	2,5	134														
6	2,5	12/					Confiden	ce level:	95							
8	1,5	77					Storage		,				-			
9	1,6	102					Fits		Confid	lence li	mits					<u> </u>
10	1,0	65					E SEs o	t tits	E Predi	ction lin	nits					
11	1,5	101		Г	elp	1	1			ОК		Cancel				
12	0,7	46				1							┛			
13	1,0	52				_		_			_					
14	0,0					_										
16																
17																
<						1					1					
E Pr	oject 😐	JĽI 🔼 J														
Welcome	to Minitab, p	ress F1 for h	nelp.		_									Editable		11:45 PM
🤳 s	tart	ی 🖸 😂) 🐮 🛄	💊 🛈 度	👯 🛍	8 🚬 [I 🔣 🥢 [2 7 🕑		r	W 2 M -	🛅 e	2 R 👘	📲 🔂 🕯	ર જે છે કે	🔥 11:45 µµ

• <u>Storage</u>

.

Υπάρχουν 11 υποεπιλογές σχετικά με τους συντελεστές, τις προσαρμοσμένες τιμές, τα υπόλοιπα, την αναγνώριση απομονωμένων σημείων, τον πίνακα R, κλπ. όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα 1.20.

MII 🛃	NITAB - SIA	ALINREG.	MPJ											_ d <mark>×</mark>
File Ed	lit Manip C	Calc Stat	Graph Edi	tor Window He	elp									
2		Pa 🔒	ю <u>п</u>		医 1 1		? 🗗			*	196		111	
E Ser	ssion												[
14	0,8	0 33	3,00	52,70	3,11	-19,70	-2,30R							^
R de	notes an o	observati	ion with	a large stan	dardized re	sidual								
														_
				Regressio	n									
<									-					
Wo	orksheet 1	***		C1 C2	X V	Respor	ise: Y						(
I +	C1	C2	C3	Regression	n - Storage						C13	C14	C15	C16 🔨
	х	Y		Diagnos	stic Measure	es	Chara	cteristics of E	stimated Eq	uation				
1	1,8	104		□ Re	siduals		г с	oefficients	•					
2	1,2	68		🗖 Sta	andardized r	esiduals	🗆 F	its						
3	0,4	39		🗌 🗖 De	eleted t resid	uals	□ M	ISE						
4	0,5	43		🔄 🗆 🗆 Hi	(leverages)			'X inverse					8	
5	2,5	134			ok's distanc	e		matrix						
6	2,5	127			-115									
	1,0	0/	-					-		1				
0 0	1,2	102		Hel	lp			OK		Cancel				
10	1,0	65						Results	. Ste	orage	J		3	
11	1.5	101		- L	1									
12	0.7	46		- He	elp			0K	C	ancel				
13	1,0	52					1							
14	0,8	33												
15														
16														
17														v
<				· · · · · ·		1								
E Pro	oject 😐													
Welcome	to Minitab, p	ress F1 for h	nelp.									Editable	1	L1:49 PM
🛃 s	tart	ی 🖸 🥥) 🐮 🛄	💊 🕘 🚊 株	🛍 🚺 🔁	T 🤣 🧭 💆	1 🎢 🕑	🗁 r	21 -	🛗 e 📄	2 F	🗏 🔒 💼 •	1.00	🔉 11:49 µµ

Η εμφάνιση των αποτελεσμάτων που ακολουθεί φαίνεται στα παρακάτω σχήματα 1.21, 1.22,

1.23, 1.24 και 1.25

NINITAB - SIMLINREG.MPJ	_ 7 🗙
File Edit Manip Calc Stat Graph Editor Window Help	
	ă I
E Session	
	^
5/4/2005 10:46:52 ii	
Welcome to Minitab, press F1 for help.	
5/4/2005 11:29:59 ii	
Welcome to Minitab, press F1 for help.	
Retrieving project from file: C:\DOCUME-1\ADMINI-1\MYDOCU-1\EFFIE\SAMOS\REGRES-1\SIMLINREG.MFJ	
Regression Analysis: Y versus X	
The regression equation is	
Y = 13, 8 + 48, 6 X	
Predictor Coef SE Coef T P Constant 13 824 5 579 2 49 0 029	
X 48,597 3,862 12,58 0,000	
S = 9,106 R-Sq = 93,0% R-Sq(adj) = 92,4%	
And make of Wantana	
Analysis of variance	
Source DF SS MS F P Berresion 1 13131 158.35 0.000	
Residual Error 12 995 83	
Total 13 14126	
Unusual Observations	
Ops X Y Fit SE Fit Residual SE Kesidual 14 0,80 33,00 52,70 3,11 -19,70 -2,30R	
	~
<u>Sa</u>	.::
9 1,6 102	
10 1,0 65	
Current Worksheet: Worksheet 1 Editable	12:07 AM
카 start 🔰 🥥 🖉 👟 🛄 🔨 🔍 💐 🎒 📓 🌫 🔳 🕫 🐼 🖄 📅 😳 👘 🔂 🗁 👘 🖬 🖉 🛬 🖬 📓 💆 👘 🖓	12:07 nµ

• Histogram of residuals.

Αν τα υπόλοιπα (residuals) ακολουθούν την κανονική κατανομή, τότε αυτή η γραφική παράσταση παριστάνει μια κανονική κατανομή με μέση τιμή μηδέν.



Σχήμα 1.22

• Normal Plot of Residuals.

Αν τα υπόλοιπα (residuals) ακολουθούν την κανονική κατανομή, τότε τα σημεία της γραφικής παράστασης πρέπει να κείτονται σε μια ευθεία. Διαφορετικά, η καταλληλότητα του μοντέλου παλινδρόμησης αμφισβητείται.



Residuals versus fit.

Αναδεικνύει μια τυχαία ομοσκεδαστική μορφή των υπολοίπων.



• Residuals versus order.

Χρησιμοποιείται για τον έλεγχο της αυτοσυσχέτισης. (Εδώ δεν παρατηρείται αυτοσυσχέτιση).



Οι παραπάνω είναι οι πιο βασικές γραφικές παραστάσεις, οι οποίες μας παρέχουν πληροφορίες για το προσαρμοσμένο μοντέλο.

Παρατήρηση

Επίσης από την επιλογή *Stat->Regression->Fitted Line Plot* είναι δυνατόν η προσαρμογή ενός γραμμικού μοντέλου ή ενός πολυωνυμικού μοντέλου που περιέχει τους όρους X² και X³. Επιπλέον, είναι εφικτή η μετατροπή των δεδομένων σε άλλη μορφή π.χ. λογαριθμική και η ανάλυση της παλινδρόμησης να πραγματοποιηθεί σε αυτή τη μορφή.

🚬 MINITAB - SIMLINREG.MPJ
File Edit Manip Calc Stat Graph Editor Window Help
🕱 Session
Predictor Coef SE Coef T P
X 48,597 3,862 12,58 0,000
S = 9,106 R-Sq = 93,0% R-Sq(adj) = 92,4%
Analysis of Variance
Source DF Fitted Line Plot
Regression 1 13
Total 13 14 C1 X Response (Y): Y
Predictor [X]: x
Unistal Ubservations Obs X Y
14 0,80 33,00 Type of Begression Model
R denotes an observation with C Linear C Quadratic C Cubic
Residual Histogram for Y
Options Storage
Normplot of Residuals for Y
Help OK Cancel
Residuals vs Fits for Y
Residuals vs Order for Y
9 1,6 102
10 1,0 65
Refute to Minitab, press F1 for help. Editable [1:00 AM
🔐 start 🕘 🖸 🖉 🐜 🛄 🔥 🕖 🗮 🕷 🛍 📓 🚬 🗹 🖉 🖉 🚰 🎧 💿 👘 🖓 🖄 👹 💷 👘 🖓 😓 1:00 nu



1.2.2 Απλή Εκθετική Παλινδρόμηση

🚬 MI	NITAB - e	expreg.MP.	J - [Works	heet 1 ***	'I											_ 2 ×
III File	Edit Ma	nip Calc S	Stat Graph	Editor W	indow Help											- 8 ×
		እ 🖻 🖷	n E			A A		10 3		?			18 🔂 🗟	020		
+	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16 🛆
	Х	Y														
1	1	98,2														
2	2	91,7														
3	5	81,3														
4	10	64,0														
5	20	36,4														
6	30	32,6														
7	40	17,1														
8	50	11,3														
9																
10																
11																
12																
13																
14																
15																
16		0		2						02						
17																
18																
19		3 B							2	26 2		-				
20											-	-				
21		3 8										-				
22				2								2				
23																
24		20					0		2	26	-				0	
20																
20		1														
21																~
< m																>
Current	Worksheet	Worksheet 1	1												1	:11 AM
🦺 s	tart	🥑 🖸 🕻	🕑 👟 🛄	👆 🛈 🎚	1 🐝 🛍	8 🚬 🗉	1 🔣 🌽 🛛	4 🏗 📀) r	₩2Ւ -	🎬 e	≥м	- 20	∿ ≹ 0 ∖	👌 1:11 пµ

Έστω ότι έχουμε τα δεδομένα του παρακάτω πίνακα:

Ζητείται το διάγραμμα διασποράς των δύο μεταβλητών και να προσαρμοστεί το κατάλληλο

μοντέλο.

<u>Λύση</u>

Άνοιγμα του αρχείου Expreg.

Από το **menu** *Graph* επιλέγουμε *Character Graphs* και *Scatter Plot* σχεδιάζουμε το διάγραμμα διασποράς για το Y και X.

🚬 MINITAB	- expreg.MPJ												_		- 8 <mark>×</mark>
File Edit Mar	nip Calc Stat	Graph Edito	r Window	Help											
F	X 🖻 🛍	ю 📃		医	IA		2 🗊		÷			* 目 亞			
E Session		-	-	-	-	-					-				
Saving fi * NOTE *	le as: C:\Doc Character gi	cuments an raphs are	d Setting obsolete.	gs∖Admini	strator\M	y Documer	nts\effie	∙\Samos	s\regress	ion\expreg	r.MPJ				
Plot															
90 Y	- - x + x - x														
60-	- 2 + -	C.													
30-	- - - - - -		x +	x	x	x	X								
<															► .::
	40 17,1														
8	50 11,3										_	_			
9									_						
10								-							~
),;;
Project	. 80 🛛														
Current Workshe	et: Worksheet 1												Editable	1:	23 AM
🦺 start	🌒 🥘 🙆 🕼) 🐮 🛄 🕯	0	🐝 🋍 🐰	🔁 🔟 🖻	6 🥢 🖄	27 🕑		🗀 r	W 2 M -	🛗 e	≥м	- 200	1. 1. O La	1:23 nµ

Παρατηρούμε ότι η σχέση μεταξύ τους δεν είναι γραμμική αλλά εκθετική. Άρα το μοντέλο που θα προσαρμοστεί θα είναι της μορφής:

 $y = \alpha \beta^x$

Λογαριθμίζοντας αυτή έχουμε:

 $lny=ln\alpha + xln\beta$

Άρα από την επιλογή Calc->Calculator γίνεται η λογαριθμική μετατροπή.



Στη συνέχεια από Stat->Regression >Regression επιλέγουμε Response lny και Predictors

x. Παίρνουμε τα κάτωθι αποτελέσματα:



Συνεπώς έχουμε:

 $\ln \hat{\alpha} = 4.60 \Longrightarrow \hat{\alpha} = 99.484$

και

 $\ln\hat{\beta} = -0.0432 \Longrightarrow \hat{\beta} = 0.9577$