

ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΙ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2012
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ

1^ο

Να δοθεί ο ορισμός της κλίσης και να γραφούν χωρία απόδειξη οι κυριότερες ιδιότητές της.

Έστω η συνάρτηση $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + 4x - 4y + 1$. Να υπολογιστούν:

- i. τα ακρότατά της, εφόσον υπάρχουν.
- ii. Η κλίση $\vec{F} = \vec{\nabla} f$ και ο στροβιλισμός $\vec{\nabla} \times \vec{F}$.
- iii. Η Laplacian $\nabla^2 f$.

2^ο

- i. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \int_D (1 + x^2 + y^2) dx dy \quad \text{όπου} \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, \quad x \leq y \leq 4x\}.$$

- ii. Αν $y = y(x)$, να υπολογιστεί η μερική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$y'' - y' - 12y = 0, \quad \text{όταν} \quad y(0) = 3 \quad \text{και} \quad y'(0) = 5.$$

3^ο

Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η συνάρτηση

$$f(t) = t \quad \text{αν} \quad -\pi \leq t < \pi \quad \text{και} \quad f(t + 2\pi) = f(t) \quad \text{για} \quad \text{κάθε} \quad t \in \mathbb{R}.$$

Στη συνέχεια

- i. να γίνει το διάγραμμα του γραμμικού φάσματος των τεσσάρων πρώτων όρων. Τι παρατηρείτε;
- ii. Να υπολογιστεί η τιμή της σειράς στα σημεία ασυνέχειας της f .

Αθήνα 28 Ιουνίου 2012

Α. Μπράτσος