

ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΙ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2012  
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ

1<sup>ο</sup>

- I. i) Να οριστεί ο στροβιλισμός και να αποδειχθεί ότι ο στροβιλισμός της κλίσης είναι το μηδενικό διάνυσμα.  
ii) Αν  $\vec{F} = (x^2 + y) \vec{i} + (xy^3 + z^2) \vec{j} + \sin(xyz) \vec{k}$ , να υπολογιστεί η απόκλιση  $\nabla \cdot \vec{F}$ .
- II. Να υπολογιστούν τα ακρότατα της συνάρτησης  $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy - 2x - y$ , εφόσον υπάρχουν.

2<sup>ο</sup>

- i) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \int_D (2x + y^2) dx dy \quad \text{όπου} \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq 2, \quad y \leq x \leq 2y\}.$$

- ii) Αν  $y = y(x)$ , να υπολογιστεί η μερική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$y'' + 2y' + 5y = 0, \quad \text{όταν} \quad y(0) = 2 \quad \text{και} \quad y'(0) = 1.$$

3<sup>ο</sup>

Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η συνάρτηση

$$f(t) = -t \quad \text{αν} \quad 0 \leq t < \pi \quad \text{και} \quad f(t + \pi) = f(t) \quad \text{για} \quad \text{κάθε} \quad t \in \mathbb{R}.$$

Στη συνέχεια να εκτιμήσετε την ταχύτητα σύγκλισης της σειράς από το διάγραμμα του γραμμικού φάσματος των τεσσάρων πρώτων όρων.

Αθήνα 4 Σεπτεμβρίου 2012

Α. Μπράτσος