ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ
(Τ.Ε.Ι.) ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΓΕΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δρ Α. Μπράτσος
URL: http://math.teiath.gr/bratsos/

ΘΕΜΑΤΑ **ΑΝΩΤΕΡΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΙ**
ΠΕΡΙΟΔΟΥ *ΙΟΥΝΙΟΥ 2013* ΤΜΗΜΑΤΟΣ **ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ**

1^o

i. Να υπολογιστεί ο στροβιλισμός του διανυσματικού πεδίου $\overrightarrow{F} = 2xyz\,\overrightarrow{i} + x^2z\,\overrightarrow{j} + x^2y\,\overrightarrow{k}$.

ii. Αν $f(x,y) = e^{-x}\cos 2y$, να υπολογιστεί η κατευθυνόμενη παράγωγος στο σημείο $P(0,\pi/8)$ κατά τη διεύθυνση του διανύσματος $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$.

iii. Να μελετηθεί ως προς την ύπαρξη ακρότατων η συνάρτηση $g(x,y) = x^2 - y^2 - x + y + 5$.

2^o

i. Όταν η συνάρτηση $\delta(x,y)$ ορίζει την πυκνότητα ενός υλικού σε μια περιοχή D του επιπέδου, τότε η συνολική μάζα M της περιοχής D δίνεται από τον τύπο $\int\int_D \delta(x,y)\,dx\,dy$. Να υπολογιστεί η μάζα M, όταν

$$\delta(x,y) = x + 3y^2 \quad \text{και} \quad D = \left\{(x,y) \in \Re^2 \quad 0 \le x \le 1, \quad 0 \le y \le x^2\right\}.$$

ii. Αν $y = y(x)$, να υπολογιστεί η μερική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$y'' + 2y' + 5\,y = 0, \quad \text{όταν} \quad y(0) = 0 \quad \text{και} \quad y'(0) = -1.$$

3^o

i. Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η συνάρτηση

$$f(t) = |\sin t|.$$

Να εξεταστεί και να αιτιολογηθεί αν στην προσέγγιση της f με τη σειρά παρουσιάζεται το φαινόμενο Gibbs.

ii. Με τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων να υπολογιστεί το πολυώνυμο $y = ax + b$, που προσεγγίζει τα δεδομένα $(1.2, -0.5)$, $(1.8, 1.0)$, $(2.0, 1.5)$ και $(2.5, 2.0)$. *Υπόδειξη*:

$$a = \frac{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\,y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}, \quad b = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\,y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)}{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}.$$

Αθήνα 11 Ιουλίου 2013

Α. Μπράτσος