

ΘΕΜΑΤΑ ΑΝΩΤΕΡΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΙ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2014 ΤΜΗΜΑΤΟΣ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ & ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ Τ.Ε.

1^ο

Να δοθεί ο ορισμός της κλίσης και να γραφούν χωρία απόδειξη οι κυριότερες ιδιότητές της. Έστω η συνάρτηση $f(x, y) = x^2 + y^2 - x - 2y + 5$. Να υπολογιστούν:

- i. τα ακρότατά της, εφόσον υπάρχουν.
- ii. Η Laplacian $\nabla^2 f$.

2^ο

- i. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \int_D (x - y) dx dy, \quad \text{όταν } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -2 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq x\}.$$

- ii. Αν $y = y(x)$, να υπολογιστεί η λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$y' + 2y = e^{-x}.$$

Υπόδειξη: Η μη ομογενής γραμμική διαφορική εξίσωση 1ης τάξης $y' + ay = r(x)$ όπου a σταθερά έχει μερική λύση την

$$y_p = e^{-ax} \left[\int e^{ax} r(x) dx \right].$$

3^ο

- i. Τι είναι το φαινόμενο Gibbs και πότε εμφανίζεται; Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η συνάρτηση

$$f(t) = t \quad \text{αν} \quad -\pi \leq t < \pi \quad \text{και} \quad f(t + 2\pi) = f(t) \quad \text{για κάθε } t \in \mathbb{R}.$$

Εξετάστε αν έχουμε το φαινόμενο Gibbs και αιτιολογήστε την απάντησή σας.

- ii. Να υπολογιστεί η παράγωγος df/dt , όταν

$$f(x, y, z) = \ln(x^2 + y^2 + z^2) \quad \text{όπου} \quad x = \cos t, \quad y = \sin t \quad \text{και} \quad z = t.$$