ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ
(Τ.Ε.Ι.) ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΓΕΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δρ Α. Μπράτσος
E-mail: bratsos@teiath.gr **URL:** http://users.teiath.gr/bratsos/

ΘΕΜΑΤΑ **ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ** ΠΕΡΙΟΔΟΥ *ΙΟΥΝΙΟΥ 2013*
ΤΜΗΜΑΤΟΣ **ΙΑΤΡΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ**

1^o

i. Έστω το διανυσματικό πεδίο $\vec{F} = \vec{i} + 2yz\,\vec{j} + y^2\,\vec{k}$. Δείξτε ότι είναι αστρόβιλο, υπολογίστε το δυναμικό του και στη συνέχεια το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\int_C \vec{F} \cdot d\,\vec{r}$, όταν C η καμπύλη από το σημείο $A(-1,1,2)$ στο $B(1,2,-3)$.

ii. Με τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων να υπολογιστεί το πολυώνυμο $y = ax + b$, που προσεγγίζει τα δεδομένα $(1.0, 0.5)$, $(1.5, 1.2)$, $(2.2, -0.3)$ και $(1.8, 2.0)$. *Υπόδειξη*:

$$a = \frac{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}\,,\; b = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)}{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}\,.$$

2^o

i) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int\int_D \sqrt{1+x^2}\, dx\, dy \quad \text{όπου} \quad D = \left\{(x,y) \in \Re^2 \quad 0 \le x \le \sqrt{3}, \quad 0 \le y \le x\right\}.$$

ii) Δείξτε ότι οι αναγκαίες συνθήκες για την ύπαρξη ακρότατων της $f(x,y)$ γράφονται και $\vec{\nabla} f = \vec{0}$. Αν $f(x,y) = e^{-x^2-y^2}$, να υπολογιστούν τα ακρότατα της f, εφόσον υπάρχουν.

3^o

i. Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η συνάρτηση

$$f(t) = \begin{cases} -1 & \text{αν} \quad -\pi \le t < 0 \\ \;\;1 & \text{αν} \quad \;\;\;0 \le t < \pi \end{cases} \qquad \text{και} \quad f(t+2\pi) = f(t) \text{ για κάθε } t \in \Re.$$

Να εξεταστεί και να αιτιολογηθεί αν στην προσέγγιση της f με τη σειρά παρουσιάζεται το φαινόμενο Gibbs.

ii. Αν $y = y(x)$, να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας το μετασχηματισμό Laplace η λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$y'' + 4\,y = 1, \quad \text{όταν} \quad y(0) = y'(0) = 0.$$

Υπόδειξη: αν $y'' + ay' + by = r(x)$, όταν a, $b \in \Re$ και $y = y(x)$, τότε, αν $Y(s) = \mathcal{L}[y(x)]$, είναι

$$Y(s) = \frac{\mathcal{L}[r(x)]}{s^2+as+b} + \frac{(s+a)y_0 + y_0{}'}{s^2+as+b}. \quad \text{Επίσης } \mathcal{L}\left[e^{-at}\sin\omega t\right] = \frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}\,,\; \mathcal{L}\left[e^{-at}\cos\omega t\right] = \frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}\,.$$

Αθήνα 12 Ιουλίου 2013

Α. Μπράτσος