ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ
(Τ.Ε.Ι.) ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δρ Α. Μπράτσος
E-mail: bratsos@teiath.gr **URL:** http://users.teiath.gr/bratsos/

ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ **ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

ΠΕΡΙΟΔΟΥ **ΙΟΥΝΙΟΥ 2014** ΤΜΗΜΑΤΟΣ

ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ & ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ Τ.Ε.

1^o

Να λυθεί με τη μέθοδο Runge-Kutta 3ης τάξης το πρόβλημα αρχικής τιμής

$$y' = y - 2t, \quad \text{όταν} \quad t \in [0,\, 0.1], \quad \ell = 0.1, \quad \text{η θεωρητική λύση είναι } y(t) = 2 - e^t + 2t$$

και η αρχική τιμή y_0 ισούται με την αντίστοιχη θεωρητική.

Υπόδειξη: Αν $y' = f(t, y)$, τότε $y_{i+1} = y_i + \frac{\ell}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3)$, όταν

$$k_1 = f(t_i, y_i)\,; \quad k_2 = f\left(t_i + \frac{\ell}{2},\, y_i + \frac{\ell}{2} k_1\right); \quad k_3 = f(t_i + \ell,\, y_i - \ell k_1 + 2\ell k_2)\,.$$

2^o

i) Με τη μέθοδο των Gauss-Seidel να λυθεί το σύστημα

$$5x_1 - x_2 = 3; \qquad x_1 + 2x_2 = 5,$$

όταν οι αρχικές τιμές είναι: $x_1^0 = x_2^0 = 0$, αντίστοιχα $x_1^0 = x_2^0 = 0.5$ Η διαδικασία να σταματήσει στην 3η επανάληψη. Τι παρατηρείτε;

Θεωρητική λύση: $x_1 = 1$ και $x_2 = 2$.

ii) Με το σύνθετο κανόνα του τραπεζίου να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^{0.4} \ln\left(1 + x^2\right)\, dx, \quad \text{όταν} \quad h = 0.1$$

και τα αποτελέσματα να συγκριθούν με τη θεωρητική τιμή 0.020 381.

Υπόδειξη: $I(f) \approx \frac{h}{2}\left\{f(x_0) + 2\left[f(x_1) + \ldots + f(x_{N-1})\right] + f(x_N)\right\}$

3^o

i) Να διατυπωθεί το θεώρημα παρεμβολής του Lagrange. Στη συνέχεια με τον τύπο παρεμβολής του Newton να υπολογιστεί το πολυώνυμο που διέρχεται από τα σημεία $(1.0, 2.5)$, $(1.5, 3.4)$ και $(1.7, 4.0)$.

ii) Με τη μέθοδο του Newton να υπολογιστεί μια ρίζα της εξίσωσης

$$f(x) = x^3 - 1.5x^2 + 4x - 6 = 0,$$

όταν η αρχική τιμή είναι $x_0 = 1$. Η διαδικασία να σταματήσει στην 4η επανάληψη. Τι παρατηρείτε;

Θεωρητική λύση: $x^* = 1.5$.

Αθήνα 1 Ιουλίου 2014

Α. Μπράτσος