

Εργασία 5

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΩΝ

Άσκηση

Έστω το ολοκλήρωμα

$$I = \int_0^{0.6} \frac{x^3 dx}{\sqrt{1+x^2}}.$$

- i) Να λυθεί με τον κανόνα του Gauss-Seidel για 6 σημεία και να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων με τη θεωρητική τιμή

$$I = \frac{1}{3} (x^2 - 2) \sqrt{1+x^2} \Big|_0^{0.6} \approx 0.029\ 149\ 26$$

και την αντίστοιχη λύση των 6 σημείων που προκύπτει από τους σύνθετους κανόνες του τραπεζίου, Simpson και 3/8 του Simpson, όταν $h = 0.1$.

- ii) (προαιρετικά) Το ολοκλήρωμα να γραφεί ως εξής:

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{0.6} \frac{x^3 dx}{\sqrt{1+x^2}} = \int_0^{0.1} \frac{x^3 dx}{\sqrt{1+x^2}} + \dots + \int_{0.5}^{0.6} \frac{x^3 dx}{\sqrt{1+x^2}} \\ &= I_1 + \dots + I_6. \end{aligned}$$

2 Προσέγγιση ολοκληρωμάτων

Καθ. Α. Μπράτσος

Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα I εφαρμόζοντας σε κάθε ένα από τα παραπάνω ολοκληρώματα I_i ; $i = 1, \dots, 6$ τον κανόνα των Gauss-Seidel για 6 σημεία και να γίνει σύγκριση του αποτελέσματος με τον αντίστοιχο της περίπτωσης (i). Στη συνέχεια να γραφεί το πρόγραμμα λύσης της (ii) με το MATLAB.